

УДК 539.3

DOI: <http://dx.doi.org/10.20535/2521-1943.2018.82.121050>

# О расчетах болтового соединения на разрывное разрушение ослабленного отверстием сечения композитной пластины

К.Н. Рудаков • Ю.Н. Дифучин

КПИ им. Игоря Сикорского, г. Киев, Украина

Received: 16 January 2018 / Accepted: 7 February 2018

**Аннотация.** Ранее авторами было создано 24 3D-модели образцов односрезного двурядного болтового соединения с ПКМ (контактная задача), в которых варьировались структуры ПКМ (6 вариантов), а также боковой зазор болтов с отверстиями (4 значения). Неизменными были величина силы стягивания пакета и сила, растягивающая образец. По результатам расчетов определены распределения напряжений и подсчитаны коэффициенты концентрации напряжений в пластинах из ПКМ у отверстий (таблицы, графики).

В статье на основе указанных результатов и дополнительных расчетов пришли к следующим выводам:

- в статическом прочностном расчете болтового соединения на разрыв пластины из ПКМ в ослабленном отверстием сечении, в качестве нижней базовой оценки можно принять значение теоретического коэффициента концентрации напряжений  $\alpha$  у свободного от болта отверстия в пластине из ортотропного материала по формулам, предложенным С.Г. Лехнициком;

- для получения обобщенного коэффициента концентрации напряжений  $\alpha_i$ , учитывающего контактное взаимодействие отверстия в ПКМ с болтом, значение нижней базовой оценки  $\alpha$  необходимо увеличивать в  $\omega_i$  раз, причем  $\omega_i > 2$ , предположительно  $\omega_i \approx (2 \dots 3)$ . Уточненное значение поправочного коэффициента  $\omega_i$  необходимо получать в дополнительных исследованиях (натурных или численных), что позволит создать базу данных для величин  $\omega_i$  для актуальных в отрасли вариантов силовых болтовых соединений с композитами.

**Ключевые слова:** численное 3D моделирование; ПКМ; болтовое соединение; прочность; МКЭ.

## Введение

Основным крепежным элементом в разъемном механическом соединении для деталей из композиционных материалов (КМ) в силовых конструкциях, в частности, авиационных, является болт. Болтовым соединением (БС) называют и соединения с заклепками. Расчет БС на прочность и (или) усталость предполагает проведение статического расчета характеристик напряженно-деформированного состояния (НДС) элементов соединения [1]. При этом классические формульные подходы, в том числе и критериальные, разработанные для металлов, не дают достаточной точности, требуют модификации [2-4]. Были проведены многочисленные натурные эксперименты по выявлению влияния различных конструктивно-технологических факторов на прочность БС с КМ. Их краткий обзор проведен, например, в [2-4]. Однако натурный эксперимент не позволяет "заглянуть внутрь материала". Для этого можно использовать метод конечных элементов (МКЭ).

МКЭ позволяет уточнять расчетные модели. А именно: переходить к контактными моделям с послойным моделированием КМ в зонах отверстий, с учетом трения, возможных зазоров при постановке болтов в отверстия, усилия свинчивания болтового соединения, температурных деформаций, расслоений, отколов и других допускаемых технологических дефектов [5-8].

В результате проведения уточненных расчетов, в том числе авторами статьи, были выявлены некоторые особенности, большинство из которых невозможны в БС деталей из однородных материалов (металлов) и которые проясняют суть многих явлений, характерных для БС с КМ.

## Модели

Односрезное БС по сравнению с двухсрезным БС гораздо отчетливее выявляет особенности НДС в болте и окрестности отверстий в композите [9], т.к. в значительной мере проявляется влияние изгиба. Поэтому

✉ К.Н. Рудаков  
knrudakov@ukr.net

✉ Ю.Н. Дифучин  
dif62@ukr.net

рассматривали односрезное БС, вернее – образец для испытания на усталость односрезного двухрядного БС (рис.1) со слоистым полимерным композиционным материалом (ПКМ).

Полные данные по образцу и материалам помещены в таблицах статьи [8]: в таблице 1 – размеры; в таблице 2 – упругие характеристики металлов (алюминиевого сплава Д16АТ – швеллера и шайбы, титанового сплава ВТ-16 – болтов); в таблице 3 – слоев ПКМ (углеродистой ленты УОЛ-300-1А и углеродистой ткани УТ-900-3А со связующим ЭДТ-69Н, упругие характеристики которых взяты из [10]). Направления: 1 – продольное, 2 – поперечное, 3 – соответствует правой системе координат. Отметим, что отношение ширины пластины к диаметру отверстий равно шести, т.е. удовлетворяет фактическому стандарту авиационной отрасли [11].

Пластины ПКМ скомпонованы из 24-х слоев. Слои из УОЛ-300-1А номинальной толщиной  $\Delta_L = 0.235$  мм в ПКМ уложены под углами 0 и 90 градусов относительно продольной оси пластины  $X$ , а из УТ-900-3А номинальной толщиной  $\Delta_T = 0.220$  мм – под  $\pm 45$  градусов. Т.е. ПКМ являлся ламинатом CFRP (от Carbon Fibre Reinforced Plastic). Моделировали шесть структур: базовую ПКМ-0 (реальную), и еще пять – модельных (табл.4 статьи [8]). Значения "эффективных модулей" ПКМ, определенные по результатам численных экспериментов, помещены в таблицу 5 статьи [8]. Численные эксперименты соответствовали требованиям стандарта для натуральных экспериментов [12]. Некоторые результаты расчетов образца БС с применением МКЭ представлены в [13-16]. Наиболее контрастными по результатам оказались две структуры: ПКМ-0 со структурой  $[(-45/0/45/90)_3]_S$  и ПКМ-III со структурой  $[-45/45/90/-45/45/90/45/0/-45/0/90/0]_S$ .

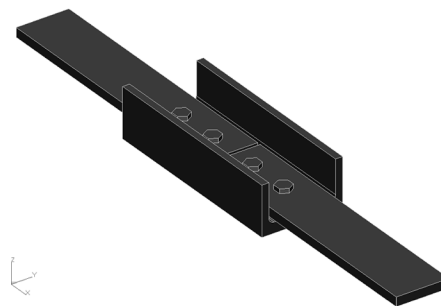


Рис. 1. Полная геометрическая модель образца для испытаний на усталость односрезного болтового соединения с ПКМ (без накладок)

#### Проблема статического расчета ослабленного сечения композита на разрыв

"Классический" прочностной расчет на разрыв пластины в ослабленном  $i$ -м отверстием сечении проводится по формуле [2, 4]

$$\frac{N_i \alpha_i}{h(b - m d_i)} \leq [\sigma]_t; \quad i=1, 2, \quad (1)$$

где  $N_i$  – усилие, воспринимаемое сечением, ослабленным  $i$ -м отверстием;  $\alpha_i$  – обобщенный коэффициент концентрации напряжений у  $i$ -го отверстия (ККНО);  $h, b$  – толщина и ширина пластины в зоне отверстия;  $m$  – количество болтов ряда в сечении шириной  $b$  (здесь  $m=1$ );  $[\sigma]_t$  – допускаемое напряжение на разрыв материала. Без учета влияния изгиба ККНО  $\alpha_i$  вырождается в обычный ККН  $\alpha_i$ .

Очевидно, что величина  $N_1$  для сечения, ближайшего к силовой нагрузке  $N_X$ , практически равна этой нагрузке, т.е.  $N_1 \approx N_X$ . Точнее всего оценить величину  $N_2$  можно через полученное из результатов расчетов значение среднего сдвигового напряжения  $(\tau_{ZX})_m$  в площади среза второго болта [13], т.е. как

$$N_2 \approx ((\tau_{ZX})_m)_2 \cdot A_2, \quad (2)$$

где  $A_2 = \pi d_2^2 / 4$ ;  $d_2$  – номинальный диаметр второго болта.

В применении формулы (1) для БС с композитом имеется лишь одна проблема: с величиной ККНО  $\alpha_i$  для нетто-сечения.

**Цель исследования** – на основе полученных результатов уточнить ситуацию с величиной обобщенного коэффициента концентрации напряжений  $\alpha_i$  для нетто-сечения и, тем самым, с расчетами на разрывное разрушение болтовых соединений по ослабленному отверстию сечению композитной пластины.

#### Предварительная оценка обобщенного коэффициента концентрации напряжений в БС с ПКМ

В статьях [13-16] анализировали некоторые характеристики напряженного состояния композита в окрестности отверстий БС с целью оценки их особенностей, и в [16] удалось получить значения ККНО у отверстий в пластине из ПКМ для *максимально нагруженного слоя* (ККНО слоя, или ККНОс), с учетом бокового зазора болт/отверстие и структуры ПКМ. Если удастся оценить долю от общего усилия  $N_i$ , воспринимаемую в ПКМ этим слоем, то можно будет пользоваться формулой (1) без изменений, фактически перейдя к методу расчета по локальному напряженному состоянию.

Предположим, что эта доля равна доле, приходящейся на слой, в "эффективном" модуле Юнга в направлении действия силовой нагрузки. Воспользуемся формулой Фойгта, применяемой для подсчета "эффективных" упругих модулей композита и дающей верхнюю оценку [17]:

$$E_{ef} = \left( \sum V_i \Delta_i E_i \right) / \Delta_\Sigma, \quad (3)$$

где  $V_i$  – часть  $i$ -го слоя в композите;  $E_i$  – модуль упругости материала слоя;  $\Delta_i$  – номинальная толщина слоя;  $\Delta_\Sigma$  – суммарная толщина слоев. Для характерной подструктуры композита [45/0/–45/90] формулу (3) перепишем как

$$(E_{11})_{ef} = [\Delta_L(E_{11})_0 + \Delta_L(E_{22})_{90} + \lambda 2\Delta_T(E_{11})_{\pm 45}] / \Delta_\Sigma, \quad (4)$$

где коэффициент приведения  $\lambda$  при известном значении  $(E_{11})_{ef}$  позволяет (при необходимости) пересчитать вклад модулей упругости ткани, уложенной под углами  $\pm 45^\circ$  к основному направлению. Из (4)

$$\lambda = \frac{\Delta_\Sigma(E_{11})_{ef} - \Delta_L((E_{11})_0 + (E_{22})_{90})}{2\Delta_T(E_{11})_{\pm 45}}. \quad (5)$$

Используя значения модулей из таблицы 3 и таблицы 6 [8], получили, что  $\lambda \approx 0.5728$ , и (в числах)

$$(E_{11})_{ef} = 38736 + 2066 + 22158 = (0.615252 + 0.032813 + 0.351935) \cdot 62960 = 62960. \quad (6)$$

Таким образом, имеем относительные вклады слоев с разными углами укладки в сопротивление деформированию в основном направлении:  $\eta_{0^\circ} \approx 0.6153$ ,  $\eta_{90^\circ} \approx 0.0328$ ,  $\eta_{\pm 45^\circ} \approx 0.3519$ . Из них максимальный вклад у первого отверстия  $\eta_1 = \eta_{0^\circ}$ .

Теперь, если мы возьмем максимальное значение ККНос из таблицы 9 [16] для пластины из ПКМ у первого отверстия, а именно  $\alpha_1 \approx 18.5$  (структура ПКМ-I, зазор  $\delta = 0$  мкм), то

$$\underline{N}_1 \alpha_1 = \underline{N}_1 \eta_1 \alpha_1 \approx \underline{N}_1 \cdot 0.6153 \cdot 18.5 \approx \underline{N}_1 \cdot 11.4, \quad (7)$$

т.е. можем считать, что в пересчете ККНос от слоя с углом укладки 0 градусов, для формулы (1), реализовалось значение ККНо  $\alpha_1 \approx 11.4$ . Для сравнения: в [18], как предельно возможное (рис.9), получено значение, несколько меньшее 11 единиц (табличных данных нет, есть графики), причем на металлах и при варьировании другими параметрами односрезного БС.

Оценим ситуацию у второго отверстия. В таблице 9 [16] максимальное значение ККНос для ПКМ у второго отверстия равно 40.0 для структуры ПКМ-I и зазора  $\delta = 10$  мкм. При этом, в соответствии с таблицей 3 из [16], отношение номинальных напряжений в сечениях у отверстий 2 и 1,  $\zeta = 25/77 \approx 0.3247$ . Так как ослабленные сечения имеют одинаковую площадь, то и  $\underline{N}_2 = \zeta \underline{N}_1 \approx 0.3247 \underline{N}_1$ . Аналогично (7) имеем

$$\underline{N}_2 \alpha_2 = \underline{N}_2 \eta_2 \alpha_2 = \underline{N}_1 \zeta \eta_2 \alpha_2 \approx \underline{N}_1 \cdot 0.3247 \cdot 0.6153 \cdot 40.0 \approx \underline{N}_1 \cdot 8.00, \quad (8)$$

т.е. опасные точки сечения у второго отверстия нагружены меньше, чем у первого, несмотря на большее значение ККНос для ПКМ у этого отверстия.

#### Про возможную точность конечно-элементных расчетов моделей

Оценим результаты [16] с точки зрения точности. Использовали данные, полученные с помощью МКЭ. МКЭ, как метод аппроксимации решения, имеет ряд недостатков, один из которых – невозможность получить точные пиковые значения напряжений. Для этого есть причины. Главная: в МКЭ собирается система алгебраических уравнений (САУ) относительно перемещений, затем они раз дифференцируются – получаются деформации и, через закон упругости, определяются напряжения. Т.е. даже для КЭ второго порядка аппроксимации перемещений (в распространенных конечно-элементных кодах более высокий порядок не используется) распределение деформаций и напряжений в пределах каждого КЭ – линейно. Вторая важная причина: для документирования результатов (графики, таблицы), в каждом КЭ значения напряжений из Гауссовых точек интегрирования, по линейному закону, экстраполируются в узлы КЭ, где вдобавок усредняются, если узел имеет входение в несколько КЭ.

Поэтому полученное значение  $\alpha_1 \approx 11.4$  нужно рассматривать как нижнюю оценку ККНо, характерную для данной конечно-элементной модели БС. Более точное значение  $\alpha_1$  должно быть больше. Но, к сожалению, авторам в литературе не удалось найти теоретические решения, дающие величины коэффициентов концентрации напряжений  $\alpha_i$  или  $\underline{\alpha}_i$  в материале пластины у  $i$ -го отверстия, контактирующего с болтом. Ни для анизотропного материала, ни для изотропного. Ни с учетом изгиба пластины, ни без учета изгиба. Имеющиеся решения с упругим или жестким цилиндрическим включением предполагают неразрывность перемещений на поверхности включения/отверстие, что не характерно для контактной задачи.

#### Коэффициент концентрации напряжений у ненагруженных отверстий в пластине из изотропного и ортотропного материалов: аналитические и конечно-элементные расчеты

Для уточнения ситуации с возможными значениями ККНс (ККН слоя без учета изгиба) провели дополнительные оценочные расчеты с применением МКЭ, со сгущением КЭ сетки в зоне концентрации напряжений. Вновь использовали КЭ типа CHEXA Solid Parabolic, но пластину моделировали одним слоем.

Сначала оценили возможную точность получения  $\alpha = (\sigma_X)_{\max} / \sigma_{\text{ном}}$  для *изотропного* материала при растяжении пластины с *одним* отверстием. Эта задача имеет теоретическое решение. Для бесконечной пластины (задача Кирша) оно не зависит от упругих свойств *изотропного* материала, причем в качестве номинального

напряжения используется напряжение  $\sigma$ , приложенное к пластине на бесконечности. Т.е. рассматривается сечение без поправки на ослабление отверстием – брутто-сечение. Тогда ККН часто обозначают буквой  $K$ , и в задаче Кирша  $K = 3$ . Если пластина имеет ограниченную ширину, то величина  $K$  возрастает. В нашем случае соотношение  $b/d = 30/5 = 6$ , где  $b$  – ширина пластины, а  $d$  – диаметр отверстия, поэтому величина  $K \approx 3.12$  [11, 19]. В неширокой пластине при использовании нетто-сечения ККН концентрации напряжения  $\alpha = K \cdot (1 - d/b)$ . При отношении  $d/b = 1/6$  имеем  $K/\alpha = 1.2$ , т.е.  $\alpha \approx 2.60$ .

Аналог решения задачи Кирша для 2D-ортотропного материала дан в главе 4 книги [20]. В обозначениях упругих констант статьи [8], формулы (31.1) и (32.15) книги [20] записываются как

$$k = \sqrt{E_{11}/E_{22}}; \quad m = E_{11}/G_{12} - 2\mu_{12}; \quad n = \sqrt{2k+m}; \quad K = n+1. \quad (9)$$

Для слоя материала с лентой УОЛ-300-1А, ориентированной в направлении силовой нагрузки, подставив значения из таблицы 3 статьи [8]  $E_{11} = 150000$  МПа,  $E_{22} = 8000$  МПа,  $G_{12} = 4400$  МПа,  $\mu_{12} = 0.29$ , получаем, что в ослабленном сечении  $K \approx 7.50$ , а  $\alpha \approx 6.25$ . Эти значения – для бесконечно широкой пластины. Если предположить, что в пластине с конечной шириной поправка на влияние близкого края будет такой же, как и в изотропном материале, в нашем случае  $(3.12 - 3.00)/3.12 \approx 0.0385$ , т.е. примерно 4%, то получим  $\alpha \approx 6.25 \cdot 1.0385 \approx 6.49$ .

**Примечание 1.** В [8] были определены "эффективные" модули упругости для пластины из ПКМ образца, изображенного на рис.1 (таблица 6). Полученный гипотетический материал тоже ортотропный, но в нем, благодаря структуре, симметричной по углам укладки слоев, модули  $E_{11} = E_{22}$ , поэтому  $k = 1$ , а остальные величины  $m \approx 3$ ,  $n \approx 2.236$ ,  $K \approx 3.236$ ,  $\alpha \approx 2.6$ . Т.е. подсчет по такому варианту ортотропии ничего не дает по сравнению с изотропным материалом. И так, при материале, однородном по толщине пластины, имеем  $\alpha \approx 2.60$  и  $\alpha \approx 6.49$  для одной и той же геометрии, но, соответственно, для изотропного (квазиизотропного ортотропного) и ортотропного (с лентой УОЛ-300-1А) материалов.

Для проверки точности решений МКЭ создали конечно-элементные модели для пластины ( $b = 30$  и  $d = 5$ ) с такими размерами сторон КЭ в плоскости  $XY$  у отверстий в зоне концентрации напряжений:  $0.025 \times 0.025$ ,  $0.25 \times 0.25$  и  $0.22 \times 0.67$  мм, причем последняя получена из модели образца (рис.1), используемой в [16], удалением лишних КЭ и геометрии. Прикладывали нагрузку, растягивающую пластину, как распределенную, величиной  $83.333333$  МПа, т.е. задавали  $(\sigma_{ном})_1 \approx 100$  МПа. Использовали два материала: с лентой УОЛ-300-1А с углом укладки  $0^\circ$ , и изотропный с модулем Юнга таким, как и  $E_{11}$  у УОЛ-300-1А, т.е.  $E = 1.5 \cdot 10^5$  МПа и близким коэффициентом Пуассона, а именно  $\mu = 0.3$ . Полученные у первого отверстия значения  $\alpha_1$  и их погрешностей  $\delta\alpha_1$  свели в таблицу 1.

Таблица 1

**Значения коэффициентов концентрации напряжений  $\alpha_1$  и их погрешностей  $\delta\alpha_1$  для разных вариантов пластины и размеров сеток КЭ (отверстия – без болтов)**

Модель (размер КЭ, мм x мм)		Варианты модели пластины							
		одно отверстие		два отверстия		одно отверстие		два отверстия	
		Изотропный материал				УОЛ-300-1А, угол укладки $0^\circ$			
		$\alpha_1$	$\delta\alpha_1, \%$	$\alpha_1$	$\delta\alpha_1, \%$	$\alpha_1$	$\delta\alpha_1, \%$	$\alpha_1$	$\delta\alpha_1, \%$
Аналит.		2.60	0	2.60*	0	6.49	0	5.69*	0
I	0.025 x 0.025	2.58	-0.64	2.55	-1.92	6.52	+0.46	5.72	+0.46
II	0.25 x 0.25	2.65	+1.92	2.61	+0.32	6.19	-4.63	5.42	-4.75
III	0.22 x 0.67	2.63	+0.96	2.58	-0.64	5.53	-14.8	4.86	-14.6

Меткою \* указали на предполагаемые значения. Расстояние между центрами отверстий в пластине составляло 25 мм. Судя по полученным в расчетах картинам цветовых уровней напряжений  $\sigma_x$  на поверхности пластины, этого расстояния недостаточно для полного погашения взаимовлияния отверстий на распределение указанных напряжений. О наличии такого влияния – в [19]. В теории, наличие близко расположенного (вдоль направления действия силовой нагрузки) другого отверстия снижает ККН. В ортотропном материале (из ленты УОЛ-300-1А), по-видимому, это влияние проявилось сильнее. Поэтому в случае ортотропной пластины с двумя отверстиями применили значение  $\alpha_1$ , подсчитанное по МКЭ на сетке  $0.025 \times 0.025$  мм, с поправкой на процент, полученный на модели с одним отверстием.

Выводы из данных таблицы 1 (отверстия – без болтов), с учетом Примечания 1:

- конечно-элементная модель с размером сетки  $0.025 \times 0.025$  мм для случая одного отверстия дала результаты, очень близкие к теоретическим;

• ортотропия материала с лентой УОЛ-300-1А, ориентированной в направлении силовой нагрузки, приводит к значительному увеличению ККН  $\alpha_1$  по сравнению с изотропным материалом;

• погрешность расчета пиковых напряжений сильно зависит от размера КЭ вдоль ослабленного сечения, однако даже для размера в 0.67 мм (модель III) погрешность вычисления ККН  $\alpha_1$  осталась в приемлемых (для композитов) пределах 15%. Это объясняется сравнительно небольшими значениями ККН у гладких отверстий. Для сравнения: в трещине с острой вершиной ККН стремится к бесконечности, а МКЭ дает ограниченные значения пиковых напряжений, т.е. огромную погрешность.

### Коэффициент концентрации напряжений у отверстий с болтами, в пластине из изотропного и ортотропного материалов: конечно-элементные контактные расчеты

Вторая группа дополнительных расчетов учитывала контакт отверстий с болтами. В модели в отверстия без зазоров вставляли короткие цилиндры со свойствами сплава ВТ-16 (см. таблицу 2 в статье [8]), которые фиксировали по условиям симметрии решения относительно плоскости XY. Как и выше, реализовали два варианта с болтами (одним и двумя), и два – с изотропным и ортотропным (с лентой УОЛ-300-1А) материалом. Поскольку теоретического решения не обнаружено, то за точное принимали решение на самой мелкой сетке. Полученные у первого отверстия значения  $\alpha_1$  и их погрешностей  $\delta\alpha_1$  свели в таблицу 2.

Таблица 2

Значения коэффициентов концентрации напряжений  $\alpha_1$  и их погрешностей  $\delta\alpha_1$  для разных вариантов пластины и размеров сеток КЭ (отверстия – с болтами, контактная задача)

Модель (размер КЭ, мм x мм)		Варианты модели пластины							
		один болт		два болта		один болт		два болта	
		Изотропный материал				УОЛ-300-1А, угол укладки $0^0$			
		$\alpha_1$	$\delta\alpha_1, \%$	$\alpha_1$	$\delta\alpha_1, \%$	$\alpha_1$	$\delta\alpha_1, \%$	$\alpha_1$	$\delta\alpha_1, \%$
I	0.025 x 0.025	6.99	0	5.69	0	18.0	0	15.2	0
II	0.25 x 0.25	6.63	-5.24	5.22	-8.26	16.4	-8.80	13.5	-11.2
III	0.22 x 0.67	6.38	-8.70	5.20	-8.61	15.2	-15.7	12.5	-17.8

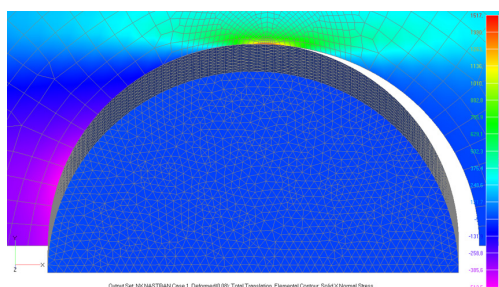
**Примечание 2.** Применяли коэффициент трения 0.3. При отсутствии трения коэффициенты  $\alpha_1$  уменьшаются, но не очень значительно.

Выводы из данных таблицы 2 (отверстия – с болтами, контактная задача):

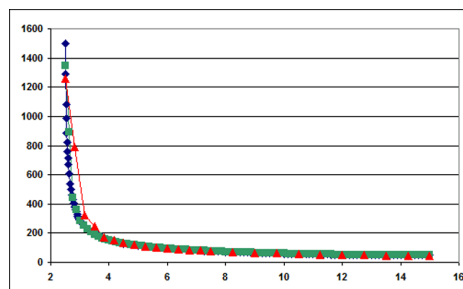
- аналогичны выводам из таблицы 1, кроме первого, т.к. аналитических решений нет;
- отсутствие (по какой-либо причине) второго болта приводит к повышению ККН у 1-го отверстия;
- в таблице 8 статьи [16] значения ККНс у 1-го отверстия (модель с двумя болтами) в отсутствии зазора (самый левый столбец) получены в пределах 11.0...12.0, а в таблице 2 на этой же сетке и тоже в отсутствии изгиба – близкое им значение 12.5. Некоторое понижение значений можно пояснить влиянием соседних слоев пакета в полных моделях статьи [16].

Основной вывод из сравнения данных таблиц 1 и 2: при деформировании однородной по толщине пластины без изгиба значения коэффициентов концентрации напряжений у отверстий с болтами (контактная задача с трением), значительно превышают аналогичные значения при отсутствии болтов.

На рис.2 приведены некоторые результаты, когда модели имеют болты и задача – контактная. На рис.2-а изображение слегка наклонено, а также применена "анимация": наложение сильно увеличенных перемещений. Видна зона контакта болта с отверстием и зазор. Графики рис.2-б показывают, что основные отличия наблюдаются у отверстия (левая часть графиков), причем при увеличении размеров сетки КЭ прежде всего значительно уменьшаются пиковые значения напряжения.



а



б

Рис. 2. Напряжения  $\sigma_{11} = \sigma_X$  (МПа) у отверстия I: (а) – на поверхностях однослойной модели I, анимация; (б) – в узлах ослабленного сечения (♦ – модель I; ■ – модель II; ▲ – модель III)

Для задачи изгиба тонкой пластины из *изотропного* материала и с относительно малым отверстием, известно такое выражение для изгибного коэффициента концентрации напряжений:  $\alpha_b = (5 + 3\mu) / (3 + \mu)$  [21], причем в качестве номинального берется напряжение, среднее в ослабленном сечении. При  $\mu = 0.3$  имеем  $\alpha_b \approx 1.80$ , т.е. концентрация напряжений проявляется и при изгибе, но в меньшей степени, чем при растяжении пластины с отверстием. Для ортотропного материала аналогичного аналитического решения не обнаружено.

Если для ортотропной (с лентой УОЛ-300-1А) пластины просто просуммировать "теоретическое" значение 15.2 с изгибным 1.80, то получим верхнюю оценку возможного ККН у 1-го отверстия с болтом, т.е.  $(\alpha_1)_{\max} \approx 17.0$ . Но это только предположение.

**Уточненное значение обобщенного коэффициента концентрации напряжений у первого отверстия конечно-элементной модели, представленной в статье [16]**

Модифицировали одну конечно-элементную модель из [16], а именно ПКМ-I без бокового зазора болт/отверстие, для которой в таблице 9 [16] был наибольший ККНос, равный 18.5. При модификации изменили характерные размеры КЭ в зоне концентрации: с  $0.22 \times 0.67$  мм на  $0.22 \times 0.17$  мм. В результате расчета получили такие значения:  $((\sigma_x)_{\max})_1 \approx 1833$  МПа – для табл.2;  $((\sigma_x)_{\max})_1 \approx 508$  МПа – для табл.4;  $(\sigma_u)_1 \approx 663$  МПа – для табл.5;  $\sigma_0 = (\bar{\sigma}_x)_1 \approx 1171$  МПа – для табл.6;  $(k_u)_1 \approx 0.5834$  – для табл.7;  $(\alpha_{\bar{\sigma}_x})_1 \approx 15.2$  – для табл.8;  $(\alpha_{\sigma_x})_1 \approx 23.8$  – для табл.9 статьи [16].

Возвращаясь к оценке (7), вместо 18.5 применим уточненное значение ККНос, равное 23.8, и получим, что для структуры ПКМ-I и зазора  $\delta = 0$  мкм

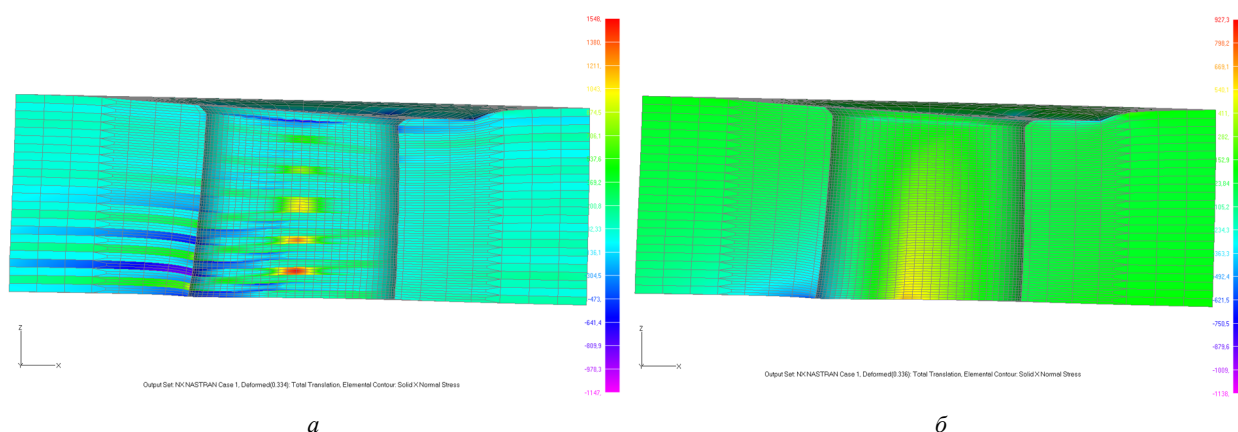
$$N_1 \alpha_1 = N_1 \eta_1 \alpha_1 \approx N_1 \cdot 0.5956 \cdot 23.8 \approx N_1 \cdot 14.2, \quad (10)$$

т.е. можно считать, что в пересчете от слоя с углом укладки 0 градусов, для формулы (1), реализовалось уточненное значение ККНос  $\alpha_1 \approx 14.2$ , а не 11.4.

**Примечание 3.** Совпадение значения  $\alpha_1 = 15.2$  таблицы 2 и полученное  $(\alpha_{\bar{\sigma}_x})_1 \approx 15.2$  можно считать случайным, поскольку различались и размеры КЭ в зоне концентратора ( $0.025 \times 0.025$  мм и  $0.22 \times 0.17$  мм), и условия для слоя (отдельный и в пакете). Еще отметим, что для одного слоя получили  $\alpha_1 = 15.2$ , а для многослойной пластины  $\alpha_1 = 14.2$ , т.е. меньшее, но близкое, значение. Это небольшое отличие можно пояснить взаимобратными влияниями: соседние слои должны уменьшать  $\alpha_1$ , а присутствующий изгиб – увеличивать.

Очевидно, что для других структур ПКМ и зазоров, а также материалов слоев ПКМ значения ККНос  $\alpha_1$  будут другими.

На рис.3 изображены полученные в расчетах цветовые уровни напряжений  $\sigma_{11}$ , т.е. в направлении главной оси ортотропии материала, при послойном моделировании ПКМ и при использовании "эффективных" модулей упругости в ПКМ, взятых из таблицы 6 статьи [8]. Видно, что изменение геометрии практически идентично, но распределение напряжений и их максимальные величины (1548 МПа и 927 МПа) – абсолютно различны. Вывод: *в отсутствие аналитических решений конечно-элементные расчеты неизбежны, и они должны осуществляться на послойных моделях слоистого композита.*



**Рис. 3. Модели образца рис.1, напряжения  $\sigma_{11}$  (МПа) на поверхностях у 1-го болта, анимация: (а) – послойное моделирование ПКМ; (б) – ПКМ с "эффективными" модулями упругости**

Введем величину (функционал от многих параметров БС)  $\omega_i$  как отношение между ККНос  $\alpha_i$  и ККН  $\alpha$ , подсчитанным для *ортотропной*, однородной по толщине пластины, в соответствии с формулами (9) и

$\alpha = K \cdot (1 - d/b)$ . В полученных (для образца рис.1) выше оценках имеем  $\omega_1 = 15.2/6.49 \approx 2.34$  и  $\omega_1 = 14.2/6.49 \approx 2.19$ . Т.е. можем уверенно отметить, что для рассматриваемого случая (материалы, структура, зазор) оценка "бесконтактных" формул (9) с применением соотношения  $\alpha = K \cdot (1 - d/b)$  гарантированно дает в два раза меньшее значение, чем в контактной задаче. Но, по крайней мере, учтена реальная ортотропия материала, а это важно. В связи с этим есть смысл эту оценку ККН  $\alpha$  в ненагруженном отверстии считать *нижней базовой* оценкой (ККНб), учитывающей существенное влияние реальных упругих характеристик материала на ККН у отверстия.

#### **Возможные алгоритмы оценки статической прочности БС с ПКМ на разрыв ослабленного сечения**

Обобщая результаты исследований [2-9, 11, 13-16, 18-21] и данной статьи, с учетом Примечания 1, можно констатировать наличие двух вариантов алгоритмов расчета на статическую прочность (на разрыв) ослабленного отверстия сечения в пластине из ПКМ.

**Первый** – *экспресс-оценка* статической прочности БС с ПКМ на разрыв ослабленного сечения, основанная на непосредственном применении формулы (1), т.е. в рамках используемого ныне подхода к этой проблеме [2], а также нижней базовой оценки ККН (ККНб) по формулам (11):

1. Принятие  $\underline{N}_1 = N_X$ ;

2. Подсчет теоретического коэффициента концентрации напряжений  $\alpha$  у свободного от болта отверстия в пластине из ортотропного материала по цепочке формул (как *нижней базовой* оценки, ККНб, учитывающей влияние реальных упругих характеристик материала на рассматриваемый коэффициент):

$$k = \sqrt{E_{11}/E_{22}}; \quad m = E_{11}/G_{12} - 2\mu_{12}; \quad n = \sqrt{2k+m}; \quad K = n+1; \quad \alpha = K \cdot (1-d/b), \quad (11)$$

в которых необходимо использовать характеристики материала с наибольшим значением  $E_{11}$  в направлении действия силовой нагрузки (с углом укладки 0 градусов);

3. Подсчет относительного вклада выбранного слоя в сопротивление деформированию слоистого композита в основном направлении, т.е.  $\eta_{0^\circ}$ , в соответствии с формулами (3) – (6). Принятие  $\eta_1 = \eta_{0^\circ}$ ;

4. Подсчет

$$\underline{\alpha}_1 = \eta_1 \cdot \alpha \cdot \omega_1, \quad (12)$$

где значение  $\omega_1$  (учитывает различие нагруженного отверстия от ненагруженного, а также наличие изгиба) взять из диапазона (2...3) при полном отсутствии данных, или обосновать в эксперименте (натурном или численном).

Со временем можно наработать базу данных (номограммы, формулы регрессионного анализа) по величинам  $\omega_1$  для характерных болтовых соединений с ПКМ.

**Второй** – *уточненный* алгоритм расчета на статическую прочность (на разрыв) ослабленного отверстием сечения в пластине из ПКМ (расчет по локальному напряженному состоянию):

1. Проведение конечно-элементного моделирования характерного участка болтового соединения, с максимально возможным сгущением сетки КЭ в зоне концентрации напряжений и моделированием каждого слоя композита минимум двумя КЭ по толщине (иначе пиковые значения будут полностью срезаны при отображении результатов). Для уменьшения размера порождаемой системы уравнений применять смешанную модель композита, обоснованную в статье [7]. Задачу формулировать как контактную, с учетом трения, а также с учетом зазоров и других конструктивно-технологических факторов [8];
2. Проведение расчетов модели (достаточно персональной ЭВМ с увеличенным размером оперативной памяти);
3. Получение из результатов расчетов значений  $(\sigma_X)_{\max}$  и сравнение его с напряжением, допускаемым на разрыв для материала данного слоя:  $(\sigma_X)_{\max} \leq [\sigma]_r$ , что соответствует формуле (1).

#### **Выводы**

Результаты анализа расчетных данных позволили сделать следующие общие выводы:

1. При деформировании однородной по толщине пластины без изгиба, значения коэффициентов концентрации напряжений (ККН) у отверстий с болтами (контактная задача с трением), значительно превышают аналогичные значения при отсутствии болтов;
2. В статическом прочностном расчете болтового соединения на разрыв пластины из ПКМ в ослабленном отверстием сечении, в качестве *нижней базовой* оценки можно принять значение теоретического коэффициента концентрации напряжений  $\alpha$  у свободного от болта отверстия в пластине из *ортотропного* материала, подсчитанного по цепочке формул (11);
3. Для получения обобщенного коэффициента концентрации напряжений  $\underline{\alpha}_i$ , учитывающего контактное взаимодействие отверстия в ПКМ с болтом и изгиб, значение *нижней базовой* оценки  $\alpha$  необходимо

увеличивать в  $\omega_i$  раз, причем для первого болта  $\omega_1 > 2$ , предположительно  $\omega_1 \approx (2 \dots 3)$ . Уточненное значение  $\omega_i$  необходимо получать в дополнительных исследованиях (натурных или численных).

Добавим, что только проведение натурных или численных исследований позволит создать базу данных для величин  $\omega_i$  для актуальных в отрасли вариантах силовых болтовых соединений с композитами.

## Про розрахунки болтового з'єднання на розривне руйнування послабленого отвором перерізу композитної пластини

К.М. Рудаков, Ю.М. Дифучин

**Анотація.** Раніше авторами було створено 24 3D-моделі зразків однозрізного дворядного болтового з'єднання із ПКМ (контактна задача), у яких варіювалися структури ПКМ (6 варіантів), а також бічний зазор болтів з отворами (4 значення). Незмінними були величина сили стягування пакета й сила, що розтягує зразок. За результатами розрахунків визначені розподіли напружень і підраховані коефіцієнти концентрації напружень у пластинах із ПКМ у отворів (таблиці, графіки). У статті на основі зазначених результатів і додаткових розрахунків прийшли до наступних висновків:

- у статичному розрахунку на міцність болтового з'єднання на розрив смуги із ПКМ в ослабленому отвором перетині, у якості нижньої базової оцінки можна прийняти значення теоретичного коефіцієнта концентрації напружень  $\alpha$  у вільного від болта отвору в пластині з ортотропного матеріалу, формулами, запропонованими С. Г. Лехницьким;

- для одержання узагальненого коефіцієнта концентрації напружень  $\alpha_i$ , що враховує контактну взаємодію отвору в ПКМ із болтом, значення нижньої базової оцінки  $\alpha$  необхідно збільшувати в  $\omega_i$  разів, причому  $\omega_i > 2$ , приблизно  $\omega_1 \approx (2 \dots 3)$ .

Уточнене значення поправочного коефіцієнта  $\omega_i$  необхідно одержувати в додаткових дослідженнях (натурних або чисельних), що дозволить створити базу даних для величин  $\omega_i$  для актуальних у галузі варіантів силових болтових з'єднань із композитами.

**Ключові слова:** чисельне 3D моделювання; ПКМ; болтове з'єднання; міцність; МСЕ.

## About calculations of net-tension failure of a bolted joint on the weakened by hole cross-section of composite plate

Konstantin Rudakov, Yury Dyfuchyn

**Abstract.** Purpose. In order to carry out calculations of net-tension failure of the weakened cross-section of bolted joints with CFRP, it is necessary to estimate the value of the generalized stress concentration factor at the hole.

Methodology. Used a method of finite-elements and the 3D contact model as much as possible approached to real geometry and conditions of load application. Earlier, the authors created 24 3D models of samples of single-shear two-row bolted joint with CFRP (contact task), in which the structures of CFRP (6 variants) varied, as well as the side gap of bolts with holes (4 values).

The magnitude of the contraction force of the packet and the force that stretched the sample were unchanged. Based on the results of calculations, stress distributions are determined and stress concentration coefficients in CFRP plates at the holes (tables, graphs) are calculated.

Findings. Based on these results and additional calculations, the following conclusions were reached:

- in static strength analysis of net-tension failure of the weakened cross-section of bolted joints with CFRP, as a lower base estimate, one can take the value of the theoretical stress concentration factor  $\alpha$  for a bolt-free hole in an orthotropic material plate, according to the formulas proposed by S.G. Lechnitsky;

- to obtain a generalized stress concentration factor  $\alpha_i$  that takes into account the contact of the hole in the CFRP with the bolt, the value of the lower base estimate of  $\alpha$  must be increased by a factor  $\omega_i > 2$ , presumably  $\omega_i \approx (2 \dots 3)$ . The adjusted value of the correction factor  $\omega_i$  needs to be obtained in additional studies (natural or numerical), which will allow creating a database for values of  $\omega_i$  for the topical in the industry options for power bolted joints with composites.

Originality. The possible algorithms for estimating the static tensile strength of a weakened cross-section of bolted joints with CFRP are substantiated.

**Keywords:** numerical 3D-modelling; composite; a bolt joint; strength; FEM.



## References

1. Стрижиус В.Е. Метод расчета на усталость срезных болтов в металло-композитных соединениях элементов авиаконструкций / В.Е. Стрижиус // Научный вестник МГТУ ГА. – 2014. – № 199(1). – С.52–61.
2. Василевский Е.Т. Система экспериментального обеспечения расчета на прочность механических соединений деталей из композитов / Е.Т. Василевский, А.З. Двейрин, Я.С. Карпов, С.П. Кривенда // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – 2010. – № 47. – С. 42-52.
3. Киркач А.Б. Проблемы прочности болтовых соединений на основе слоистых композиционных пластиков / А.Б. Киркач // Вестник ХПИ. Серия "Динамика и прочность машин". – 2011. – № 63. – С. 45-54.
4. Двейрин А.З. Обзор и анализ состояния проблемы расчетно-экспериментального обеспечения проектирования агрегатов самолета из полимерных композитов с механическими соединениями деталей / А.З. Двейрин // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – 2014. – № 66. – С. 5-19.
5. Рудаков К.Н. Моделирование болтовых соединений из ПКМ в программном комплексе FEMAP/NX NASTRAN / К.Н. Рудаков, С.Н. Шукаев // Вісник НТУУ "КПІ". Серія машинобудування, 2013. №67. – С. 199-206.
6. Кривов Г.А. Численные исследования напряженно-деформированного состояния высоконагруженных соединений элементов конструкций планера самолета / Г.А. Кривов, В.А. Матвиенко, А.Н. Рудько, Е.Т. Василевский, Г.Н. Романович, К.Н. Рудаков, С.Н. Шукаев, А.А. Добронравов // Технологические системы. – К.: УкрНИИИТ, 2013. – №4(65). – С. 7-16.
7. Рудаков К.М. Чисельне обґрунтування застосування змішаних 3D-моделей ПКМ при розрахунках болтових з'єднань / К.М. Рудаков, А.С. Шандура // Вісник НТУУ "КПІ". Серія машинобудування, 2015. №2(74). – С. 67–76.
8. Дифучин Ю.М. Чисельне моделювання болтових з'єднань з ПКМ. Повідомлення 1. Створення змішаних 3D-моделей / Ю.М. Дифучин, К.М. Рудаков // Вісник НТУУ "КПІ". Серія машинобудування, 2016. №2(77). - С. 100-107. DOI: <http://dx.doi.org/10.20535/2305-9001.2016.77.76975>
9. Rudakov K. Finite element analysis of the effect of technological factors on the strength of composite bolted joints / K. Rudakov, S. Shukaev, G. Krivov, V. Matvienko // *Mechanotronic Systems and Materials 2014. Selected Papers*. Opole University of Technology 2015, pp.103-108.
10. Кучер Н.К. Деформирование и прочность слоистых углепластиков при статическом термомеханическом нагружении / Н.К. Кучер, М.Н. Заразовский, Е.Л. Данильчук // *Механика композитных материалов*, 2012. – Т. 48, № 6. – С. 963-980.
11. Фомичев П.А. Учет концентрации напряжений в расчете долговечности элементов конструкций по номинальным напряжениям / П.А. Фомичев, Т.С. Бойко // *Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского "ХАИ"*. – 2009. – Вып. 4 (60). – С.53-63.
12. ГОСТ 25602-80. Расчеты и испытания на прочность. Методы механических испытаний композиционных материалов с полимерной матрицей (композитов). Метод испытания на сжатие при нормальной, повышенной и пониженной температурах. – М.: Из-во стандартов, 1980. – 17 с.
13. Дифучин Ю.М. Чисельне моделювання болтових з'єднань з ПКМ. Повідомлення 2. Вплив зазорів і структури ПКМ на характеристики напружено-деформованого стану болтів / Ю.М. Дифучин, К.М. Рудаков // Вісник НТУУ "КПІ". Серія машинобудування, 2016. №3(78). - С. 132-145. DOI: <http://dx.doi.org/10.20535/2305-9001.2016.78.87475>
14. Рудаков К.М. Вплив структури ПКМ на характеристики напружено-деформованого стану в околі отворів болтових з'єднань з ПКМ / К.М. Рудаков, Ю.М. Дифучин // *Технологические системы*. – 2016. – №4(77). – С. 28-40.
15. Dyfuchyn, Y. and Rudakov, K. (2017), "Numerical Modelling of Bolted Composite Joints. Bolts Rigidity Effect on Normal Stresses in the Composite Layers", *Mechanics and Advanced Technologies*, no. 1(79), pp. 19-25. DOI: <http://dx.doi.org/10.20535/2521-1943.2017.79.95756>
16. Дифучин Ю.М. Анализ разрывных напряжений и коэффициентов концентрации напряжений в зонах отверстий в пластинах с ПКМ образца болтового соединения / Ю.М. Дифучин, К.Н. Рудаков // *Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского "ХАИ"*. – 2017. – Вып. 3 (91). – С. 47-60.
17. Болотин В.В. *Механика многослойных конструкций* / В.В. Болотин, Ю.Н. Новичков. – М.: Машиностроение, 1980. – 375 с.
18. Решетникова Р.Ю. Влияние осевого натяга на локальное напряженное состояние в односрезных болтовых соединениях / Р.Ю. Решетникова // *Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского "ХАИ"*. – 2013. – Вып. 1 (73). – С. 87-99.
19. Прочность. Устойчивость. Колебания. Справочник в трех томах. Том 2. Под ред. И.А. Биргера, Я.Г. Пановко М. : Машиностроение, 1982. – 463 с.
20. Лехницкий С.Г. *Теория упругости анизотропного тела*. Изд. 2-е. М.: Главная редакция физ-мат. лит-ры изд-ва "Наука", 1977. – 415 с.
21. Timoshenko S. and Woinowsky-Krieger S. (1959), *Theory of Plates and Shells*. Second Edition. New York Toronto London: McGRAWHILL BGGK COMPANY, Inc.