

# Анализ влияния магнитного поля на ламинарное течение вязкой жидкости в каналах

А.Н. Мамедов • А.Д. Коваль • Я.Ф. Карашук

КПИ им. Игоря Сикорского, г. Киев, Украина

Received: 24 February 2019 / Accepted: March 2019

**Аннотация.** Настоящая работа посвящена проблеме гидродинамики электропроводной жидкости в постоянном магнитном поле, действующем перпендикулярно вектору скорости.

Проведен анализ влияния поперечного магнитного поля на поведение электропроводной вязкой жидкости в канале.

Проведенные эксперименты с использованием магнитных пластин с заданной величиной магнитного поля позволили рассмотреть условия взаимодействия скоростного напора жидкости с величиной напряженности магнитного поля и подтвердили эффект торможения потока за счет воздействия магнитного поля.

Как известно наличие магнитного поля в рассматриваемом случае приводит к изменению реологических свойств протекающей электропроводной жидкости и как показано в работе, жидкость приобретает вязкопластичные свойства, что существенно влияет на гидравлическое сопротивление потока. Так же в работе показана зависимость сопротивления не только от числа Рейнольдса но и от критерия Гартмана.

Дальнейшие исследования позволят дать рекомендации по расчету гидравлического сопротивления с учетом влияния магнитного поля.

**Ключевые слова:** скорость течения, начальный участок, магнитное поле, неньютоновские жидкости

## Введение

На протяжении многих лет, как следует из литературных источников [1–2, 6, 8–10], большое внимание уделяется задачам гидродинамики на гидродинамическом начальном участке. Особенностью такого течения является то, что наряду с силами вязкого трения необходимо учитывать силы инерции от конвективного ускорения, то есть, гидродинамика одномерного стоксового течения преобразуется в двумерную, где под действием сил инерции существенно деформируется поле скоростей и напряжений, возрастают перепады давления по длине. Подобного типа течения имеют место в целом ряде технологических процессов в области химического машиностроения, нефтеперерабатывающей промышленности и систем гидропневмоавтоматики. Корректные решения данных задач по нестабилизированным течениям позволяют во многих случаях уточнить гидродинамические расчеты и дать оценку проявления сил инерции на рабочих участках, такого рода оборудования, как машины и аппараты химических производств, нефтеперерабатывающих систем, и другие. Вместе с тем, появление в промышленности в качестве рабочих жидкостей электропроводных жидкостей и сред, существенно реагирующих на магнитное поле, поставило новые задачи, связанные с исследованием структуры потока на начальном участке. Такие задачи связаны с влиянием поперечного магнитного поля на дестабилизацию потока. Как показано в работах [1–2, 5], влияние поперечного магнитного поля на течение электропроводной жидкости может быть аналогичным влиянию сил инерции от конвективного ускорения. Появляющиеся в данном случае поперечные силы, как и массовые силы инерции, могут существенно влиять на ускорение или торможение потока в канале, на интенсивность вихреобразования и степень возможности возникновения кавитации. Об этом свидетельствуют работы Шерклифа [2] по расходомерным устройствам и исследования Брановера [9].

## Цель работы

Провести анализ влияния поперечного магнитного поля на изменение гидродинамических параметров потока на гидродинамическом начальном участке, используя в качестве рабочих жидкостей электропроводные среды, проявляющие вязкие и аномальновязкие свойства.

**Исследования**

Как известно [1], уравнение, описывающее течение вязкой жидкости на начальном участке при наличии магнитного поля имеет вид

$$\begin{cases} \rho(\vec{v}\nabla)\vec{v} = -\nabla p + \mu\Delta\vec{v} + \frac{1}{c}[\vec{j} \times \vec{B}], & \text{при } \operatorname{div}\vec{v} = 0; \\ \vec{j} = \sigma\left(-\nabla\varphi + \frac{1}{c}[\vec{v} \times \vec{B}]\right), & \text{при } \operatorname{div}\vec{j} = 0. \end{cases} \quad (1)$$

$$\operatorname{rot}\vec{B} = \frac{4\pi}{c}\vec{j}, \quad \text{при } \operatorname{div}\vec{B} = 0,$$

где сила с магнитной природой представлена выражением  $\frac{1}{c}[\vec{j} \times \vec{B}]$ ;  $\vec{j}$  - плотность тока,  $\vec{B}$  - индукция электромагнитного поля.

Как показывают эксперименты, магнитные составляющие в данных уравнениях оказывают тормозящие действия на поток. В то же время, ускорение силы инерции, представленное величиной  $\rho(\vec{v}\nabla)\vec{v}$ , способствует торможению потока на начальном участке пристенной области и ускорению потока в ядре. Таким образом, формирование эпюры скоростей на начальном участке зависит от соотношения данных сил. Что касается сил инерции от конвективного ускорения, то их воздействие на поток может быть описано после анализа воздействия на поток составляющих уравнения движения. Если систему уравнений (1) представить в цилиндрической системе координат (что более удобно при рассмотрении течения в цилиндрических каналах), то составляющая  $\mu\Delta\vec{v}$  характеризует силы, затраченные на преодоление трения, которые в цилиндрической

системе координат будут представлены величиной  $\mu\left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}\right)$ . Силы инерции для начального участка

трубы в цилиндрической системе координат представлены соотношением  $\rho\left(u_z \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial l}\right)$ . Первое слагаемое

$\left(\rho u_z \frac{\partial u}{\partial r}\right)$  характеризует энергию частиц, движущихся в радиальном направлении, а второе слагаемое,  $\left(\rho u \frac{\partial u}{\partial l}\right)$ , инерцию аксиально движущихся частиц.

В соответствии с вышеизложенным, перепад давления по длине, в данном случае, может определяться формулой Дарси – Вейсбаха. Таким образом, руководствуясь данным положением, в общем случае силы, действующие на поток в магнитном поле, могут быть представлены следующим образом

$$\vec{F}_{\text{сум}} = \vec{F}_{\text{ин}} + \vec{F}_{\text{нм}} = \rho\vec{a} + \frac{1}{\sigma}[\vec{j} \times \vec{B}],$$

где  $\vec{F}_{\text{ин}}$  - сила инерции,  $\vec{F}_{\text{нм}}$  - пондеромоторная сила. Второе слагаемое, силы электромагнитного происхождения (пондеромоторные силы), определяемые как величина, равная

$$[\vec{j} \times \vec{B}] = (\operatorname{rot}\vec{B}) \times \frac{\vec{B}}{\mu^*} = \frac{(\vec{B} \operatorname{grad})\vec{B}}{\mu^*} - \frac{\operatorname{grad}\vec{B}}{2\mu},$$

где  $\vec{j}$  - плотность тока,  $\vec{B}$  - индукция магнитного поля,  $\mu^*$  - магнитная проницаемость.

Из проведенного обзора литературы [2–4, 6–7] следует отметить, что подобные рассуждения положены в основу исследований гидродинамического начального участка.

Вместе с тем, до настоящего времени отсутствует достаточно корректная оценка влияния поперечного магнитного поля на кинематические и динамические характеристики на начальном участке и критериальная оценка его длины. В настоящей работе сделана попытка провести анализ влияния поперечного магнитного поля на определение гидродинамических параметров потока на гидродинамическом начальном участке. С данной целью были проведены эксперименты, в которых рабочими жидкостями являлись электропроводные среды, проявляющие вязкие и аномально – вязкие свойства.

Исследованию течения вязких и аномально – вязких жидкостей, обладающих свойством электропроводности в поперечном магнитном поле, посвящен целый ряд работ [1–3, 5], на основании которых сделаны выводы о влиянии магнитного поля на реологические свойства рассматриваемой среды [4, 5], о влиянии на структуру вихреобразований [5], о влиянии на коэффициент гидравлического трения, как в поперечном, так и в продольном электромагнитном поле. Для данных случаев составлены соответствующие уравнения движения (1) и даны предложения об использовании соответствующих критериев подобия [3], среди которых отмечены магнитное число Рейнольдса и число Гартмана. Магнитное число Рейнольдса в соответствии

с работой Бай Ши И [3] рассматривается как отношение линейного размера поля течения  $L$  к характерной длине  $L_l$ , где

$$L_l = \frac{1}{\sigma_0 \mu_l u},$$

либо отношение скорости течения  $u$  к характерной скорости  $u_l$ , то есть

$$u_l = \frac{1}{\sigma_0 \mu_l L} = \frac{v_{Ha}}{L}.$$

Что же касается критерия Гартмана [3], то в большинстве случаев он определяется следующим образом

$$Ha = \sqrt{\frac{\sigma_0 \mu_l^2 Ha^2 u}{\mu_0 (u / L^2)}} = \sqrt{\frac{\text{магнитная сила}}{\text{сила вязкости}}}.$$

Таким образом, на основании ряда исследований установлено влияние силы Лоренца на течение жидкости в магнитном поле. Достаточно полно проанализировано, так называемое, течение Гартмана в работах [1, 3]. Вместе с тем, до настоящего времени недостаточно полно получены представления о взаимодействии электромагнитных сил как массовых сил, с силами инерции от конвективного ускорения, то есть недостаточно полное представление о течении на гидродинамическом начальном участке в поле как сил инерции от конвективного ускорения, так и сил, имеющих магнитную природу. Несмотря на различную природу данных сил, их проявления в потоке электропроводящих жидкостей могут быть подобными.

В декартовой системе координат уравнение движения потока в магнитном поле можно записать в следующем виде

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \left( u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} \right); \\ -\frac{\sigma \vec{H} \vec{B}^2}{c^2} u_x + \frac{\sigma \vec{E}^2(x) \vec{B}}{c} = 0; \\ \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0. \end{array} \right. \quad (2)$$

Анализируя уравнение движения (2) можно сделать следующие выводы о силах, действующих на начальном участке. Эти силы можно представить, как сумму сил вязкого трения, инерции и массовых сил, имеющих магнитную природу. Как показано в работе [1] силы, представленные в уравнениях движения в виде  $[\vec{j} \times \vec{B}]$ , являются массовыми и проявляют полную аналогию с силами инерции. Такая аналогия, приведенная в работе Дж.Шерклифа [2], устанавливается следующим уравнением

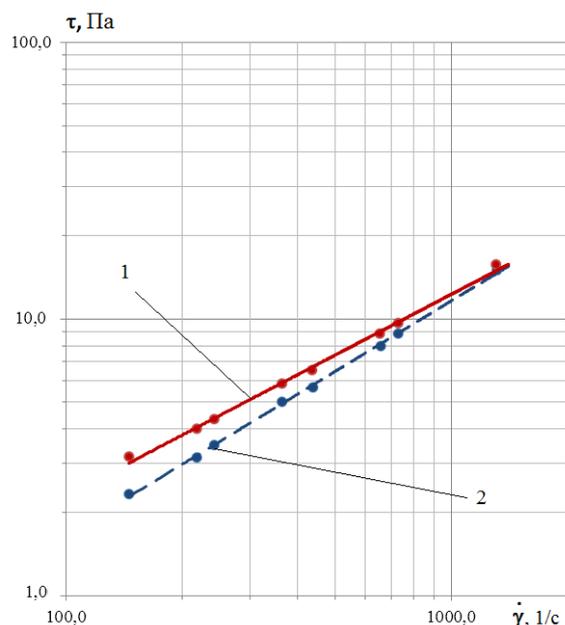
$$[\vec{j} \times \vec{B}] = (\text{rot } \vec{B}) \times \vec{B} \frac{1}{\mu} = (\vec{B} \text{grad}) \vec{B} \frac{1}{\mu} - \text{grad } \vec{B}^2 \frac{1}{2\mu}.$$

Такая аналогия позволяет использовать данное уравнение при решении задач нестабилизированного течения жидкости в магнитном поле для начального участка [1–2, 7].

Учитывая данные особенности при формировании потока на гидродинамическом начальном участке, силы инерции от конвективного ускорения способствуют ускоренному течению в канале [6], а силы, имеющие магнитную природу, проявляют тормозящий эффект. Проявление тормозящего эффекта можно исследовать при изучении поведения электропроводящих жидкостей методом несколько капилляров. Одной из задач настоящих исследований являлось изучение тормозящего эффекта, проявляемого на гидродинамическом начальном участке при наличии поперечного магнитного поля. В качестве рабочих жидкостей использовались электропроводящие жидкости, интенсивности, и электропроводности которых определялись количеством электропроводных добавок.

Рабочие жидкости создавались с такой концентрацией электропроводных добавок, чтобы их обеспечить скорость протекания через капилляр с достаточной точностью. Реологические исследования жидкости полученной на основе минерального масла, проведенные на ротационном вискозиметре Реотест-2, показали, что эта жидкость близка по свойствам к ньютоновской жидкости. Для возможности менять реологические характеристики и значения вязкости добавлением воды одна из жидкостей была создана на основе глицерина, который является ньютоновской жидкостью. Однако магнитная жидкость на основе глицерина проявляла также неньютоновские свойства.

Реологические характеристики используемых в эксперименте жидкостей представлены на рис.1 и рис.2.



**Рис. 1.** Реологическая кривая: 1– под действием магнитного поля ( $k_1=0,0797$ ;  $n_1=0,7291$ ), 2– без магнитного поля ( $k_2=0,0335$ ;  $n_2=0,8465$ )

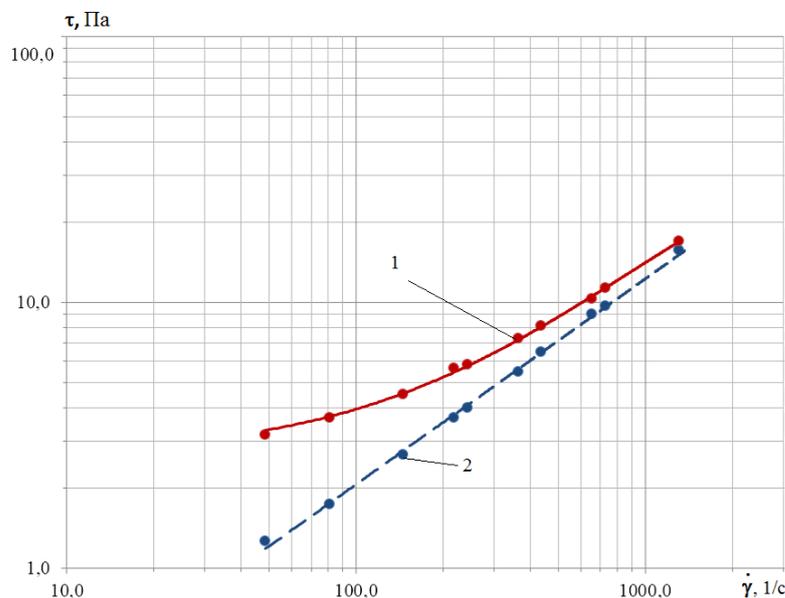
Как видно из этих графиков, данные жидкости являются аномальными и могут быть рассмотрены как жидкости, реологическое поведение которых можно описать законом Оствальда де Виля

$$\tau = k \dot{\gamma}^n,$$

где  $\tau$  – касательное напряжение,  $\dot{\gamma}$  – скорость деформации,  $k$  – мера консистенции,  $n$  – показатель степени.

Кривая, описывающая течение жидкости под действием магнитного поля может быть представлена зависимостью следующего вида

$$\tau = A_1 \dot{\gamma}^2 + A_2 \dot{\gamma} + C.$$



**Рис. 2.** Реологическая кривая: 1– под действием магнитного поля ( $A_1=-2 \cdot 10^{-6}$ [Па с<sup>2</sup>];  $A_2=0,0132$ [Па с];  $C=2,6604$ [Па]), 2– без магнитного поля ( $k_2=0,0585$ ;  $n_2=0,7736$ )

Опыты проводились при изотермическом течении в капиллярах при температуре  $18 \pm 0,2^\circ\text{C}$ .

На рис.3, в качестве примера, представлена зависимость расхода электропроводящей жидкости от магнитной индукции.

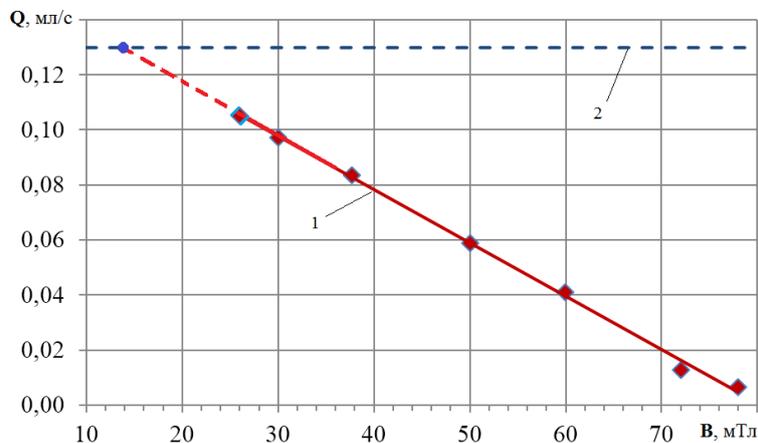
Предварительно была измерена величина магнитного поля на различных расстояниях от магнитов и был измерен расход в капиллярах без воздействия магнитного поля (рис.3, линия 2). Результат эксперимента

показал, что магнитная индукция величиной в 10...12 мТл не оказывает влияние на течение выбранной нами электропроводящей жидкости.

Измерение расхода жидкости в капиллярах при наличии и отсутствии поперечного магнитного поля позволила получить зависимости следующего вида

$$Q = aB + C,$$

где  $Q$  – расход (количество вытекающей жидкости),  $a$  – коэффициент,  $B$  – магнитная индукция,  $C$  – константа.



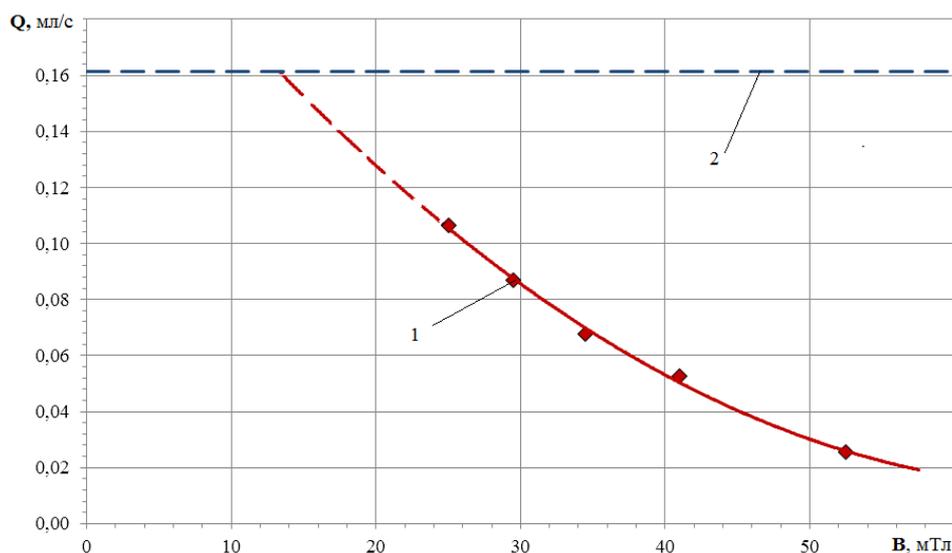
**Рис. 3.** Зависимость расхода от магнитной индукции: 1 – под действием магнитного поля ( $a = -0,0019$  [мл/(с мТл)];  $C = 0,1557$  [мл/с]); 2 – без магнитного поля ( $Q = \text{const}$ )

Анализ данного графика показывает, что наличие магнитной индукции приводит к торможению потока. Кривая 2 характеризует расход без магнитного поля. Число Рейнольдса для кривой 2 составляло  $0,0219 < Re < 0,123$ . Таким образом, при достаточно малых числах Рейнольдса существенным образом проявлялось действие поперечного магнитного поля.

На рис. 4 представлена зависимость расхода, от магнитной индукции (кривая 1), которая может быть описана в виде полинома

$$Q = A_1 B^2 + A_2 B + C.$$

где  $A_1$ ,  $A_2$  и  $C$  – коэффициенты полинома.



**Рис. 4.** График зависимости расхода магнитной жидкости от величины магнитного поля: 1 – под действием магнитного поля ( $A_1 = 5 \cdot 10^{-5}$  [мл/(с мТл<sup>2</sup>)];  $A_2 = 0,0066$  [мл/(с мТл)];  $C = 0,2411$  [мл/с]); 2 – без магнитного поля ( $Q = \text{const}$ )

На рис. 5 представлена зависимость скорости течения в капилляре от магнитной индукции, которая может быть описана в виде

$$V = A_1 B^2 + A_2 B + C$$

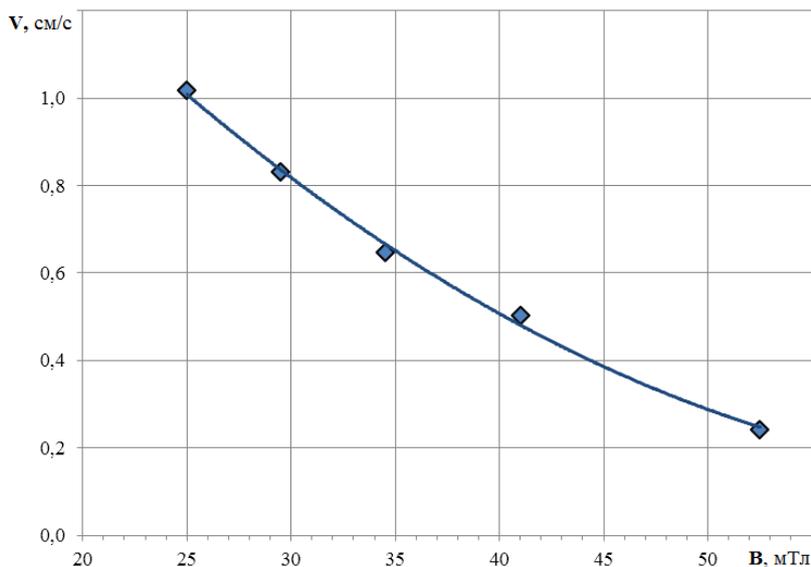


Рис. 5. График зависимости скорости течения от величины магнитного поля ( $A_1=0,0005$  [см/(с мТл<sup>2</sup>)];  $A_2=-0,00634$  [см/(с мТл)];  $C=2,3044$ [см/с])

Данные опыты показали, что при приведенных результатах эксперимента соотношения между числами Рейнольдса и Гартмана представлениями о гидродинамическом начальном участке можно пренебречь, то есть в рассматриваемом случае течение близко к течению Гартмана. В то же время в данном случае наблюдается дестабилизация потока за счет действия поперечного магнитного поля, способствующее его торможению на рассматриваемой длине капилляра.

#### Выводы

На основании представленных исследований можно сделать следующие выводы:

- проведенные эксперименты подтвердили, что для рассматриваемых типов жидкости поперечное магнитное поле приводит к торможению потока; интенсивность торможения потока может быть охарактеризована величиной критерия Гартмана;
- были получены графические зависимости изменения средней скорости потока от магнитной индукции (величина магнитной индукции в результате экспериментов изменялась в пределах  $0=80$  мТл);
- показано, что полученные экспериментальные данные создают предпосылки для расчета длины гидродинамического начального участка в поперечном магнитном поле при заданных значениях его интенсивности как функции числа Рейнольдса и Гартмана, что по существу подтверждает исследования, представленные в работе [3].

## Аналіз впливу магнітного поля на ламінарну течію в'язкої рідини в каналах

А.Н. Мамедов, О.Д. Коваль, Я.Ф. Карашук

**Анотація.** Робота присвячена проблемі гідродинаміки електропровідної рідини, яка рухається в постійному магнітному полі, яке діє перпендикулярно вектору швидкості.

В роботі проведено аналіз впливу поперечного магнітного поля на поведінку електропровідної в'язкої рідини в каналі.

Експерименти, які були проведені з використанням магнітних пластин із заданою величиною магнітного поля дозволили розглянути умови взаємодії швидкісного напору рідини з величиною напруженості магнітного поля, а також підтвердили ефект гальмування потоку за рахунок впливу магнітного поля.

Як відомо наявність магнітного поля в розглянутому випадку приводить до зміни реологічних властивостей електропровідної рідини, що тече, і як показано в роботі, рідина набуває в'язкопластичні властивості, що істотно впливає на гідравлічний опір потоку. Також у роботі показана залежність опору не тільки від числа Рейнольдса, а й від критерію Гартмана.

Подальші дослідження дозволять дати рекомендації з розрахунку гідравлічного опору з урахуванням впливу магнітного поля.

**Ключові слова:** швидкість течії, початкова ділянка, магнітне поле, неньютонівські рідини

## Analysis of the influence of the magnetic field on the laminar flow of a viscous fluid in the channels

A.N. Mamedov, O.D. Koval, Y.F. Karashchuk

**Abstract.** This paper is devoted to the problem of hydrodynamics of an electrically conducting fluid in a constant magnetic field acting perpendicular to the velocity vector.

The influence of the transverse magnetic field on the behavior of an electrically conductive viscous fluid in the channel is analyzed. Experiments using magnetic plates with a given magnetic field made it possible to consider the conditions for the interaction of the velocity head of a liquid with a magnetic field strength and confirmed the effect of flow deceleration due to the magnetic field.

As it is known, the presence of a magnetic field in this case leads to a change in the rheological properties of the flowing electrically conducting fluid and, as shown in the paper, the fluid acquires viscous-plastic properties, which significantly affects the flow resistance. The paper also shows the dependence of resistance not only on the Reynolds number but also on the Hartmann criterion. Further studies will allow to make recommendations for the calculate on of hydraulic resistance, taking into account the influence of a magnetic field.

**Keywords:** flow rate, initial part, magnetic field, non-Newtonian fluids

### References

1. Ватажин. А. Б. Магнитогидродинамические течения в каналах / А. Б. Ватажин, Г. А. Любимов, С. А. Регирер. – М.: Наука, 1970. – 672 с.
2. Шерклиф Д. Курс магнитной гидродинамики / Дж. Шерклиф. – М.: Мир, 1967. – 320 с.
3. Бай Ши-и. Магнитная газодинамика и динамика плазмы / Бай Ши-и. – М.: Мир, 1964. – 302 с.
4. Reyes V. G. (Ed.) Perspectives in Magnetohydrodynamics Research, Nova Science Publishers, 2011, 142 p.
5. Паллабазер З. Эффект магнитной пластичности в неньютоновских жидкостях / З. Паллабазер // Ракетная техника и космонавтика: журнал амер. ин-та аэронавтики и космонавтики, - 1966. - №11. - С. 118-131.
6. Яхно О. М. Гидродинамический начальный участок / О. М. Яхно, В. М. Магиега, В. С. Кривошеев. – Черновцы: Зелена Буковина, 2004. – 141 с.
7. Zheng L. (Ed.) Topics in Magnetohydrodynamics / L. Zheng // InTech Open, 2012. – 219 p.
8. Biskamp D. Nonlinear Magnetohydrodynamics / D. Biskamp // Cambridge University Press, 1997. – 378 p.
9. Брановер Г. Г. Некоторые результаты измерения турбулентных пульсаций скорости в потоке ртути в присутствии поперечного магнитного поля / Г. Г. Брановер, Н. М. Слюсарев, Э. В. Щербинин // Магнитная гидродинамика. - 1965. – С.33-36.
10. Goedbloed H. Magnetohydrodynamics of Laboratory and Astrophysical Plasmas / H. Goedbloed, R. Keepens, S. Powers // 2nd Revised ed. Edition. Cambridge University Press, 2019. – 996 p.