

УДК 539.376

Голуб В.П., д.т.н., проф.

Институт механики им. С.П.Тимошенко НАН Украины, г. Киев, Украина

## КЛАССИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ РАЗРУШЕНИЯ В РЕШЕНИИ ЗАДАЧ УСТАЛОСТИ ПРИ ДВУХОСНОМ КОМБИНИРОВАННОМ НАГРУЖЕНИИ

Golub V.

S.P.Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine

### THE CLASSICAL FRACTURE CRITERIA ON THE SOLUTION OF FATIGUE PROBLEMS UNDER THE BIAxIAL COMBINED LOADING

Рассматривается применимость классических критериев разрушения для оценки предельного состояния и усталостной долговечности тонкостенных трубчатых элементов при комбинированном нагружении осевым растяжением-сжатием и кручением, изгибом и кручением. В качестве критериев разрушения выбраны критерий максимальных нормальных напряжений, критерий максимальных касательных напряжений и критерий удельной энергии формоизменения. Решены и апробированы экспериментально задачи расчета амплитуд предельных нормальных и касательных напряжений и задачи расчета усталостной долговечности.

*Ключевые слова:* тонкостенные трубчатые элементы, двухосное комбинированное нагружение, циклическое растяжение-сжатие, циклический изгиб, циклическое кручение, двухосная многоцикловая усталость, предельное состояние, усталостная долговечность.

#### Введение

Одной из основных причин преждевременного выхода из строя многих ответственных деталей современных машин и элементов конструкций является многоосная усталость – наиболее опасный и трудно предсказуемый вид разрушения [1-3]. Многие актуальные задачи многоосной усталости связаны с обоснованием критериев разрушения, с оценкой предельного состояния и с прогнозированием усталостной долговечности. Решение этих задач строится, как правило, с использованием различного рода эмпирических соотношений или экспериментально на основе данных натурных испытаний.

В работах [1, 4-7] показано, что при двухосном комбинированном нагружении решение задач усталости может быть построено на основе классических критериев разрушения. Проанализированы возможности критерия максимальных нормальных напряжений, критерия максимальных касательных напряжений и критерия удельной энергии формоизменения, а также критериев типа критерия Геста-Мора. Анализ ограничился получением характеристик усталости, соответствующих физическим пределам усталости.

В настоящей работе решение задач усталости при двухосном комбинированном нагружении строится на основе классических критериев разрушения для всего диапазона напряжений и долговечностей, соответствующих многоциклового области.

#### 1. Постановка задачи

Рассматривается усталостное разрушение тонкостенных трубчатых элементов при комбинированном синфазном нагружении циклическим растяжением-сжатием и циклическим кручением, циклическим изгибом и циклическим кручением.

Нормальные  $\tilde{\sigma}$  и касательные  $\tilde{\tau}$  компоненты двухосного переменного напряженного состояния задаются соотношениями

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_x &= \sigma_a g(n); & \tilde{\sigma}_y &= 0; & \tilde{\sigma}_z &= 0; \\ \tilde{\tau}_{xy} &= \tau_a g(n); & \tilde{\tau}_{yz} &= 0; & \tilde{\tau}_{zx} &= 0, \end{aligned} \quad (1.1)$$

где  $\sigma_a$ ,  $\tau_a$  – амплитудные значения нормальной и касательной компонент;  $g(n)$  – некоторая периодическая функция времени, изменяющаяся в пределах от  $-1$  до  $+1$ ;  $n$  – число циклов нагружения.

Классические критерии разрушения задаются в форме зависимости между амплитудами предельных напряжений комбинированного цикла нагружения, вызывающих разрушение за одно и то же число циклов нагружения  $n_R$ .

Зависимость между амплитудами  $\tau_a$  и  $\sigma_a$  предельных напряжений цикла нагружения (1.1), исходя из критерия максимальных нормальных напряжений записывается в виде

$$\left[ \frac{\tau_a}{\sigma_n(n_R)} \right]^2 + \frac{\sigma_a}{\sigma_n(n_R)} = 1, \quad (1.2)$$

исходя из критерия максимальных касательных напряжений, – в виде

$$\left[ \frac{2\tau_a}{\sigma_n(n_R)} \right]^2 + \left[ \frac{\sigma_a}{\sigma_n(n_R)} \right]^2 = 1 \quad (1.3)$$

и, исходя из критерия удельной энергии формоизменения, – в виде

$$\left[ \frac{\sqrt{3}\tau_a}{\sigma_n(n_R)} \right]^2 + \left[ \frac{\sigma_a}{\sigma_n(n_R)} \right]^2 = 1 \quad (1.4)$$

где граничные условия удовлетворяются при выполнении соответственно условий  $\sigma_n(n_R) = \tau_n(n_R)$ ,  $\sigma_n(n_R) = 2\tau_n(n_R)$  и  $\sigma_n(n_R) = \sqrt{3}\tau_n(n_R)$ . Здесь  $\sigma_n(n_R)$  и  $\tau_n(n_R)$  – ограниченные пределы усталости при чистом растяжении-сжатии или при чистом изгибе и при чистом кручении соответственно, зависящие от числа циклов до разрушения  $n_R$ .

Зависимость между ограниченными пределами усталости  $\sigma_n$  и  $\tau_n$  в (1.2)-(1.4) и соответствующим им числом циклов до разрушения  $n_R$  задается уравнениями

$$n_R = \frac{1}{(1 + q_\sigma)D_\sigma(\sigma_n)^{q_\sigma}}; \quad (1.5)$$

$$n_R = \frac{1}{(1 + q_\tau)D_\tau(\tau_n)^{q_\tau}},$$

где  $q_\sigma$ ,  $D_\sigma$ ,  $q_\tau$ ,  $D_\tau$  – экспериментально определяемые коэффициенты.

Задача заключается в формулировке на основе классических критериев разрушения разрешающих уравнений многоциклового усталости для решения задач расчета предельного состояния и усталостной долговечности при комбинированном нагружении синфазными растяжением-сжатием и кручением, изгибом и кручением и в экспериментальной апробации результатов расчета.

## 2. Основные разрешающие уравнения

Формулируются уравнения, связывающие амплитуды нормальных и касательных напряжений по параметру долговечности и уравнения, устанавливающие зависимость усталостной долговечности от соответствующих амплитуд.

2.1. Уравнения связи между предельными амплитудами. Для зависимостей между амплитудами  $\tau_a$  и  $\sigma_a$  касательных и нормальных компонент переменных напряжений (1.1) из (1.2) с учетом (1.5) получаем уравнение

$$\tau_a = \frac{1}{[(1 + q_\sigma)D_\sigma n_R]^{1/q_\sigma}} \left\{ 1 - [(1 + q_\sigma)D_\sigma n_R]^{1/q_\sigma} \sigma_a \right\}^{1/2}, \quad (2.1)$$

из (1.3) с учетом (1.5) – уравнение

$$\tau_a = \frac{1}{2[(1 + q_\sigma)D_\sigma n_R]^{1/q_\sigma}} \left\{ 1 - \left\{ [(1 + q_\sigma)D_\sigma n_R]^{1/q_\sigma} \sigma_a \right\}^2 \right\}^{1/2}, \quad (2.2)$$

а из (1.4) с учетом (1.5) - уравнение

$$\tau_a = \frac{1}{\sqrt{3}[(1 + q_\sigma)D_\sigma n_R]^{1/q_\sigma}} \left\{ 1 - \left\{ [(1 + q_\sigma)D_\sigma n_R]^{1/q_\sigma} \sigma_a \right\}^2 \right\}^{1/2}. \quad (2.3)$$

Уравнения (2.1), (2.2) и (2.3) позволяют рассчитывать предельные значения амплитуд напряжений  $\tau_a$  и  $\sigma_a$  для заданной усталостной долговечности  $n_R$  исходя соответственно из критерия максимальных нормальных напряжений, критерия максимальных касательных напряжений и критерия удельной энергии формоизменения.

2.2. Уравнения связи между усталостной долговечностью и амплитудами напряжений. Формулируются уравнения, устанавливающие зависимость числа циклов до разрушения  $n_R$  от амплитуды нормальных напряжений  $\sigma_a$  и от эквивалентных напряжений  $\sigma_{eqv}$ .

Исходя из критерия максимальных нормальных напряжений для зависимости  $n_R$  от  $\sigma_a$  из (1.2) получаем уравнение

$$n_R = \frac{1}{(1+q_\sigma)D_\sigma(\sigma_a)^{q_\sigma}} \left\{ 1 - \left\{ [(1+q_\sigma)D_\sigma n_R]_{q_\sigma}^{\frac{1}{q_\sigma}} v \sigma_a \right\}^2 \right\}^{q_\sigma}, \quad (2.4)$$

а для зависимости  $n_R$  от  $\sigma_{eqv}$  – уравнение

$$n_R = \frac{1}{(1+q_\sigma)D_\sigma} \left( \frac{1+\sqrt{1+4v^2}}{2v\sigma_{\max}} \right)^{q_\sigma} \left\{ 1 - \left\{ [(1+q_\sigma)D_\sigma n_R]_{q_\sigma}^{\frac{1}{q_\sigma}} \frac{2v\sigma_{\max}}{1+\sqrt{1+4v^2}} \right\}^2 \right\}^{q_\sigma}, \quad (2.5)$$

где принято

$$\sigma_{eqv} = \sigma_{\max}; \quad \sigma_a = \frac{2\sigma_{\max}}{1+\sqrt{1+4v^2}}; \quad v = \frac{\tau_a}{\sigma_a}.$$

Исходя из критерия максимальных касательных напряжений, для зависимости  $n_R$  от  $\sigma_a$  из (1.3) получаем уравнение

$$n_R = \frac{1}{(1+q_\sigma)D_\sigma(\sigma_a)^{q_\sigma}} \left\{ 1 - \left\{ [(1+q_\sigma)D_\sigma n_R]_{q_\sigma}^{\frac{1}{q_\sigma}} 2v\sigma_a \right\}^2 \right\}^{\frac{q_\sigma}{2}}, \quad (2.6)$$

а для зависимости  $n_R$  от  $\sigma_{eqv}$  – уравнение

$$n_R = \frac{1}{(1+q_\sigma)D_\sigma} \left( \frac{\sqrt{1+4v^2}}{4v\tau_{\max}} \right)^{q_\sigma} \left\{ 1 - \left\{ [(1+q_\sigma)D_\sigma n_R]_{q_\sigma}^{\frac{1}{q_\sigma}} \frac{4v\tau_{\max}}{\sqrt{1+4v^2}} \right\}^2 \right\}^{\frac{q_\sigma}{2}}, \quad (2.7)$$

где принято

$$\sigma_{eqv} = \tau_{\max}; \quad \sigma_a = \frac{2\tau_{\max}}{\sqrt{1+4v^2}}; \quad v = \frac{\tau_a}{\sigma_a}.$$

Исходя из критерия удельной энергии формоизменения, для зависимости  $n_R$  от  $\sigma_a$  из (1.4) получаем уравнение

$$n_R = \frac{1}{(1+q_\sigma)D_\sigma(\sigma_a)^{q_\sigma}} \left\{ 1 - \left\{ [(1+q_\sigma)D_\sigma n_R]_{q_\sigma}^{\frac{1}{q_\sigma}} \sqrt{3}v\sigma_a \right\}^2 \right\}^{\frac{q_\sigma}{2}}, \quad (2.8)$$

а для зависимости  $n_R$  от  $\sigma_{eqv}$  – уравнение

$$n_R = \frac{1}{(1+q_\sigma)D_\sigma} \left( \frac{\sqrt{1+3v^2}}{\sqrt{3}v\sigma_i} \right)^{q_\sigma} \left\{ 1 - \left\{ [(1+q_\sigma)D_\sigma n_R]_{q_\sigma}^{\frac{1}{q_\sigma}} \frac{\sqrt{3}v\sigma_i}{\sqrt{1+3v^2}} \right\}^2 \right\}^{\frac{q_\sigma}{2}}, \quad (2.9)$$

где принято

$$\sigma_{eqv} = \sigma_i; \quad \sigma_a = \frac{\sigma_i}{\sqrt{1+3v^2}}; \quad v = \frac{\tau_a}{\sigma_a}.$$

Здесь  $\sigma_i$  – интенсивность напряжений.

2.3. Методика определения материальных констант. Определению подлежат коэффициенты  $q_\sigma$ ,  $D_\sigma$ ,  $q_\tau$ ,  $D_\tau$  уравнений (1.5), устанавливающих зависимость между числами циклов до разрушения  $n_R$  и ограниченными пределами усталости  $\sigma_n(n_R)$  и  $\tau_n(n_R)$  при чистом изгибе ( $\tau_a = 0$ ) и чистом кручении ( $\sigma_a = 0$ ).

Задача определения коэффициентов  $q_\sigma$ ,  $D_\sigma$  и  $q_\tau$ ,  $D_\tau$  сводится к минимизации функционала

$$\Phi(q_{\sigma} D_{\sigma}) = \sum_{j=1}^s \left\{ n_{Rj}(\sigma_{aj}) - \frac{1}{(1+q_{\sigma}) D_{\sigma} (\sigma_a)^{q_{\sigma}}} \right\}^2 \quad (2.10)$$

и соответственно функционала

$$\Phi(q_{\tau} D_{\tau}) = \sum_{j=1}^s \left\{ n_{Rj}(\tau_{aj}) - \frac{1}{(1+q_{\tau}) D_{\tau} (\tau_a)^{q_{\tau}}} \right\}^2, \quad (2.11)$$

где  $\sigma_{aj}$ ,  $\tau_{aj}$ ,  $n_{Rj}(\sigma_{aj})$ ;  $n_{Rj}(\tau_{aj})$  – набор дискретных значений амплитуд циклических нормальных и касательных напряжений и соответствующих им чисел циклов до разрушения.

### 3. Циклическое растяжение-сжатие и циклическое кручение

Решаются задачи усталости, связанные с оценкой предельного состояния и расчетом усталостной долговечности тонкостенных трубчатых образцов при одновременном нагружении циклическим растяжением-сжатием и циклическим кручением. Решение строится в форме обобщенных зависимостей между амплитудами предельных напряжений, инвариантных числу циклов до разрушения, в форме зависимости между амплитудами предельных напряжений по параметру числу циклов до разрушения и в форме зависимости числа циклов до разрушения от амплитуд нормальных и касательных напряжений.

3.1. *Материал образцов. Материальные константы.* Рассматривается усталостное разрушение тонкостенных трубчатых образцов из конструкционной стали 45 и стали JIS SNCM8. Экспериментальные данные заимствованы соответственно из [8] и [9].

Значения коэффициентов  $q_{\sigma}$ ,  $D_{\sigma}$ ,  $q_{\tau}$ ,  $D_{\tau}$ , рассчитанные по изложенной в разделе 2.3 методике, а также осредненные значения отношения  $\nu = \frac{\tau_n(n_R)}{\sigma_n(n_R)}$  для исследованных материалов приведены в табл. 1. Из этих

данных следует, что величина  $\nu$  для выбранных материалов практически совпадает и близка к значению, соответствующему критерию удельной энергии формоизменения.

Таблица 1

Значения материальных констант

Материал	$\frac{\tau_n(n_R)}{\sigma_n(n_R)}$	$q_{\sigma}$	$D_{\sigma}$ , МПа <sup>-q</sup> цикл <sup>-1</sup>	$q_{\tau}$	$D_{\tau}$ , МПа <sup>-q</sup> цикл <sup>-1</sup>
Сталь 45	0,68	15,87	$2,24 \cdot 10^{-45}$	16,13	$2,68 \cdot 10^{-43}$
JIS SNCM8 Steel	0,67	12,19	$6,27 \cdot 10^{-40}$	19,23	$4,92 \cdot 10^{-60}$

3.2. *Обобщенное предельное состояние.* Результаты расчетов обобщенного предельного состояния, выполненных по уравнениям (1.2)-(1.4), сопоставлены на рис. 1 с экспериментальными данными, полученными

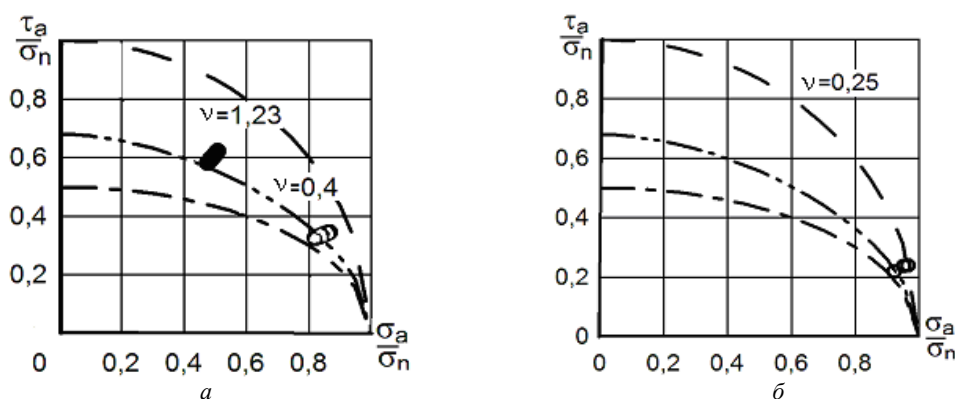


Рис. 1. Расчетные (линии) и экспериментальные (точки) обобщенные диаграммы предельных напряжений тонкостенных трубчатых образцов стали 45 (а) и стали JIS SNCM8 (б) при комбинированном нагружении циклическим растяжением-сжатием и циклическим кручением:

(— —) – расчет по уравнению (1.2); (— · —) – расчет по уравнению (1.3); (— · · —) – расчет по уравнению (1.4)

для тонкостенных трубчатых образцов из стали 45 и стали JIS SNCM8 при комбинированном нагружении циклическим растяжением-сжатием и циклическим кручением. Наилучшее согласование с экспериментом

получено, как видно, для модели предельного состояния (1.4), построенной на основе критерия удельной энергии формоизменения.

3.3. *Предельное состояние по параметру долговечности.* Рассчитываются комбинации амплитуд нормальных напряжений растяжения-сжатия и касательных напряжений кручения, вызывающих разрушение за одно и то же число циклов нагружения  $n_R$ .

Результаты расчетов в форме диаграмм предельных амплитуд напряжений по параметру  $n_R$ , выполненных по уравнениям (2.1)-(2.3) с использованием приведенных в табл. 1 коэффициентов, сопоставлены на рис. 2 с экспериментальными данными. Экспериментальные данные, как видно, располагаются между

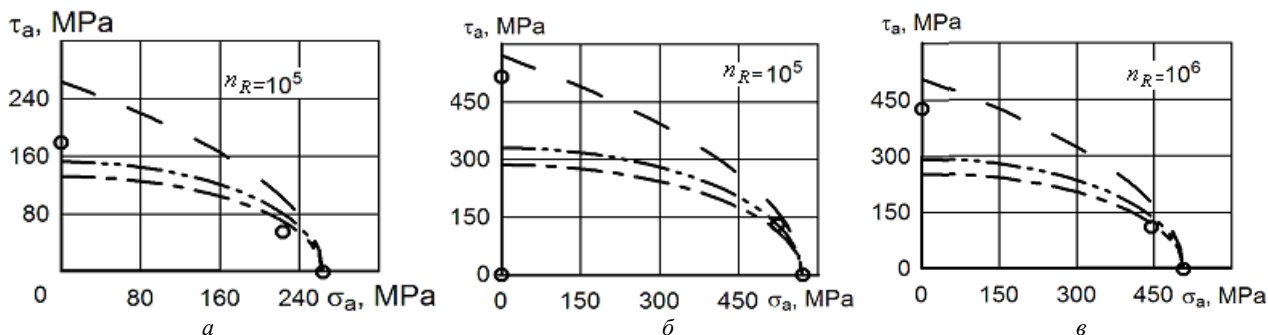


Рис. 2. Расчетные (линии) и экспериментальные (точки) значения амплитуд предельных напряжений тонкостенных трубчатых образцов стали 45 (а) и стали JIS SNCM8 (б, в) при комбинированном нагружении циклическим растяжением-сжатием и циклическим кручением:  
(— —) – расчет по уравнению (2.1); (— · —) – расчет по уравнению (2.2); (— · · —) – расчет по уравнению (2.3)

расчетами, соответствующими критерию максимальных нормальных напряжений и критериев удельной энергии формоизменения.

3.4. *Усталостная долговечность.* Рассчитывается зависимость числа циклов до разрушения  $n_R$  от амплитуды нормальных напряжений  $\sigma_a$  по уравнениям (2.4), (2.6) и (2.8). Результаты расчетов, выполненных с использованием приведенных в табл. 1 коэффициентов, нанесены на рис. 3 штриховыми линиями. Уравнения

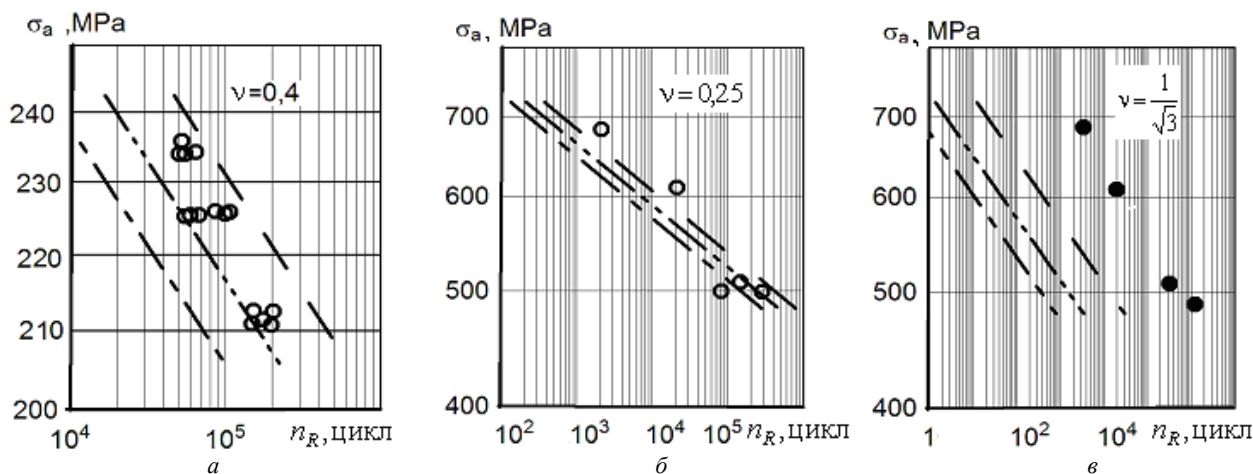


Рис. 3. Расчетные (линии) и экспериментальные (точки) значения усталостной долговечности тонкостенных трубчатых образцов стали 45 (а) и стали JIS SNCM8 (б, в) при комбинированном нагружении циклическим растяжением-сжатием и циклическим кручением:  
(— —) – расчет по уравнению (2.4); (— · —) – расчет по уравнению (2.6); (— · · —) – расчет по уравнению (2.8)

(2.4), (2.6) и (2.8) решаются численно методом итераций. Точками нанесены экспериментальные данные.

Для образцов из стали 45 лучшее согласование с экспериментальными данными получено, как видно, в случае использования критерия удельной энергии формоизменения. Для образцов из стали JIS SNCM8 ближе к экспериментам расчеты по критерию максимальных нормальных напряжений. С увеличением отношения

$\nu = \frac{\tau_a}{\sigma_a}$  расхождение между расчетом и экспериментом возрастает и достигает одного порядка.

#### 4. Циклический изгиб и циклическое кручение

Решаются задачи усталости, связанные с оценкой предельного состояния и расчетом усталостной долговечности тонкостенных трубчатых образцов при одновременном нагружении циклическим изгибом и циклическим кручением. Решение строится в форме обобщенных зависимостей между амплитудами предельных напряжений, инвариантных числу циклов до разрушения, в форме зависимости между амплитудами предельных напряжений по параметру числа циклов до разрушения и в форме зависимости числа циклов до разрушения от амплитуд нормальных и касательных напряжений.

4.1. *Материал образцов. Материальные константы.* Рассматривается усталостное разрушение тонкостенных трубчатых образцов из конструкционной стали 20 и стали StE 460. Экспериментальные данные заимствованы соответственно из [8] и [10].

Значения коэффициентов  $q_\sigma$ ,  $D_\sigma$ ,  $q_\tau$ ,  $D_\tau$ , рассчитанные по изложенной в разделе 2.3 методике, а также осредненные значения отношения  $\nu = \frac{\tau_n(n_R)}{\sigma_n^b(n_R)}$  для исследованных материалов приведены в табл. 2.

Приведенные значения  $\nu$  показывают, что сталь 20 может быть отнесена к хрупким материалам, а сталь StE 460 занимает промежуточное положение между пластичными и хрупкими материалами. Здесь и далее в качестве амплитуд нормальных напряжений используются амплитуды напряжений изгиба  $\sigma_a^b$  и  $\sigma_n^b$ .

Таблица 2

Значения материальных констант

Материал	$\frac{\tau_n(n_R)}{\sigma_n^b(n_R)}$	$q_\sigma$	$D_\sigma$ , МПа <sup>-q</sup> цикл <sup>-1</sup>	$q_\tau$	$D_\tau$ , МПа <sup>-q</sup> цикл <sup>-1</sup>
Сталь 20	1,2-1,8	3,10	$2,99 \cdot 10^{-13}$	6,99	$1,17 \cdot 10^{-21}$
Сталь StE 460	0,72	5,46	$2,49 \cdot 10^{-19}$	5,24	$4,42 \cdot 10^{-18}$

4.2. *Обобщенное предельное состояние.* Результаты расчетов обобщенного предельного состояния, выполненных по уравнениям (1.2)-(1.4), сопоставлены на рис. 4 с экспериментальными данными, полученными

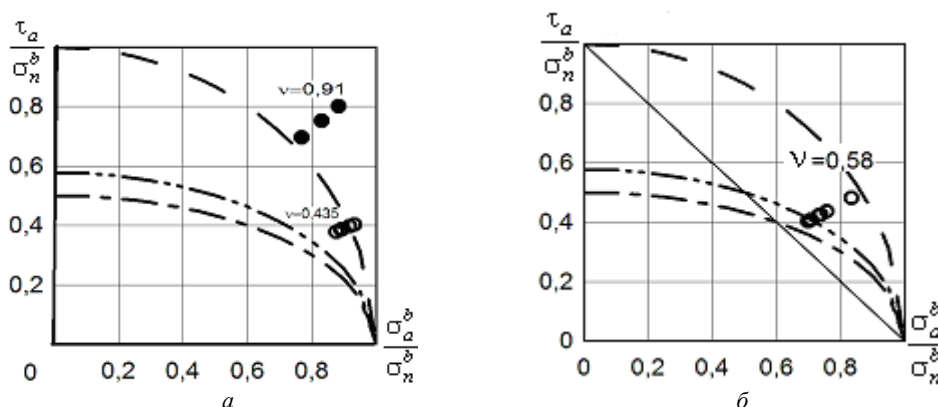


Рис. 4. Расчетные (линии) и экспериментальные (точки) обобщенные диаграммы предельных напряжений тонкостенных трубчатых образцов стали 20 (а) и стали StE 460 (б) при комбинированном нагружении циклическим изгибом и циклическим кручением:  
 (—) — расчет по уравнению (1.2); (---) — расчет по уравнению (1.3); (- · -) — расчет по уравнению (1.4)

для тонкостенных трубчатых образцов из стали 20 и стали StE 460 при комбинированном нагружении циклическим изгибом и циклическим кручением. Для образцов из стали 20 наилучшее согласование с экспериментом получено для модели предельного состояния, построенной на основе критерия максимальных нормальных напряжений. Для образцов из стали StE 460 экспериментальные данные располагаются между расчетами, соответствующими критерию максимальных нормальных напряжений и критерию удельной энергии формоизменения.

4.3. *Предельное состояние по параметру долговечности.* Рассчитываются комбинации амплитуд нормальных изгибных напряжений и касательных напряжений кручения, вызывающих разрушение за одно и то же число циклов нагружения  $n_R$ .

Результаты расчетов в форме диаграмм предельных напряжений по параметру  $n_R$ , выполненных по уравнениям (2.1)-(2.3) с использованием приведенных в табл. 2 коэффициентов, представлены на рис. 5 штриховыми линиями. Точками нанесены экспериментальные данные. Как и в случае обобщенного предельного состояния, лучшее согласование с экспериментальными данными получено при использовании критерия максимальных нормальных напряжений.

4.4. *Усталостная долговечность.* Рассчитывается зависимость числа циклов до разрушения  $n_R$  от амплитуды нормальных напряжений  $\sigma_a^b$  по уравнениям (2.4), (2.6) и (2.8). Результаты расчетов, выполненных с

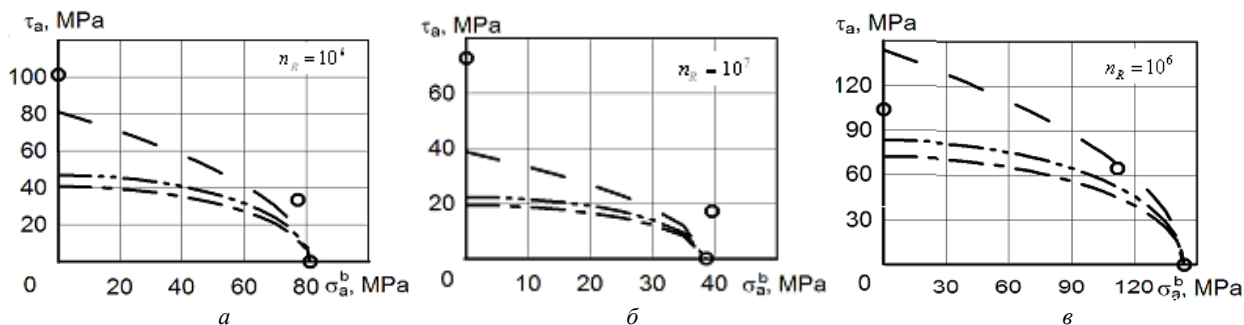


Рис. 5. Расчетные (линии) и экспериментальные (точки) значения амплитуд предельных напряжений тонкостенных трубчатых образцов стали 20 (а, б) и стали StE 460 (в) при комбинированном нагружении циклическим изгибом и циклическим кручением:  
(—) — расчет по уравнению (2.1); (— · —) — расчет по уравнению (2.2); (— · · —) — расчет по уравнению (2.3)

использованием приведенных в табл. 2 коэффициентов, нанесены на рис. 6 штриховыми линиями. Уравнения (2.4), (2.6) и (2.8) решаются численно методом итераций. Точками нанесены экспериментальные данные. Как и

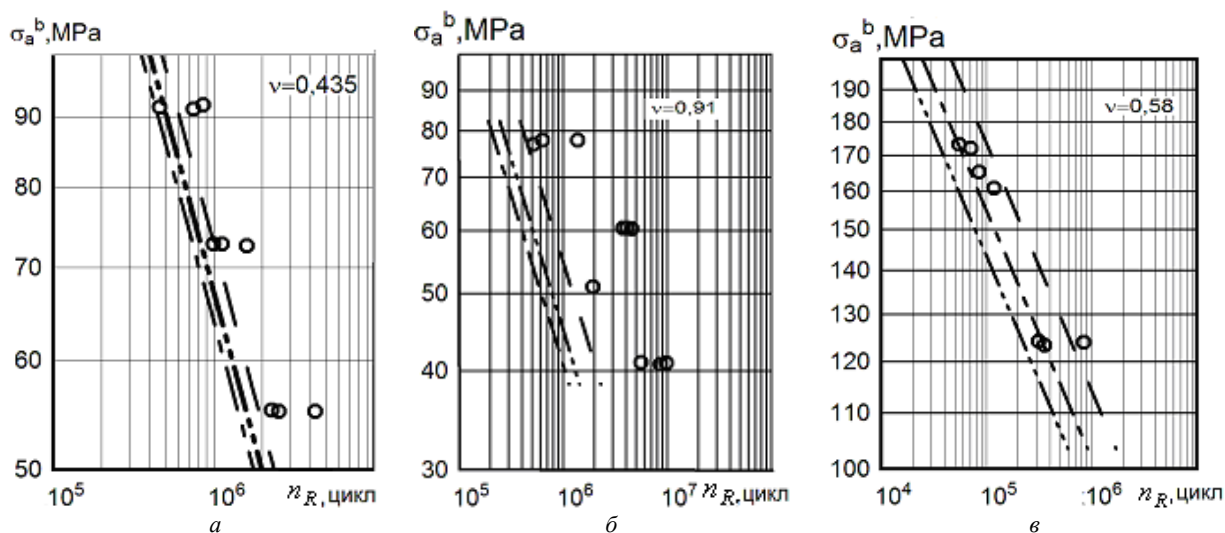


Рис. 6. Расчетные (линии) и экспериментальные (точки) значения усталостной долговечности тонкостенных трубчатых образцов стали 20 (а, б) и образцов стали StE 460 (в) при комбинированном нагружении циклическим изгибом и циклическим кручением:  
(—) — расчет по уравнению (2.4); (— · —) — расчет по уравнению (2.6); (— · · —) — расчет по уравнению (2.8)

в задачах оценки предельного состояния, для стали 20 лучшее согласование с экспериментом получено для критерия максимальных нормальных напряжений, а для стали StE 460 — для критерия удельной энергии формоизменения.

## 5. Обсуждение результатов

Эффективность использования классических критериев разрушения для решения задач усталости при двухосном комбинированном нагружении анализируется в работе на задачах расчета предельного состояния и усталостной долговечности тонкостенных трубчатых образцов при совместном действии циклического растяжения-сжатия и циклического кручения, циклического изгиба и циклического кручения. В качестве классических критериев разрушения использованы критерий максимальных нормальных напряжений, критерий максимальных касательных напряжений и критерий удельной энергии формоизменения. Предельное состояние рассчитывалось по параметру числа циклов нагружения, а усталостная долговечность – в функции компонент тензора переменных напряжений и его инвариантов.

Точность согласования результатов с экспериментальными данными зависит, прежде всего от степени соответствия структуры критерия усталостного разрушения исходным пластическим свойством материала. Эти свойства задаются осредненными значениями отношения  $\nu = \frac{\tau_n(n_R)}{\sigma_n(n_R)}$ , которое для исследованных материалов изменяется в пределах от 0,67 до 1,2-1,8.

Наилучшее согласование с экспериментальными данными получено для расчетов, выполненных в соответствии с критерием удельной энергии формоизменения независимо от характера нагружения (образцы из сталей 45, JIS SNCM8, StE 460). Для этих материалов величина  $\nu = 0,67-0,72$  и близка к значению  $\nu = 0,577$ , которое удовлетворяет критерию удельной энергии формоизменения. В некоторых случаях (образцы из стали 20) получено удовлетворительное согласование с экспериментальными данными результатов расчетов, выполненных в соответствии с критерием максимальных нормальных напряжений. Для стали 20 величина  $\nu = 1,2-1,8$  и близка к значению  $\nu = 1$ , которое удовлетворяет критерию максимальных нормальных напряжений. Худшее согласование с экспериментальными данными получено для расчетов, выполненных по критерию максимальных касательных напряжений, независимо от характера комбинированного нагружения.

## Заключение

Решение задач усталости материалов и элементов конструкций при двухосном комбинированном нагружении может быть построено на основе классических критериев разрушения. К таким задачам относятся, прежде всего, задачи расчета комбинаций предельных амплитуд нормальных и касательных напряжений и задачи расчета числа циклов до разрушения.

Для пластических материалов наилучшее согласование с экспериментальными данными получено для критерия удельной энергии формоизменения. Отношение  $\nu = \frac{\tau_n(n_R)}{\sigma_n(n_R)}$  для таких материалов может изменяться в пределах от 0,577 до 0,80. Для хрупких материалов наилучшее согласование с экспериментальными данными получено для критерия максимальных нормальных напряжений. Отношение  $\nu = \frac{\tau_n(n_R)}{\sigma_n(n_R)}$  для таких материалов может изменяться в пределах от 0,8 до 1,2.

**Анотація.** Розглядається застосування класичних критеріїв руйнування задля оцінки граничного стану та довговічності внаслідок втоми тонкостінних трубчатих зразків за умов комбінованого навантаження осьовим розтягом-стиском та скрученням, згином та скрученням. У якості критеріїв руйнування обрано критерій максимальних нормальних напружень, критерій максимальних дотичних напружень, та критерій питомої енергії зміни форми. Розв'язано та апробовано експериментально задачі розрахунку амплітуд граничних нормальних та дотичних напружень та задачі розрахунку довговічності внаслідок втоми.

**Ключові слова:** тонкостінні трубчасті елементи, двовісне комбіноване навантаження, циклічний розтяг-стиск, циклічний згин, циклічне скручення, двовісна багатоциклова втома, граничний стан, довговічність внаслідок втоми.

**Abstract.** The applicability of the classical fracture criteria for the evaluation of the ultimate state and of the fatigue life-time of thin-walled tubular specimens under combined loading by axial tension-compression with torsion and bending with torsion is considered. The criterion of maximum normal stresses, the criterion of maximum shear stresses and the distortion energy density criterion are chosen as fracture criteria. The problems of the ultimate amplitudes of normal and shear stresses calculation and the problems of fatigue life-time calculation have been solved and experimentally approved.

**Keywords:** thin-walled tubular specimens, biaxial combined loading, cyclic tension-compression, cyclic bending, cyclic torsion, biaxial high-cycle fatigue, ultimate state, fatigue life-time.



**Библиографический список использованной литературы**

1. *Хейвуд Р.Б.* Проектирование с учетом усталости / Пер. с англ. под ред. чл.-кор. АН СССР И.Ф.Образцова. – Москва : Машиностроение, 1969. – 504 с.
2. *Серенсен С.В.* Несущая способность и расчеты деталей машин на прочность / С.В.Серенсен, В.П.Когаев, Р.М.Шнейдерович // Руководство и справочное пособие под ред. С.В.Серенсена. – Москва : Машиностроение, 1975. – 488 с.
3. *Воробьев А.З.* Сопротивление усталости элементов конструкций / А.З.Воробьев, Б.И.Олькин, В.Н.Стебнев, Т.С.Родченко // Москва : Машиностроение, 1990.- 240 с.
4. *Биргер И.А.* Условия усталостной прочности при сложном напряженном состоянии. Прочность авиадвигателей // Сб. статей под ред. С.В.Серенсена. – Москва : Оборонгиз, 1952. – №7. – С. 130-163.
5. *Серенсен С.В.* О сопротивлении усталости при сложном напряженном состоянии и симметричном цикле // Некоторые вопросы усталостной прочности стали. – Москва-Ленинград : Машгиз. – 1953. – С. 102-115.
6. *McDiarmid D.L.* A shear stress based critical-plane criterion of multiaxial fatigue failure for design and life prediction // Fatigue Fracture Eng. Mat. – 1994. – Vol. 17, pp. 1475-1484.
7. *Ying-Yu Wang.* Evaluation and comparison of several multiaxial fatigue criteria / Ying-Yu Wang, and Wei-Xing Yao // International Journal of Fatigue. – 2004. – Vol. 26, pp. 17-25.
8. *Панфилов Ю.А.* Описание предельного состояния при переменной двухосной напряженности и его применение в расчетах. Сообщ. 1. Простое нагружение // Пробл. прочности, 1981. – № 1. – С. 49-53.
9. *Tanaka K.* The strength of JIS SNCM8 steel under combined alternating stresses / K.Tanaka, S.Matsuoka // Advances in research on the strength and fracture of materials. Vol. 28, New-York : Pergamon Press, 1978, pp. 1161-1168.
10. *Sonsino C.M.* Multiaxial fatigue of welded joints under constant and variable amplitude loading / C.M.Sonsino, and M.Kueppers // Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct. – 2001. – Vol. 24, Iss. 5, pp. 309-327.

**References**

1. *Heyvud R.B.* Proektirovanije s uchetom ustalosti [Design taking into account fatigue]: Per. s angl. pod red. chl.-kor. AN SSSR I.F.Obrazcova. Moscow : Mashinostroenie, 1969, 504 p.
2. *Serensen S.V., Kogajev V.P., Shneiderovich R.M.* Nesushhaja sposobnost' i raschety detalej mashin na prochnost' [Bearing ability and calculations of details of cars on durability]. Moscow : Mashinostroenie, 1975, 488 p.
3. *Vorob'ev A.Z., Ol'kin B.I., Stebnev V.N., Rodchenko T.S.* Soprotivlenie ustalosti jelementov konstrukcij. Moscow : Mashinostroenie, 1990. 240 p.
4. *Birger I.A.* Uslovija ustalostnoj prochnosti pri sloznom naprjazhennom sostojanii. Prochnost' aviadvigatelej [Conditions of fatigue durability at a difficult tension. Durability of aircraft engines]: Sb. statey pod red. S.B.Serensena. Moscow : Oborongiz, 1952, no 7, pp. 130-163.
5. *Serensen S.V.* O soprotivlenii ustalosti pri sloznom naprjazhennom sostojanii i simmetrichnom cikle. Nekotorye voprosy ustalostnoj prochnosti stali, Moscow-Leningrad.: Mashgiz, 1953, pp. 102-115.
6. *McDiarmid D.L.* A shear stress based critical-plane criterion of multiaxial fatigue failure for design and life prediction. Fatigue Fracture Eng. Mat, 1994, Vol. 17, pp. 1475-1484.
7. *Ying-Yu Wang.* Evaluation and comparison of several multiaxial fatigue criteria. Ying-Yu Wang, and Wei-Xing Yao. International Journal of Fatigue, 2004, Vol. 26, pp. 17-25.
8. *Panfilov Yu.A.* Opisanie predel'nogo sostojanija pri peremenoj dvuhosnoj naprjazhennosti i ego primenenie v raschetah. 1. Prostoje nagruzhenie [The description of a limit condition at variable biaxial intensity and its application in calculations]. Probl. prochnosti, 1981, no 1, pp. 49-56.
9. *Tanaka K., Matsuoka S.* The strength of JIS SNCM8 steel under combined alternating stresses. Advances in research on the strength and fracture of materials. Vol. 28, New-York : Pergamon Press, 1978, pp. 1161-1168.
10. *Sonsino C.M., and Kueppers M.* Multiaxial fatigue of welded joints under constant and variable amplitude loading. Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct., 2001, Vol. 24, Iss. 5, pp. 309-327.

Подана до редакції 11.11.2014