УДК 539.3+534.13+629.783 DOI: 10.20535/2521-1943.2020.89.204546

## Визначення коефіцієнта концентрації напружень у послабленому отвором перерізі композитній пластини, при контакті отвору з циліндром

#### К. М. Рудаков • С. А. Бабієнко • Т. І. Щербань

Мехініко-машинобудівний інститут, КПІ ім. Ігоря Сікорського, м. Київ, Україна

Received: 23 February 2020 / Accepted: 25 May 2020

Методика реалізації. Були проведені чисельні розрахунки із застосуванням методу скінченних елементів (контактна задача) для БЗ пластини із шаруватого ПКМ. Передбачалася 3D-ортотропія кожного моношару. Перевірялися дві прості формули експрес-аналізу. Результати зведені в таблицю. Наведені ілюстрації.

**Результати дослідження.** Отримано числові оцінки, що характеризують ступінь впливу характеристик матеріалу й схеми армування в пластині із шаруватого ПКМ і точність розглянутих формул.

**Висновки.** Зміна матеріалу й схеми армування шаруватого ПКМ призводить до істотної зміни значень ККН у навантаженого болтом отвору в ослабленому отвором перетині пластини, а розглянуті формули експрес-аналізу мають недостатню точність для контрастних випадків матеріалів і схем армування пластини. Необхідні додаткові дослідження.

Ключові слова: полімерний композиційний матеріал; болтове з'єднання; коефіцієнт концентрації напружень

#### Вступ

В практиці конструювання сучасних виробів все частіше застосовують шаруваті полімерні композиційні матеріали (ПКМ) з армуванням вуглецевою або іншою ниткою чи тканиною. Деталі з ПКМ з'єднують з іншими частинами виробу шляхом склеювання, затискування, а також за допомогою штифтів, гвинтів та болтів. Для встановлення останніх роблять круглі отвори, а такі з'єднання узагальнено та спрощено називають болтовими з'єднаннями (БЗ).

У процесі конструювання бажано мати прості (інженерні) формули, які дозволяють провести із задовільною точністю розрахунок міцності запропонованого конструктивного рішення, тобто так звану експрес-оцінку.

Зокрема, для проведення експрес-оцінки на розрив пластини в ослабленому круглим отвором перетині традиційно застосовують формулу [1 – 3]:

$$\frac{N\underline{\alpha}}{h(w-d)} \le \left[\sigma\right]_t,\tag{1}$$

де *N* – результуюче зусилля, що навантажує перетин, ослаблений отвором;

α – теоретичний коефіцієнт концентрації напружень (ККН) біля отвору, навантаженого болтом;

🖂 К. М. Рудаков

knrudakov@ukr.net

🖂 С. А. Бабієнко

serhiozone@gmail.com

© The Author(s). The article is distributed under the terms of the license CC BY 4.0.

**Проблематика.** При проектуванні болтових з'єднань (БЗ) необхідно, зокрема, проводити їхні перевірочні розрахунки на міцність. При цьому бажано застосовувати експрес-аналіз: розрахунки по простих формулах достатньої точності. Один з основних розрахунків БЗ на міцність - розрахунок на розрив перетину, ослабленого отвором. Для БЗ пластин із шаруватих полімерних композиційних матеріалів (ПКМ) проблема ще не вирішена.

**Ціль дослідження.** Провести перевірку точності двох відомих формул експрес-розрахунку величини коефіцієнтів концентрації напружень (ККН) при контакті отвору з болтом, на контрастних прикладах матеріалів і схем армування пластини із ПКМ.

h, w – товщина та ширина пластини в зоні отвору; d – діаметр отвору;

[σ], – напруження, що допускається, на розрив матеріалу.

На момент проведення розрахунку відомі всі величини, окрім ККН α. Тому всі подальші дії будуть спрямовані на визначення цієї величини.

Розрізняють три випадки для розрахунку ККН в отвору: отвір є вільним від навантаження (позначили ККН як а), отвір навантажений болтом (ККН а), отвір заповнений іншим матеріалом. Відомо, що завжди α > α [4, стор. 56; 5].

Відзначимо, що задача про навантаження отвору болтом принципово відрізняється від задачі про заповнення отвору іншим матеріалом, оскільки при заповненні передбачається нерозривність переміщень на всій границі розділу двох матеріалів [6], а контактна взаємодія має однобічний характер.

Величина теоретичного ККН визначається з відношення значень напружень у послабленому отвором перетині: максимального  $\sigma_{max}$  до номінального  $\sigma_{nom}$ , тобто

$$\underline{\alpha} = \sigma_{\max} / \sigma_{nom}, \qquad (2)$$

причому для розрахунку  $\sigma_{nom}$  може використовуватися нетто-перетин (вузькі пластини) або брутто-перетин (широкі пластини) [6, 7], а також повинні використовуватися рівняння лінійної пружності.

Для пластин із анізотропного матеріалу, щоб відрізняти випадок від ізотропного, замість ККН а будемо писати α .

Для визначення ККН в отворі необхідно розв'язати контактну негерцеву задачу [8], оскільки зазор допускається, але незначний, тому геометрія зони контакту є майже узгодженою. Ця задача виявилася дуже складною навить для ізотропного випадку, а у ПКМ ще додаються анізотропія й неоднорідність, тобто проблема значно ускладняється.

Шаруваті ПКМ моделюють як сукупність моношарів. Кожний моношар має дві складові: наповнювач (основа) та армування (нитка чи тканина). Вважається, що матеріал моношару є ортотропним. Кожний моношар має свій напрямок укладання. Призначається основний напрямок, записується схема укладання в ПКМ [9].

Моношари на виході в отвір, при контакті з болтом, по-різному пручаються навантаженню. На це впливають і кути укладання, і анізотропія, і умови нерозривності переміщень в їхньому конгломераті (взаємовплив) [5].

Очевидно, що руйнування найбільш навантаженого моношару "потягне" за собою руйнування інших [9]. Тому для застосування формул (1) і (2), необхідно врахувати специфіку шаруватих ПКМ. Це може відбуватися тільки через ККН α для моношару. Таких досліджень в літературі небагато. Тому метою роботи було перевірка точності двох відомих формул експрес-розрахунку величини ККН α при контакті отвору з болтом, на контрастних прикладах матеріалів та схем армування пластини із ПКМ.

#### Коефіцієнт концентрації напружень у круглого отвору, що контактує з болтом: формули експрес-аналізу

У статті [10] відзначено, що є декілька варіантів аналітичних розв'язків для пластини одиничної товщини з ортотропного матеріалу, через функції комплексного змінного. Але на практиці їхнє застосування утруднене. У статті [11] запропонували наближений варіант (без зазору й тертя, з нерухомим твердим стрижнем (pin-loaded hole)), заснований на розв'язку De Jong [12]. Обговорено обмеження  $\varsigma = d/w \le 0.5$ . З отриманого розв'язку [11] шляхом нескладних перетворень в [10] отримана формула для визначення ККН у болтовому з'єднанні, в ослабленому отвором перетині монослоя:

$$\underline{\tilde{\alpha}}(\varsigma) = \frac{1-\varsigma}{\varsigma} \left[ \frac{\varsigma}{2} + \left(\frac{\varsigma}{2} + \frac{4}{\pi^2}\right) \frac{\sqrt{2\left(\sqrt{E_{YY} / E_{XX}} - \mu_{YX}\right) + E_{YY} / G_{YX}}}{\sqrt{E_{YY} / E_{XX}}} \right],\tag{3}$$

де напрямок Х відповідає напрямку дії сили, що розтягує, у площині пластини й збігається з напрямком головної осі ортотропии 1; У напрямок, ортогональний напрямку Х й також лежить у площині пластини, збігається з напрямком головної осі ортотропии 2; E<sub>XX</sub>, E<sub>YY</sub>, G<sub>XY</sub>, µ<sub>YX</sub> – модулі Юнга, зсуву й коефіцієнт Пуассона відповідно. Якщо відомо значення  $\mu_{XY}$ , а не  $\mu_{YX}$ , то підраховується  $\mu_{YX} = E_{YY} \mu_{XY} / E_{XX}$ .

Для ізотропного матеріалу формула (3) вироджується у

$$\underline{\tilde{\alpha}}(\varsigma) = \frac{1-\varsigma}{\varsigma} \left[ \frac{\varsigma}{2} + 2\left(\frac{\varsigma}{2} + \frac{4}{\pi^2}\right) \right],\tag{4}$$

оскільки частина виразу (3) із модулями пружності точно дорівнює двійці.

Ще один варіант визначення ККН для практично важливого діапазону  $0.15 \le \varsigma \le 0.5$  запропонований у роботі [10]. Формула є компіляцією добре обґрунтованих апроксимацій і формул, отриманих експериментально та теоретично:

$$\underline{\tilde{\alpha}}(\varsigma) \approx \underline{\alpha}(\varsigma) \cdot \{1 + (1 - \varsigma) \cdot [\tilde{\alpha}(0) - 3] / \alpha(\varsigma)\},$$
(5)

де

$$\alpha(\varsigma) \approx 3.000 - 3.140 \,\varsigma + 3.667 \,\varsigma^2 - 1.527 \,\varsigma^3; [7, табл. 17.1];$$
 (6)

$$\underline{\alpha}(\varsigma) \approx 12.882 - 52.714\varsigma + 89.762\varsigma^2 - 51.667\varsigma^3; \quad [13, \text{ crop. } 358]; \tag{7}$$

$$\tilde{\alpha}(0) = 1 + \sqrt{2\left(\sqrt{E_{XX} / E_{YY}} - \mu_{XY}\right) + E_{XX} / G_{XY}}; \quad [14].$$
(8)

#### Моделі пластини, матеріали

Для перевірки формул (3), (4) та (5) моделювали пластини, шари якої виконані на основі таких матеріалів:

- ізотропний (позначили як I);
- ортотропний з вуглецевої стрічки УОЛ-300-1А (позначили як II), укладеної вздовж пластини;
- ортотропний з вуглецевої стрічки УОЛ-300-1А, укладеної впоперек пластини;
- ортотропний з вуглецевої тканини УТ-900-3А (позначили як III), укладеної під кутом 45 градусів від повздовжньої осі пластини;
- ортотропний з вуглецевої стрічки УОЛ-300-1А та тканини УТ-900-3А, укладеної за формулою [45,90,-45,0]s (цифри є градусами від повздовжньої осі пластини).

Модулі пружності ортотропних моношарів наведені в таблиці 1. Дані взяті зі статі [15] (з перерахуванням  $\mu_{21} = \mu_{12}E_{22} / E_{11}$ ). Ізотропний матеріал мав модуль Юнга  $E=1.5 \cdot 10^5$  МПа, коефіцієнт Пуассона  $\mu=0.3$ . "Болт" – титановий сплав ВТ-16, для якого прийняли модуль Юнга  $E=1.15 \cdot 10^5$  МПа, коефіцієнт Пуассона  $\mu=0.3$ .

Моношари	Модулі Юнга ·10 <sup>-5</sup> , МПа			Модулі зсуву ·10 <sup>-5</sup> , МПа			Коефіцієнти Пуассона		
	$E_{11}$	E <sub>22</sub>	E <sub>33</sub>	$G_{12} = G_{21}$	$G_{13} = G_{31}$	$G_{23} = G_{32}$	$\mu_{12} = \mu_{13}$	$\mu_{23} = \mu_{32}$	$\mu_{21} = \mu_{31}$
II	1.500	0.0800	0.0800	0.0440	0.0440	0.0270	0.2900	0.4800	0.0155
III	0.800	0.800	0.0850	0.0600	0.0480	0.0480	0.4000	0.3200	0.3200

Таблиця 1. Модулі пружності моношарів (ІІ - УОЛ-300-1А; ІІІ - УТ-900-3А)

Розміри:

пластина 62.5 × 30 × 0.8 мм. Отвір діаметром 5 мм на відстані 17.5 мм від торця;

– циліндр ("болт") діаметром 5 мм та довжиною 2 мм.

У статті [5, табл. 1] у чисельних розрахунках було отримано, що скінченно-елементна модель (один СЕ по товщині пластини) з отвором *d* =5 мм у пластині шириною *w* =30 мм, з розміром гексагонального СЕ



**Рис. 1.** Розрахункова модель пластини у контакті з циліндром ("болтом")

аругого порядку апроксимації в зоні концентрації напружень 0.025 мм на 0.025 мм (відносний розмір CE – 0.005 d) давала точність визначення ККН не гірше 2%. Тому взяли цю модель моношару CE за основу, розмножили шари в кількості 1×4 = 4 (по 1 CE по товщині кожного з 4-х моношарів), вони заповнили половину товщини пластини, кожному моношару задавали необхідний кут укладання.

У моделі (рис. 1) використали наявність двох площин симетрії: *ХоУ* (у центральній

площині пластини) і XoZ (уздовж пластини), тобто модель містила <sup>1</sup>/<sub>4</sub> з'єднання. Всі вузли скінченноелементної моделі, що лежать на площинах розсічення, закріплювали в напрямку нормалі. Крім того, вузлам, що лежать на виступаючому (на 1 мм вище поверхні пластини) торці циліндра, забороняли переміщення в напрямку осей X та Z.

Матеріалу "болта" завищували модуль Юнга в 1000 разів. Тобто робили його дуже жорстким, щоб практично виключити його вигин. Вихідний зазор між циліндром й отвором, а також тертя, не задавали. Тобто умови відповідали умовам отримання формули (3). Застосовували сучасну модель контакту типу "поверхняповерхня", з автоматичним визначенням і коректуванням зони контакту.

#### Визначення номінального напруження в найбільш навантаженому моношарі

Із розв'язку задачі методом скінченних елементів можна отримати для формули (2) значення  $\sigma_{max}$ . Виявилося, що є проблема з визначенням  $\sigma_{nom}$ .

Номінальне напруження  $\sigma_{nom}$  для формули (2) в однорідній пластині з ізотропного матеріалу обчислюється як

$$\sigma_{nom} = N / (h(w-d)) = N / [A(1-\zeta)] = q / (1-\zeta).$$
(9)

У пластинах із ПКМ в кожному *n*-му моношарі – свої значення  $N_n$  й  $h_n$ . Значення  $h_n$  відомі, а для визначення складових  $N_n$  для  $N = \sum N_n$  можна застосувати алгоритм з формул (3) ... (6) статті [5] і, кінецькінцем, отримати формулу

$$\sigma_{nom} = \frac{N}{A} \cdot \frac{1}{1 - \varsigma} \cdot \frac{(E_{11})_0}{(E_{11})_{ef}},$$
(10)

з якої прикладене на торці пластини розподілене навантаження, що розтягує:

$$q = \frac{N}{A} = \sigma_{nom} (1 - \varsigma) \cdot \frac{(E_{11})_{ef}}{(E_{11})_0} .$$
(11)

Тут позначені  $(E_{11})_0$  – модуль Юнга в найбільш навантаженому моношарі в напрямку дії сили N;  $(E_{11})_{ef}$  – "еквівалентний" модуль Юнга в тому же напрямку, який можна отримати з використанням в якості "інструмента" діалогу Layups із Femap [16].

За формулою (11) розрахували значення q, причому для полегшення аналізу результатів задавали  $\sigma_{nom} = 100 \text{ MIa}$ . Ці значення привели в таблиці 2.

**Таблиця 2.** Значення розподіленого навантаження q (МПа), що задається на торці пластини, при  $\zeta = 1/6$  (для одержання  $\sigma_{nom} = 100$  МПа)

Пластина з моношарів	$[0 / 0 / 0 / 0]_S$	[90/90/90/90] <sub>S</sub>	[45/45/45/45] <sub>S</sub>	[45/90/-45/0] <sub>S</sub>
Ι	02.2(2)	-	-	_
II	83.3(3)	83.3(3)	-	_
III	_	_	83.3(3)	—
II&III	_	_	_	34.977

# Коефіцієнт концентрації напружень у круглого отвору, навантаженого жорстким болтом: результати розрахунків

У таблиці 3 приведені розрахункові значення, а також відхилення у відсотках відносно результатів, отриманих за МСЕ. А на рис. 2 – кольорові зображення напружень  $\sigma_{max} = \sigma_1$  на поверхні пластини в околі отворів. Зображення циліндра ("болта") видалено.

C	Спосіб одержання / відхилення від МСЕ, %				
Схема армування	Формула (3)	Формула (5)	MCE		
ізотропна	5.30 / - 15.3	6.35 / +1.44	6.26		
$[0 / 0 / 0 / 0]_S$	16.3 / - 21.6	15.6 / - 25.0	20.8		
$[90 / 90 / 90 / 90]_S$	4.08 / - 75.4	5.32 / - 68.0	16.6*		
$[45/45/45/45]_S$	5.30 / - 43.9	6.35 / - 32.8	9.45**		
$[45/90/-45/0]_S$	16.3 / + 87.6	15.6 / + 79.5	8.73		
	Схема армування ізотропна [0/0/0/0] <sub>S</sub> [90/90/90/90] <sub>S</sub> [45/45/45/45] <sub>S</sub> [45/90/-45/0] <sub>S</sub>	Скема армування         Спосіб одерж           Формула (3)         Формула (3)           ізотропна         5.30 / - 15.3           [0 / 0 / 0 / 0] <sub>S</sub> 16.3 / - 21.6           [90 / 90 / 90 / 90] <sub>S</sub> 4.08 / - 75.4           [45 / 45 / 45 / 45] <sub>S</sub> 5.30 / - 43.9           [45 / 90 / -45 / 0] <sub>S</sub> 16.3 / + 87.6	Скема армування         Спосіб одержання / відхилення від М           Формула (3)         Формула (5)           ізотропна         5.30 / - 15.3         6.35 / +1.44           [0 / 0 / 0 / 0] <sub>S</sub> 16.3 / - 21.6         15.6 / - 25.0           [90 / 90 / 90 / 90] <sub>S</sub> 4.08 / - 75.4         5.32 / - 68.0           [45 / 45 / 45 / 45] <sub>S</sub> 5.30 / - 43.9         6.35 / - 32.8           [45 / 90 / -45 / 0] <sub>S</sub> 16.3 / + 87.6         15.6 / + 79.5		

Таблиця 3. Значення коефіцієнтів концентрації напружень у круглого отвору в пластині, навантаженої жорстким болтом (без зазору й тертя)

\*в точці, що на 90 градусів повернута відносно точки, де застосовуються формули (3) та (5), і в якій отримано МСЕ значення ККН у 5.00 одиниць (рис. 2 *в*);

\*\*в точці, що на 45 градусів повернута відносно точки, де застосовуються формули (3) та (5), і в якій отримано МСЕ значення ККН у 3.41 одиниці (рис. 2 г).



**Рис. 2.** Максимальне напруження  $\sigma_{\text{max}} = \sigma_1$  на поверхні пластини в околі отвору, навантаженому циліндром ("болтом"), МПа. Моношари та схеми армування: *a*) – І (ізотропна); *б*) – ІІ ( $[0/0/0/0]_S$ ); *в*) – ІІ ( $[90/90/90]_S$ ); *г*) – ІІІ ( $[45/45/45/45]_S$ ); *д*) – ІІ&ІІІІ ( $[45/90/-45/0]_S$ )

#### Обговорення результатів

Усі розв'язки МСЕ показують, що пікові значення  $\sigma_{max} = \sigma_1$  реалізуються не строго в ослабленому отвором перерізі пластини, тобто не там, де застосовуються формули (3) та (5). Але, оскільки експрес-аналіз є перевірочним на міцність, то в таблицю 3 помістили значення  $\sigma_{max}$  саме пікові, не зважаючи на їхнє реальне положення на поверхні отвору.

Для ізотропного матеріалу І замість формул (3) та (5) застосовуються їхні вироджені варіанти – формули (4) та (7).

Матеріал пластини з моношарів III вважається квазі-ізотропним в площині, а також є однорідним по товщині, тому для нього теж повинні застосовуватися формули (4) та (7), що і було зроблено.

Матеріал пластин з моношарів III та II&III вважається квазі-ізотропним в площині, але не є однорідним по товщині, тому у цьому випадку повинні застосовуватися формули (3) та (5) для шару з кутом укладання нуль градусів.

Оскільки ортотропні шари з різними напрямками укладання повинні деформуватися без розривів в площинах сполучення, то виникає взаємовплив шарів, який знижує пікові значення напружень, що спостерігається у пластині з моношарів II&III.

#### Висновки

3 результатів дослідження можна зробити такі висновки (у порівнянні з розрахунками МСЕ):

- 1. Формула (3) для однорідної по товщині пластини дала занижені результати, навіть для ізотропного матеріалу;
- Формула (5) для однорідної по товщині пластини дала занижені результати, окрім ізотропного матеріалу;
- Положення точки (зони) з піковим значенням σ<sub>max</sub> прямо залежить від схеми напрямків укладання моношарів;
- 4. Взаємовплив шарів значно знижує реальне значення ККН у моношарах у випадку неоднорідної по товщині композитної пластини.
- 5. Потрібні додаткові дослідження для встановлення більш точних формул експрес-аналізу міцності пластин із шаруватих ПКМ з отворами, контактуючими з болтами.

#### References

- 1. ECSS E HB 32 20, Part 2A. Structural materials handbook Part 2: Design calculation methods and general design aspects. (2011), available at: http://www.ecss.nl/wp-content/uploads/handbooks/ecss-e-hb/ECSS-E-HB-32-20\_Part2A.pdf
- 2. Двейрин А.З. Обзор и анализ состояния проблемы расчетно-экспериментального обеспечения проектирования агрегатов самолета из полимерных композитов с механическими соединениями деталей / А.З. Двейрин // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. 2014. № 66. С. 5–19.
- Проектирование и конструирование изделий из композиционных материалов. Теория и практика: учебник / П.М. Гагауз, Ф.М. Гагауз, Я.С. Карпов, С.П. Кривенда; под общ. ред. Я.С. Карпова – Х. : Нац. аэрокосм. ун-т им. Н.Е. Жуковского "Харьк. авиац. ин-т", 2015. – 672 с.
- 4. Grover, H.J. NAVAIR 01-1A-13. Fatigue of Aircraft Structures. NAVAL Air Systems Command Department of the NAVY. 1966.
- 5. Рудаков К.Н. О расчетах болтового соединения на разрывное разрушение ослабленного отверстием сечения композитной пластины / К.Н. Рудаков, Ю.Н. Дифучин // Mechanics and Advanced Technologies. 2018. Т. 82, № 1. С. 58–66. https://doi.org/10.20535/2521-1943.2018.82.121050
- 6. Савин Г.И. Механика деформируемых тел. Избранные труды. Киев : "Наукова думка", 1979. 466 с.
- 7. Young W.C., Buynas R.G. Roark's Formulas for Stress and Strain. Seventh Edition. McGraw-Hill, 2002. 852 p.
- 8. Johnson K.L. Contact mechanics, Cambridge University Press, Cambridge, Great Britain. 1985.
- 9. Milton Graeme W. The Theory of Composites. Cambridge University Press, 2004. 719 p.
- 10. Рудаков К.Н. Коэффициент концентрации напряжений у контактирующего с болтом нагруженного отверстия в монослое ортотропного композиционного материала / К.Н. Рудаков, Ю.Н. Дифучин, С.А. Бабиенко // Mechanics and Advanced Technologies. 2019. Т. 85, № 1. С. 41–48. https://doi.org/10.20535/2521-1943.2019.85.155702
- 11. Echavarrı'a C., Haller P., Salenikovich A. Analytical study of a pin-loaded hole in elastic orthotropic plates. Composite Structures. 2007. vol. 79. pp. 107-112. https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2005.11.038
- De Jong, T. Stresses around pin-loaded holes in elastically orthotropic or isotropic plates. J. Compos. Mater. 1977. vol. 11. P. 313-331.
- 13. Pilkey W.D. and Pilkey D.F. Peterson's Stress Concentration Factors. Third Edition. John Wiley & Sons, Inc. Hoboken, New Jersey, 2008. Canada.
- 14. Теория упругости анизотропного тела. Изд. 2-е. / С.Г. Лехницкий. М. : Главная редакция физ-мат. лит-ры изд-ва "Наука", 1977. – 416 с.
- Дифучин Ю.М. Чисельне моделювання болтових з'єднань з ПКМ. Повідомлення 1. Створення змішаних 3D-моделей / Ю.М. Дифучин, К.М. Рудаков // Вісник НТУУ "КПІ". Серія машинобудування. 2016. Т. 77, №2. С. 100–107. https://doi.org/10.20535/2305-9001.2016.77.76975
- 16. Рудаков К.Н. FEMAP 10.2.0. Геометрическое и конечно-элементное моделирование конструкций. К., 2011. 317 с. Режим доступу : http://www.cad.dp.ua/stats/FEMAP-102.php.

### Определение коэффициента концентрации напряжений в ослабленном отверстием сечении композитной пластины, при контакте отверстия с цилиндром

#### К. Н. Рудаков, С. А. Бабиенко, Т. И. Щербань

**Проблематика.** При проектировании болтовых соединений (БС) необходимо, в частности, проводить проверочные прочностные расчеты. При этом желательно применять экспресс-анализ: расчеты по простым формулам достаточной точности. Один из основных прочностных расчетов БС – расчет на разрыв сечения, ослабленного отверстием. Для БС пластин из слоистых полимерных композиционных материалов (ПКМ) проблема еще не решена.

**Цель исследования.** Провести проверку точности двух известных формул экспресс-анализа величины коэффициентов концентрации напряжений (ККН) при контакте отверстия с болтом, на контрастных примерах материалов и схем армирования пластины из ПКМ.

Методика реализации. Были проведены численные расчеты с применением метода конечных элементов (контактная задача) для БС пластины из слоистого ПКМ. Предполагалась 3D-ортотропия каждого монослоя. Проверялись две простые формулы экспресс-анализа. Результаты сведены в таблицу. Приведены иллюстрации.

**Результаты исследования.** Получены числовые оценки, характеризующие степень влияния характеристик материала и схемы армирования в пластине из слоистого ПКМ и точность рассмотренных формул.

**Выводы.** Изменение материала и схемы армирования слоистого ПКМ приводит к существенному изменению значений ККН у нагруженного болтом отверстия в ослабленном отверстием сечении пластины, а рассмотренные формулы экспрессанализа имеют недостаточную точность для контрастных случаев материалов и схем армирования пластины. Необходимы дополнительные исследования.

Ключевые слова: полимерный композиционный материал; болтовое соединение; коэффициент концентрации напряжений

## Determination of stress concentration factor in the section of the composite plate weakened by the hole, upon contact of the hole with the cylinder

#### Konstantin Rudakov, Serhii Babiienko, Tatiana Scherban

**Problematic.** When designing bolted joints (BJ), it is necessary, to carry out verification strength calculations. In this case, it is advisable to use express analysis: calculations using simple formulas of sufficient accuracy. One of the main strength calculations of BJ is the calculation of the gap section weakened by the hole. For BJ plates made of layered fibre-reinforced polymers (FRP), the problem has not yet been solved.

**Research objective.** To verify the accuracy of two well-known express analysis formulas for stress concentration factors (SCF) at the contact of the hole with the bolt, using contrasting examples of materials and schemes for reinforcing FRP plates.

**Realization technique.** Numerical calculations were carried out using the finite element method (contact problem) for a BJ plate made of layered FRP. A 3D orthotropy of each monolayer was assumed. Two simple express analysis formulas were tested. The results are tabulated. The illustrations are provided.

*The results of research.* Numerical estimates are obtained that characterize the degree of influence of material characteristics and reinforcement patterns in a layered FRP plate and the accuracy of the formulas considered.

**Conclusions.** A change in the material and the reinforcement scheme of the layered FRP leads to a significant change in the SCF values of the bolt-loaded hole in the section of the plate weakened by the hole, and the considered express analysis formulas have insufficient accuracy for contrast cases of materials and plate reinforcement schemes. More research is needed.

Keywords: polymeric composite material; bolted joints; stress concentration factor

#### References

- 1. ECSS-E-HB-32-20, Part 2A. Structural materials handbook Part 2: Design calculation methods and general design aspects. (2011), available at : http://www.ecss.nl/wp-content/uploads/handbooks/ecss-e-hb/ECSS-E-HB-32-20\_Part2A.pdf
- 2. Dvejrin, A.Z. (2014), "Review and analysis of problem state of experiment-calculated support of design of aircraft units from polymer composites with mechanical junction of parts", *Otkrytye informacionnye i komp'juternye integrirovannye tehnologii*, no. 66, pp. 5–19.
- 3. Gagauz, P.M., Gagauz, F.M., Karpov, Ya.S. and Krivenda, S.P. (2015), *Proektirovanie i konstruirovanie izdelii iz kompozitsionnykh materialov. Teoriya i praktika* [Projection and constructing of articles from composite materials. The theory and practice], in Karpova, Ya.S. (ed.), Nats. aerokosm. un-t im. N.E. Zhukovskogo "Khar'k. aviats. in-t", Kharkov, Ukraine.
- 4. Grover, H.J. (1966), NAVAIR 01-1A-13. Fatigue of Aircraft Structures. NAVAL Air Systems Command Department of the NAVY.
- Rudakov, K. and Dyfuchyn, Y. (2018), "About calculations of net-tension failure of a bolted joint on the weakened by hole cross-section of composite plate", *Mechanics and Advanced Technologies*, vol. 82, no. 1. pp. 58–66. https://doi.org/10.20535/2521-1943.2018.82.121050
- 6. Savin, G.I. (1979), *Mekhanika deformiruemykh tel. Izbrannye trudy* [Mechanics of deformable bodies. The Selected transactionses], Naukova dumka, Kiev, Ukraine.
- 7. Young, W.C. and Buynas, R.G. (2002), Roark's Formulas for Stress and Strain. Seventh Edition. McGraw-Hill.
- 8. Johnson, K.L. (1985), Contact mechanics, Cambridge University Press, Cambridge, Great Britain.
- 9. Milton Graeme W. (2004), *The Theory of Composites*. Cambridge University Press.
- 10. Rudakov, Konstantin, Dyfuchyn, Yury and Babienko, Sergey (2019), "Stress concentration factor near loaded hole contacting with the bolt in the monolayer of orthotropic composite material", *Mechanics and Advanced Technologies*, vol. 85, no. 1, pp. 41–48. https://doi.org/10.20535/2521-1943.2019.85.155702
- 11. Echavarrı'a, C., Haller, P. and Salenikovich, A. (2007), "Analytical study of a pin–loaded hole in elastic orthotropic plates", *Composite Structures*, vol. 79. pp. 107–112. https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2005.11.038.
- 12. De Jong, T. (1977), "Stresses around pin-loaded holes in elastically orthotropic or isotropic plates". *Compos. Mater.*, vol. 11. pp. 313–331.
- 13. Pilkey, W.D. and Pilkey, D.F. (2008), *Peterson's Stress Concentration Factors. Third Edition.* John Wiley & Sons, Inc. Hoboken, New Jersey, Canada.
- 14. Lehnickij, S.G. (1977), *Teorija uprugosti anizotropnogo tela*, [Theory of isotropic elasticity], 2nd ed., Glavnaja redakcija fizmat. lit-ry izd-va "Nauka", Moscow, Russia.
- 15. Dyfuchyn, Y.N. and Rudakov, K.N. (2016), "Numerical Modelling of Bolted Joints from Composite. The Message 1. Creation of the Mixed 3D-Models", *Journal of Mechanical Engineering NTUU "Kyiv Polytechnic Institute*", vol. 77, no. 2, pp. 100–107. https://doi.org/10.20535/2305-9001.2016.77.76975
- 16. Rudakov, K.N. (2011), FEMAP 10.2.0. Geometricheskoe i konechno-elementnoe modelirovanie konstruktsii [Geometrical and FEM of designs], Kiev, Ukraine, available at : http://www.cad.dp.ua/stats/FEMAP-102.php.