

Зависимость предела текучести титанового сплава ВТ14 от параметров вида напряженного состояния

Н.Н. Тормахов

Институт механики им. С.П.Тимошенко Национальной академии наук Украины, Киев, Украина

Received: 28 March 2018 / Accepted: 19 October 2018

Аннотация. Вид напряженного состояния оказывает влияние на предел текучести конструкционных материалов, что вызывает необходимость учета этого явления при определении ресурса этих материалов. Количественная характеристика вида напряженного состояния может быть дана с помощью параметров, которые описывают, соответственно, объемную составляющую тензора и вид девиатора напряжений. Объемную составляющую тензора напряжений характеризует параметр жесткости нагружения, а вид девиатора напряжений - параметр Лоде, углы вида напряженного состояния или нормированный третий инвариант девиатора напряжений.

В работе предложены зависимости предела текучести в виде полиномов второй степени от параметров вида напряженного состояния. Проведена конкретизация этих уравнений для титанового сплава ВТ14 на основе опытов с нагружением трубчатых образцов осевой силой и внутренним давлением. В работе полагают, что напряженное состояние в стенке образца соответствует тому, какое существует на его срединной поверхности. При вычислении интенсивности напряжений были учтены не только осевые и окружные, но и радиальные напряжения, что привело к уменьшению расхождения пределов текучести при разных видах напряженного состояния с 12,4 до 10,2 %.

Результаты расчетов показали, что данные экспериментов лучше всего описывает уравнение регрессии в виде полинома с членами содержащими: первую степень от обоих параметров вида напряженного состояния, произведения этих параметров и второй степени от параметра объемной составляющей тензора напряжений. Наилучшим с точки зрения статистической значимости оказалось уравнение, которое в качестве параметра вида девиатора напряжений содержало модуль приведенного третьего инварианта девиатора напряжений. Уровень значимости этого уравнения по критерию Фишера и констант по критерию Стьюдента превысил величину 94 %. Применение предложенного уравнения регрессии для описания зависимости предела текучести титанового сплава ВТ14 от параметров вида напряженного состояния позволяет полнее использовать ресурсные возможности этого материала.

Ключевые слова: напряжения, предел текучести, вид напряженного состояния, тензор, девиатор.

Введение

В большинстве теорий, описывающих неупругое поведение материалов, принято допущение о независимости механических свойств материалов от вида напряженного состояния (ВНС) [1]. Это предположение вошло в противоречие с данными опытов [2 - 6], которые показали расхождение свойств материалов при разных ВНС и нашло свое отражение в работах [7 - 10].

Попытки описать явление расхождения свойств материалов при разных ВНС встречают затруднение, связанное с тем, что само понятие ВНС не достаточно точно определено. Термин «вид напряженного состояния» является многозначным и одним из его значений является понятие размерности пространства главных напряжений. В зависимости от количества главных ненулевых компонентов в тензоре напряжений, ВНС называют, соответственно одноосным, плоским или объемным [6]. Это понятие ВНС не дает его количественной оценки и не может быть использовано для описания свойств материалов в уравнениях состояния. В [6, 11 - 13] были предложены разные параметры, дающие количественную характеристику ВНС. В [14] был дан обзор этих параметров, а в [15] показано, что ВНС однозначно определяется двумя параметрами, которые являются функциями инвариантов тензора и девиатора напряжений и характеризуют, соответственно, объемную составляющую тензора напряжений (ОСТН) и вид девиатора напряжений (ВДН). В работе [16] была дана геометрическая интерпретация параметров ВНС и показано, что эти параметры являются функциями координат зенита и азимута вектора октаэдрического напряжения в сферической системе координат, ось которой совпадает с главной диагональю пространства главных напряжений. Угол зенита является параметром,

который характеризует ОСТН, а угол азимута - ВДН. При одноосном растяжении вектор октаэдрического касательного напряжения совпадает с проекцией на девиаторную плоскость максимального главного напряжения, при одноосном сжатии - с отрицательным направлением проекции на девиаторную плоскость минимального главного напряжения, для остальных ВНС этот вектор занимает промежуточное положение.

В работе [17] сделан обзор экспериментов при сложном напряженном состоянии, в которых описано влияние параметров вида напряженного состояния на сопротивление материала необратимому деформированию. Основным механизмом необратимой деформации является сдвиг, происходящий по поверхностям максимальных касательных напряжений, и влияние ВНС связано с этим явлением. Приложение гидростатического давления (или уменьшение первого инварианта тензора напряжений), которые характеризуется параметром ОСТН, приводит к монотонному упрочнению материала подобно тому, как рост нормального давления увеличивает силу сухого трения [17]. Влияние ВДН на сопротивление материала необратимому деформированию может быть объяснено формой поверхностей, по которым происходит взаимное скольжение слоев материала в элементе тела. При растяжении и сжатии скольжение слоев материала происходит по плоскостям, расположенным вдоль образующих конуса. Ось этого конуса совпадает с направлением усилия растяжения или сжатия, а угол при вершине равен 90° . При кручении и чистом сдвиге взаимное скольжение слоев материала ограничено плоскостями, расположенными под углом 45° относительно осей экстремальных главных напряжений и параллельно оси среднего главного напряжения [17].

Потребность более полного использования ресурсов конструкционных материалов вызывает необходимость учета влияния параметров ВНС на их механические характеристики, в частности, – на предел текучести (ПТ).

Целью исследования является установление зависимости ПТ титанового сплава ВТ14 от параметров вида напряженного состояния.

1. Критерии текучести при сложном напряженном состоянии

Условие ПТ можно выразить в виде неявной функции от компонентов тензора напряжений σ_{ij} или, в частном случае, от инвариантов: первого инварианта тензора напряжения $J_{1\sigma}$, а также второго J_{2S} и третьего J_{3S} инвариантов девиатора напряжений [1, 6, 18, 19]:

$$f(J_{1\sigma}, J_{2S}, J_{3S}) = 0. \quad (1)$$

Если уравнение (1) решить относительно второго инварианта девиатора напряжений, то с учетом того, что интенсивность напряжений σ_u связана с J_{2S} соотношением $\sigma_u = \sqrt{3J_{2S}}$, критерий текучести можно записать в виде явной функции [13]:

$$\sigma_u = f(J_{1\sigma}, J_{3S}). \quad (2)$$

Инварианты $J_{1\sigma}$, $J_{3\sigma}$ характеризуют, соответственно, ОСТН, а также ВДН, имеют размерность напряжений, соответственно, в первой и третьей степени и изменяются также пропорционально интенсивности напряжений, соответственно, в первой и третьей степени. Вместо этих инвариантов удобнее использовать безразмерные параметры k и k_s , которые не изменяются в процессе простого нагружения и однозначно характеризуют этот процесс [13, 15 - 17]:

$$\sigma_u = f(k, k_s). \quad (3)$$

Параметр ОСТН k , названный параметром жесткости нагружения [6], определяется как отношение шарового тензора напряжений σ_0 к интенсивности напряжений σ_u [13, 15 - 17]:

$$k = \sigma_0 / \sigma_u. \quad (4)$$

В качестве параметра ВДН k_s используют, например, параметр Лоде-Надаи $\lambda_s = 2 \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} - 1$ [5], нормированный третий инвариант девиатора напряжений μ_s и углы ω_s , ξ_s , ψ_s , характеризующие угол ориентации октаэдрического касательного напряжения в девиаторной плоскости пространства главных напряжений [15 - 17].

В данной работе предложено описать зависимость (3) следующим полиномом:

$$\sigma_u = \sigma_T (Ak + Bk_s + Ckk_s + Dk^2 + Fk_s^2 + G); \quad (5)$$

где σ_T - предел текучести при одноосном растяжении, а A, B, C, D, F, G – константы.

Так как результаты экспериментов включают случайные погрешности измерения, то уравнение (5) будем считать стохастическим и определять входящие в него константы по методу наименьших квадратов [20]. Зависимость (3) будем описывать также полиномами, полученными их уравнения (5), положив в них некоторые из констант A, B, C, D, F, G равными нулю. Выбор наилучшего уравнения регрессии будем проводить по критерию Фишера, а статистическую значимость констант - по критерию Стьюдента.

В работе также исследовалось, с каким из параметров k_s уравнение (5) лучше описывают зависимость ПТ от параметров ВНС. Так как параметры ω_s, ξ_s, ψ_s отличаются только знаком или на постоянную величину, то результаты вычисления ПТ по уравнению (5) и критерии Фишера и Стьюдента для этого уравнения будут одинаковыми. Поэтому мы будем исследовать применимость для критерия ПТ только параметров λ_s, μ_s, ξ_s и их модулей: $|\lambda_s|, |\mu_s|, |\xi_s|$.

2. Конкретизация уравнения регрессии ПТ для титанового сплава ВТ14

В [3] приведены результаты определения ПТ при девяти видах напряженного состояния в опытах на простое нагружение трубчатых образцов из термообработанного титанового сплава ВТ14 осевой силой и внутренним давлением. При обработке результатов таких экспериментов обычно пренебрегают радиальными напряжениями и предполагают, что напряженное состояние в стенке образца плоское [3, 6]. В данной работе полагали, что напряженное состояние в стенке образца совпадает с тем, какое существует в срединной поверхности стенки образца и при вычислении интенсивности напряжений σ_{ie} учитывали не только осевые σ_{zz} , окружные $\sigma_{\theta\theta}$, но и радиальные σ_{rr} напряжения, которые принимали равными половине величины внутреннего давления в полости образца. Учет радиальных напряжений позволил точнее описать напряженное состояние образцов и привел к уменьшению расхождения ПТ при разных видах напряженного состояния с 12,4 до 10,2 %. На рис. 1 приведены зависимости интенсивности напряжений σ_{ie} от интенсивности деформаций e_u для различных соотношений $n = \sigma_{zz} / \sigma_{\theta\theta}$ между осевыми σ_{zz} и окружными $\sigma_{\theta\theta}$ напряжениями.

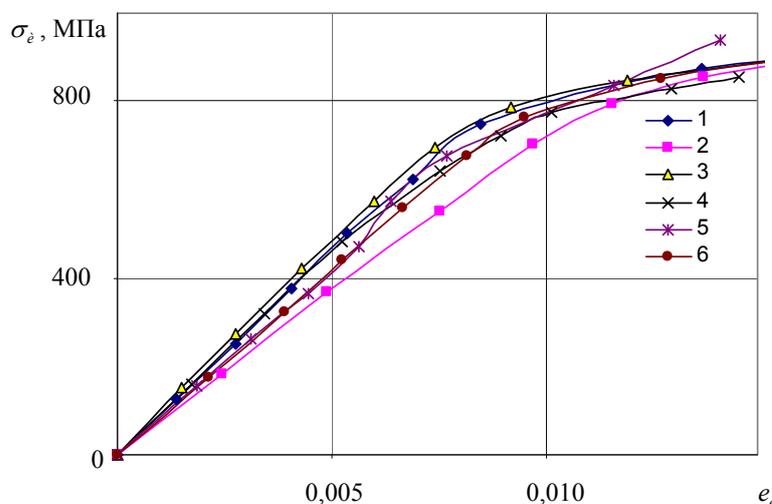


Рис. 1. Зависимости интенсивности напряжений σ_{ie} от интенсивности деформаций e_u для соотношений $n = \sigma_{zz} / \sigma_{\theta\theta}$: 1- $n = 0$; 2 - $n = 1$; 3 - $n = \infty$; 4 - $n = 0,5$; 5 - $n = 2$; 6 - $n = -\infty$

В табл. 1 представлены результаты опытов по определению условного ПТ термообработанного титанового сплава ВТ14 при разных видах напряженного состояния. В первых четырех столбцах приведены напряжения $\sigma_{zz}, \sigma_{\theta\theta}, \sigma_{rr}$, их интенсивность σ_{ie} и величины параметров напряженного состояния – $k, \lambda_s, \mu_s, \xi_s$, рассчитанные по данным экспериментов для предела текучести титанового сплава ВТ14 после термообработки [3].

По данным экспериментов, представленным в табл. 1, с помощью метода наименьших квадратов были найдены значения констант, критерий Стьюдента для них и критерий Фишера для 12 видов уравнения регрессии (5), в котором часть констант приравняли нулю, и в котором использовали какой-то один из шести параметров ВДН – $\lambda_s, \mu_s, \xi_s, |\lambda_s|, |\mu_s|, |\xi_s|$. Всего были проведены расчеты для 72 уравнений.

Таблица 1

Данные экспериментов с трубчатыми образцами из титанового сплава ВТ14 после термообработки

σ_{zz} , МПа	σ_{rr} , МПа	$\sigma_{\theta\theta}$, МПа	σ_{ue} , МПа	σ_u , МПа	k	λ_s	μ_s	ξ_s , рад
1	2	3	4	5	6	7	8	9
102,0	0,0	0,0	102,0	102,9	0,58	-1,00	1,00	0,52
115,2	-1,6	58,0	101,2	101,0	1,00	0,02	-0,03	-0,01
103,6	-2,8	105,0	107,1	107,2	1,15	0,97	-1,00	-0,51
54,5	-3,0	113,0	100,5	100,9	1,00	-0,01	0,01	0,00
0,0	-2,8	103,0	104,4	102,9	0,58	-0,95	1,00	0,50
-39,0	-2,1	78,0	103,6	103,9	0,23	-0,37	0,59	0,21
-63,8	-1,7	64,0	110,7	109,1	0,01	-0,03	0,05	0,02
-80,5	-1,0	39,0	105,4	107,9	-0,23	0,33	-0,54	-0,19
-107,0	0,0	0,0	107,0	106,1	-0,58	1,00	-1,00	-0,52

Регрессионный анализ показал, что на предел текучести статистически значимое влияние оказывают оба параметра ОСНТ и ВДН, причем статистическая значимость этих уравнений регрессии зависит от того, какие параметры ВДН используются в этом уравнении. Согласно результатам расчетов лучше всего данные экспериментов описывает уравнение регрессии:

$$\sigma_u = \sigma_T (Ak + Bk_s + Ckk_s + Dk^2 + G); \quad (6)$$

в котором в качестве меры ВДН использовали модуль приведенного третьего инварианта девиатора $|\mu_s|$. Критерий Фишера для этого уравнения был равен 5,4. Минимально допустимое значение критерия Фишера для доверительной вероятности 94 % и тех же степеней свободы равно 5,3. Величина σ_u , рассчитанная по уравнению (6), представлена в пятом столбце табл. 1. Сравнивая величины в четвертом и пятом столбцах табл. 1 можно видеть, что расхождение ПТ, полученных в опытах и расчете не превысило 2,4 %.

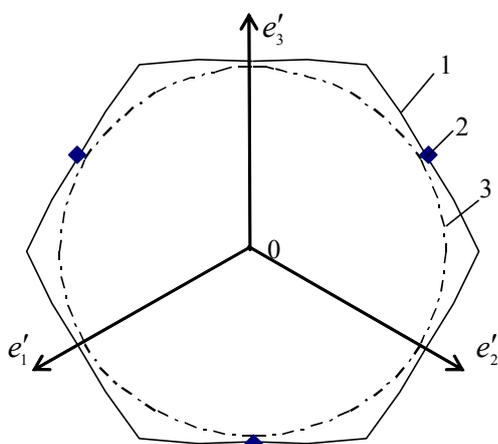


Рис. 2. Сечение ПТ в пространстве главных напряжений девиаторной плоскостью $k = -0,58$: 1- ПТ по уравнению (6); 2 – эксперимент для одноосного сжатия; 3 – окружность Мизеса, e'_i ($i = 1, 2, 3$) - проекции главных осей на девиаторную плоскость

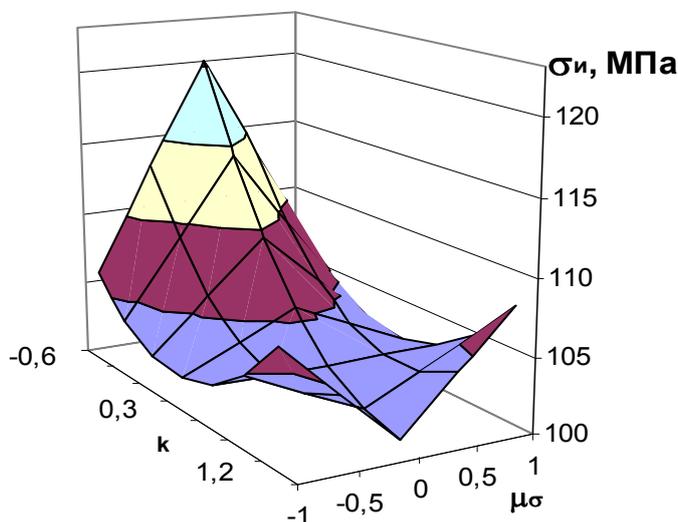


Рис. 3. Поверхность ПТ в координатах μ_s, k, σ_u

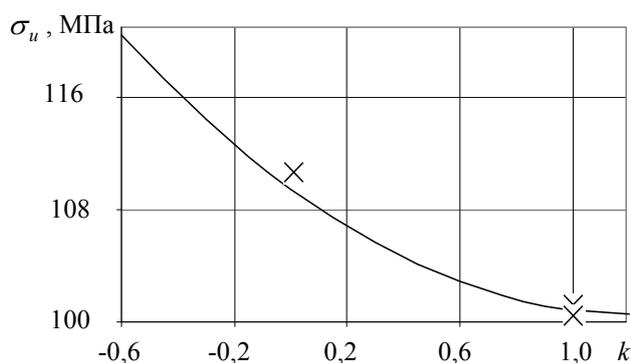
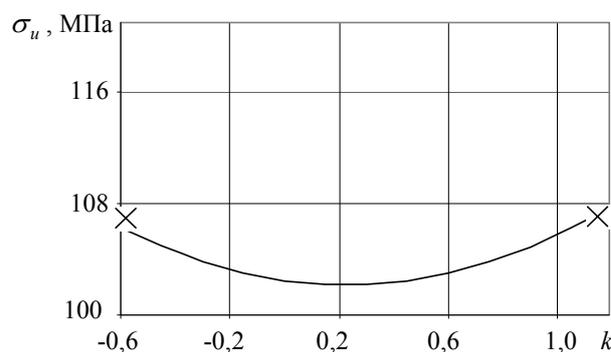
Значения констант уравнения (6) и критерий Стьюдента для них даны в табл. 2. Все константы в уравнении (6) являются статистически значимыми, так как минимальная величина критерия Стьюдента для доверительной вероятности 95 % равна 2,05.

Значения констант и критерий Стьюдента для них

Константа	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>G</i>
Величина константы	-0,144	-0,069	0,116	0,059	1,073
Критерий Стьюдента	4,23	2,86	3,8	2,33	65,46

На рис. 2 показано сечение поверхности ПТ в пространстве главных напряжений девиаторной плоскостью при $k = -0,58$.

На рис. 3 представлена поверхность ПТ согласно уравнению (6) в координатах μ_s , k , σ_u , а на рис. 4 и рис. 5 - сечения этой поверхности плоскостями $\mu_s = 0$ и $\mu_s = -1$. Из рис. 4 можно видеть, что ПТ монотонно уменьшается от 120,4 до 100,5 МПа с ростом параметра ОСТН k . При ВДН, который характеризуется параметром $\mu_s = -1$ (см. рис. 5), в точке $k = 0,24$ ПТ имеет минимальное значение $\sigma_u = 102,2$ МПа.

Рис. 4. Сечения ПТ плоскостью $\mu_s = 0$ Рис. 5. Сечения ПТ плоскостью $\mu_s = -1$

Таким образом, можно видеть, что согласно уравнению регрессии (6) поверхность текучести для термообработанного титанового сплава ВТ14 симметрична относительно плоскости $\mu_s = 0$.

Вывод

Эксперименты при сложном напряженном состоянии показывают, что ПТ многих конструкционных материалов зависит от параметров вида напряженного состояния. Количественная характеристика вида напряженного состояния может быть дана с помощью параметров, которые описывают, соответственно, объемную составляющую тензора и вид девиатора напряжений. Объемную составляющую тензора напряжений характеризует параметр жесткости нагружения, а вид девиатора напряжений - параметр Лоде-Надаи, углы вида напряженного состояния или нормированный третий инвариант девиатора напряжений.

В работе предложены зависимости предела текучести в виде полинома второй степени от параметров вида напряженного состояния. Проведена конкретизация этих уравнений для титанового сплава ВТ14 на основе опытов с нагружением трубчатых образцов осевой силой и внутренним давлением. При обработке экспериментальных данных полагали, что напряженное состояние в стенке образца соответствует тому, какое существует в его срединной поверхности. Интенсивность напряжений вычисляли с учетом осевых, окружных и радиальных напряжений. Учет радиальных напряжений при вычислении интенсивности напряжений, полученной в эксперименте, привел к уменьшению расхождения ПТ при разных видах напряженного состояния с 12,4 до 10,2 %.

Регрессионный анализ показал, что на предел текучести статистически значимое влияние оказывают оба параметра ОСТН и ВДН, причем статистическая значимость этих уравнений регрессии зависит от того, какие параметры ВДН используются в этом уравнении. Результаты расчетов показали, что данные экспериментов лучше всего описывает уравнение регрессии в виде полинома с членами содержащими: первую степень от обоих параметров вида напряженного состояния, произведения этих параметров и второй степени от параметра объемной составляющей тензора напряжений. Наиболее эффективным, с точки зрения статистической значимости, для титанового сплава ВТ14 оказалось использование в предложенных уравнениях регрессии в качестве меры ВДН модуля нормированного третьего инварианта девиатора напряжений. Расхождение экспериментальных данных и расчетов ПТ согласно предложенному уравнению было не больше 2,4 %, а статистическая значимость уравнения превысила величину 94 %.

Применение предложенного уравнения регрессии для описания зависимости ПТ титанового сплава VT14 от параметров вида напряженного состояния позволяет полнее использовать ресурсные возможности этого материала.

Залежність межі текучості титанового сплаву VT14 від параметрів виду напруженого стану

М.М. Тормахов

Анотація. Вид напруженого стану впливає на межу текучості конструкційних матеріалів, що викликає необхідність брати до уваги це явище при визначенні ресурсу цих матеріалів. Кількісна оцінка виду напруженого стану може бути дана за допомогою двох параметрів, які характеризують, відповідно, об'ємну складову тензора і вид девіатора напружень. Об'ємну складову тензора напружень характеризує параметр жорсткості навантаження, а вид девіатора напружень - параметр Лодє, кути виду напруженого стану або нормований третій інваріант девіатора напружень.

У роботі запропоновані залежності межі текучості у вигляді поліномів другого ступеня від параметрів виду напруженого стану. Проведена конкретизація цих рівнянь для титанового сплаву VT14 на основі дослідів з навантаженням трубчастих зразків осьовою силою і внутрішнім тиском. У роботі вважали, що напружений стан в стінці зразка відповідає тому, який існує на його серединній поверхні. При обчисленні інтенсивності напружень були враховані не лише осьові і колові, але і радіальні напруження, що привело до зменшення розбіжності меж текучості при різних видах напруженого стану з 12,4 до 10,2 %.

Результати розрахунків показали, що дані експериментів найкраще описує рівняння регресії у вигляді полінома з членами що містять: перший ступінь від двох параметрів виду напруженого стану, добуток цих параметрів і другу ступінь від параметру об'ємної складової тензора напружень. Найкращим з точки зору статистичної значущості виявилось рівняння, яке в якості параметру виду девіатора напружень містило модуль приведенного третього інваріанту девіатора напружень. Рівень значущості цього рівняння за критерієм Фішера і констант за критерієм Стьюдента перевищив величину 94 %. Використання запропонованого рівняння для опису залежності межі текучості титанового сплаву VT14 від параметрів виду напруженого стану дозволяє повніше використовувати ресурсні можливості цього матеріалу.

Ключові слова: напруження, межа текучості, вид напруженого стану, тензор, девіатор.

Yield limit dependence of titanic alloy VT14 from the stress state parameters

N.N. Tormakhov

Abstract. The stress state mode has influence on the yield limit of construction materials that causes the necessity of account of this phenomenon at determination of this material resource. A quantitative characterization of the stress state can be given by means of two parameters which describe, accordingly, by the volume constituent of tensor and stress deviator mode. Influence of the volume constituent of tensor is characterized by the stress triaxiality parameter, and stress deviator mode - by the Lode parameter, Lode corners or normalized third deviatoric stress invariant.

In paper is proposed the yield limit dependences as second degree polynomials of the stress state parameters. These dependences are concentered for the titanic alloy VT14 on the basis of experiments with the loading of tubular specimen by axial force and intrinsic pressure. Supposed, that the stress state in the wall of specimen corresponded to what exists in on his middle surface. At the calculation of the stress intensity not only axial and circuitous but also radial stresses taken into account, that resulted in reduction of divergence of yield limits at the different stress state from 12,4 to 10,2 %.

The results of calculations showed that the best from the polynomials is equation with contain members: the first degree from both stress state parameters, multiplicity of these parameters and second degree from the stress triaxiality parameter. From the point of view of statistical meaningfulness appeared the best equation that as stress deviator parameter contained the module of the normalized third deviatoric stress invariant. The level of meaningfulness of this equalization on the criterion of Fisher and constants on the criterion of Student exceeded a size 94 %. The application of the proposed regression equation for describing the dependence of the yield strength of a titanium alloy VT14 on parameters of the stress state type makes it possible to make fuller use of the resource capabilities of this material.

Keywords: stress, yield limit, stress state mode, tensor, deviator.

References

1. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. - М.: Машиностроение, 1975. – 400 с.
2. Гігіняк Ф.Ф., Лебедев А.О., Шкодзінський О.К. Міцність конструкційних матеріалів при малоцикловому навантаженні за умов складного напруженого стану. - Киев: Наук. думка, 2003. – 270 с.

3. Каминский А.А., Бастун В.Н. Деформационное упрочнение и разрушение металлов при переменных процессах нагружения. - Киев: Наук. думка, 1985. – 168 с.
4. Тальпов Г.Б. Пластичность и прочность стали при сложном нагружении. Л.: Изд-во Ленингр. Университета, 1968. – 135 с.
5. Lode, W. Versuche über den Einfluss der mittleren Hauptspannung auf das Fließen der Metalle Eisen, Kupfer und Nickel // Zeitung Phys. – 1926. - vol. **36**. – P. 913–939.
6. Механические свойства конструкционных материалов при сложном напряженном состоянии: Справочник / А.А.Лебедев, Б.И.Ковальчук, Ф.Ф.Гигиняк, В.П.Ламашевский. – Киев: Наук. думка, 1983. – 368 с.
7. Влияние вида напряженного состояния на деформирование и прочность теплостойких сталей / А. А. Лебедев, В. П. Ламашевский // Наукові нотатки. – 2011. - Вип. 32. – С. 210 - 218. - Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Nn_2011_32_38.
8. Кучер Н.К., Кучер В.Н. О поверхностях нагружения материалов с различной реакцией при растяжении и сжатии // Київ: «Вісник НТУУ «КПІ». Машинобудування». – 2012. - №65. – С. 38 - 43.
9. Можаровская Т.Н., Можаровский В.Н., Гигиняк Ф.Ф., Булах П.А. Исследование закономерностей деформирования конструкционных материалов в условиях ползучести при длительном статическом и циклическом нагружении с учетом влияния вида напряженного состояния // Вісник нац. техн. ун-ту України «Київський політехнічний інституту. Сер. Машинобудування. - 2008. - №5. – С. 166 – 173.
10. Тимошенко О.В., Коваль В.В., Кравчук Р.В. Вплив виду напруженого стану на критичне значення пошкоджуваності для конструкційних матеріалів при пружно-пластичному деформуванні // Вісник НТУУ «КПІ». Серія Машинобудування. – 2011. - №6. – С. 103 - 107.
11. Соколовский В.В. Об одной форме представления компонент напряжения в теории пластичности // Докл. АН СССР, 1948, LXI, №2. – С. 86 - 94.
12. Новожилов В.В. О связи между напряжениями и деформациями в нелинейно упругой среде // Прикладная математика и механика, 1951, XV, в. 2. – С. 183 – 194.
13. Bai Y., Wierzbicki T. A new model of metal plasticity and fracture with pressure and Lode dependence // International Journal of Plasticity. – 2008. - №24. – P. 1071 – 1096.
14. Shevchenko Yu.N., Tormakhov N.N. Constitutive Equation of Thermoplasticity Including the Therd Invariant // Int. Appl. Mech. – 2010. – **46**, №6. – P. 613 – 624.
15. Тормахов Н.Н. О параметрах вида напряженного состояния // Межд. научн. конф. «Проблемы прочности, пластичности и устойчивости в механике деформируемого твердого тела» Сборн. тр. конф. Тверь, 09-11 декабря. – 2015. - С. 254-259. режим доступа: <http://elibrary.ru/item.asp?id=24832768>
16. Тормахов Н.Н. Геометрическая интерпретация параметров вида напряженного состояния // Збірн. наук. праць Дніпродзержинського держ. техн. університету, Дніпродзержинськ, Україна. – 2015. - Вип. **26**, №1. дод. 2. – С. 54 - 61.
17. Тормахов Н.Н. О физическом смысле понятия «вид напряженного состояния» // Сборник «Математическое моделирование и экспериментальная механика деформируемого твердого тела». – 2017. С. 127 – 131. режим доступа: <http://elibrary.ru/item.asp?id=29068499>
18. Pecherski R.B., Szeptynski P., Nowak M. An extension of Burzynski hypothesis of material effort accounting for the third invariant of stress tensor // Archives of Metallurgy and Materials. – 2011. №1. – P. 503-508.
19. Skrzypek J., Ganczarski A. Constraints on the applicability range of pressure-sensitive yield/failure criteria: strong orthotropy or transverse isotropy // Acta Mech.. – 2016. №227. – P. 2275 – 2304.
20. Radchenko S.G. Эффективная концепция регрессионного анализа // Mechanics and Advansed Technjlogies. – 2017. – Vol. 80, №2. – P. 98 – 106,
DOI: <https://doi.org/10.20535/2521-1943.2017.80.113249>