

Критериальные уравнения для описания граничных условий термического нагружения при испытаниях моделей лопаток ГТД в газовых потоках

Н.Н. Феофентов • Е.А. Задворный

Институт проблем прочности им. Г.С.Писаренко НАН Украины, Киев, Украина

Received: 23 February 2018 / Accepted: 01 March 2018

***Аннотация.** Статья посвящена обоснованию структуры критериальных уравнений, которые позволяют описать с использованием методов теории подобия тепловых процессов пространственно-временную зависимость интенсивности теплообмена модельных образцов, используемых при стандартизованных исследованиях термоусталостного повреждения конструкций типа лопаток газовых турбин, при их обтекании газовым потоком переменных параметров. Основанием для представленного численного анализа явились результаты комплексных экспериментальных исследований моделей при стендовых испытаниях в контролируемых условиях по различным режимам обтекания клина нестационарным газовым потоком. Результаты позволили описать с помощью полученных критериальных уравнений условия теплообмена образцов различных типоразмеров, исследуемых по различным режимам теплового нагружения на газодинамическом стенде.*

***Ключевые слова:** термонапряженное состояние, лопатка газотурбинного двигателя, граничные условия теплообмена, критерии подобия, газовый поток*

Введение

Исследование надежности и долговечности энергетического оборудования, такого как газотурбинные двигатели и установки, в первую очередь связано с необходимостью определения прочности и долговечности рабочих и направляющих лопаток горячего тракта, работающих в условиях сложного пространственно-временного термонапряженного состояния и подверженных наибольшим термическим и механическим нагрузкам, возникающим при эксплуатации на переменных режимах. При этом действие факторов, определяющих нагруженность, кинетику повреждаемости и реальный ресурс лопаток турбины, обусловлено в основном интенсивностью термического, эрозийного и коррозионного воздействия газового потока переменных термодинамических параметров [1-3].

Испытания лопаток на прочность и долговечность в условиях воздействия высокотемпературного газового потока в Институте проблем прочности им. Г.С. Писаренко НАН Украины проводятся на газодинамическом стенде [2; 3] по стандартизованной методике [4], позволяющей воссоздать или моделировать реальные условия эксплуатации. Основным объектом исследований являются клиновидные модели различной геометрии и размеров, обоснованный выбор которых позволяет в процессе испытаний воспроизводить широкий спектр режимов термонагруженности материала кромки лопатки газотурбинных двигателей (ГТД) [4], а также существенно повысить информативность исследований и расширить возможности обобщенного анализа результатов. При этом обязательной составляющей процесса исследований является расчет теплового и напряженно-деформированного состояния на всех стадиях: определения характеристик моделей, обоснования режимов нагружения, учета процессов деградации свойств материала поверхностных слоев [5] на промежуточных этапах испытаний, и последующего анализа результатов.

Постановка задачи

Обязательным условием для определения теплового и напряженно-деформированного состояния клиновидных моделей является наличие корректной информации об условиях теплового нагружения. В большинстве случаев эта задача решается экспериментально путем получения данных о кинетике теплового состояния их поверхности в цикле нагружения, т.е. оценке граничных условий первого рода. Изменение теплового состояния поверхности в цикле нагружения определяется путем термометрирования исследуемых образцов и записи получаемых результатов в процессе испытаний. Наряду с достоинствами, какими обладают

прямые методы измерений при достаточном надежном приборном обеспечении, им характерны определенные ограничения. К недостаткам данного способа следует отнести неизбежность искажения теплового состояния, обусловленного влиянием на состояние поверхности установленных термопар, ограниченными возможностями измерений на образцах с покрытиями или деградированным поверхностным слоем. Эти факторы значительно усложняют исследования при необходимости проведения большого числа дорогостоящих испытаний с использованием образцов различных типоразмеров. Весомость отмеченных недостатков методики определения теплового состояния моделей при исследовании термоциклической долговечности лопаток ГТД снижается при переходе к описанию процессов теплообмена заданием граничных условий 3-го рода и их привязке к параметрам газового потока, определяемым при ограничении мощности базового оборудования стенда геометрией образца и конструктивными особенностями испытательной камеры. Такой подход практически снимает ограничения и открывает возможность получения количественных оценок эффективности защитных покрытий при термоциклическом нагружении, влияния деградированных слоев материала на ТНДС и остаточный ресурс элементов конструкции по параметрам термоусталостного повреждения [5-7].

Следует отметить также возможность упрощения расчетных схем при постановке численных экспериментов, так как появляется возможность задания начальных условий не в матричном или табличном виде, а в форме параметрических зависимостей при минимальном количестве переменных параметров. В этом плане задача по определению таких зависимостей (критериальных уравнений), описывающих процессы теплообмена между моделью и нестационарным газовым потоком является актуальной и позволяет оптимизировать проводимые исследования.

Отметим два способа определения граничных условий 3-го рода:

- 1) определение коэффициентов теплообмена в результате решения прямой и обратной задач теплопроводности по граничным условиям 1-го рода;
- 2) решением задачи обтекания исследуемой модели газовым потоком методами численного моделирования.

Первый способ предполагает при проведении эксперимента измерение температуры поверхности исследуемой модели, параметров газового потока и характеристик исходных компонентов потока (воздуха и топлива). Результатом численного решения прямой задачи нестационарной теплопроводности при экспериментально определенных граничных условиях первого рода (задача Фурье) является информация о распределении температуры в исследуемом образце, необходимая для оценки термических напряжений. В методическом плане количество, места и способы установки термопар выбираются исходя из условий минимального влияния на обтекание модели потоком и достаточности информации для корректного описания характера изменения температуры поверхности в цикле с использованием интерполяционных методов.

Для решения задач нестационарного теплообмена по граничным условиям 3-го рода при известном характере изменения теплового состояния модели и температуры потока решением обратной задачи теплопроводности [8] определяются, закон изменения во времени и распределения коэффициентов теплообмена по поверхности образца.

Второй способ предусматривает решение связанной нестационарной задачи численного моделирования обтекания твердого тела газовым потоком. Для этого может быть использован расчетный комплекс Ansys Fluent в соответствии с методикой, описанной в [9]. В качестве граничных условий принимаются расходные характеристики потока и его температура, которые изменяются во времени. Результатом решения связанной газодинамической задачи и задачи теплопроводности является тепловое состояние исследуемой модели в разные моменты времени.

Для определения критериальных уравнений был выбран второй способ, а именно решение задачи обтекания клина газовым потоком методами численного моделирования.

Описание исследуемой модели

В качестве исследуемой модели был выбран клиновидный образец с характеристиками: радиус скругления кромки $r = 0,7$ мм, длина $L = 43$ мм, угол раствора $\varphi = 15^\circ$ (рис. 1).

Для решения поставленной задачи использовались результаты испытаний клиновидных моделей на газодинамическом стенде в высокотемпературном газовом потоке переменных во времени (в цикле) термодинамических параметров продуктов сгорания керосина в воздухе (в дальнейшем – газ).

Модели испытывались в цикле термического нагружения длительностью 120 с (60 с – нагрев, 60 с – охлаждение) в интервале температур 623-1373 К. В ходе эксперимента температура газового потока регулировалась с помощью изменения массового расхода топлива в диапазоне 0,1-0,15 кг/с, при этом массовый расход воздуха оставался неизменным (0,75 кг/с).

Рабочее сечение испытательной камеры: ширина – 200 мм, высота – 80 мм. Клиновидные образцы устанавливались в два ряда в шахматном порядке: 5 образцов в первом ряду и 6 образцов во втором. На рис. 1 представлены размеры испытательной камеры и соотношение геометрических параметров сформированной моделью ее проточной части (а), а также схема расположения клина в ней (б). Измерение температуры газа осуществлялось с помощью термопары, установленной в потоке перед испытательной камерой (рис. 2).

Методика численного моделирования обтекания клина газовым потоком

Для численного моделирования в качестве граничных условий использовали изменение скорости потока. При переменном во времени массовом расходе газа G (рис. 2) скорость газового потока можно определить как:

$$w = G/\rho S, \quad (1)$$

где: ρ – плотность газового потока, кг/м^3 ; S – площадь поперечного сечения канала, м^2 .

В качестве исходных данных для определения граничных условий 3-го рода при решении задачи обтекания клиновидной модели газовым потоком методами численного моделирования служили теплофизические свойства газа, материала клина, а также изменение параметров потока в цикле: скорости и температуры.

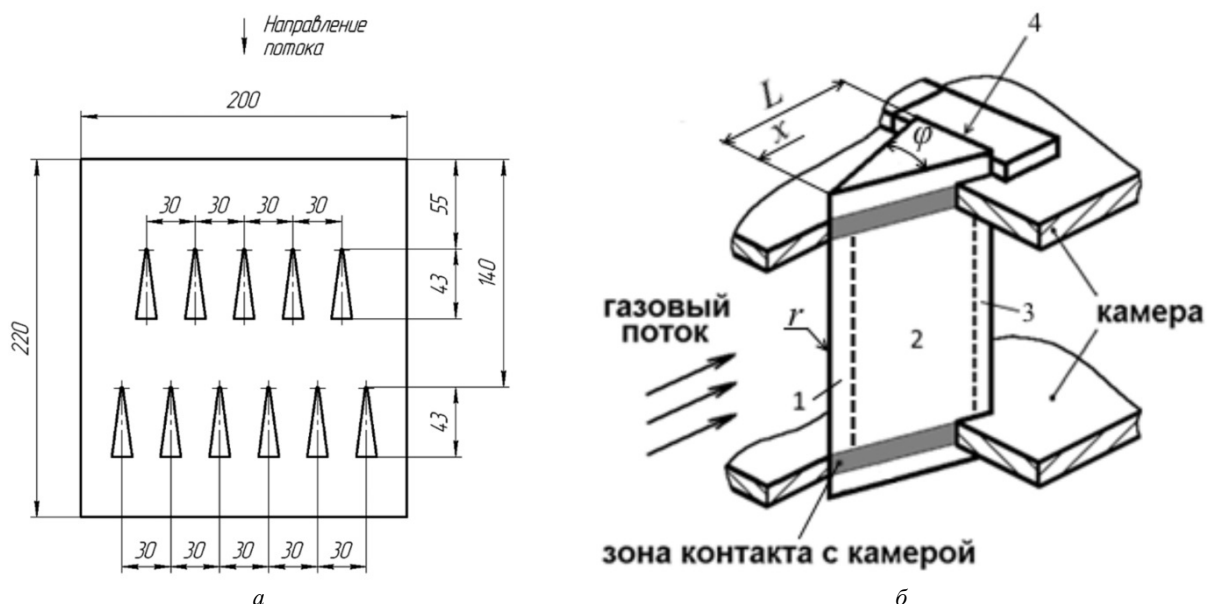


Рис. 1. Схема испытательной камеры (а) и расположение клиновидного образца в камере (б): h , L , ϕ – геометрические характеристики клина, 1-4 – характерные зоны теплообмена

В расчете учитывалась зависимость теплофизических свойств среды и материала исследуемой модели от температуры. В качестве топлива в камере сгорания применялся керосин ТС-1, однако из-за того, что его массовая часть была небольшой сравнительно с воздухом, в качестве теплофизических свойств рабочей среды приняты свойства воздуха (табл. 1). Исследуемые образцы были изготовлены из сплава ЖС6У, характеристики которого представлены в табл. 2.

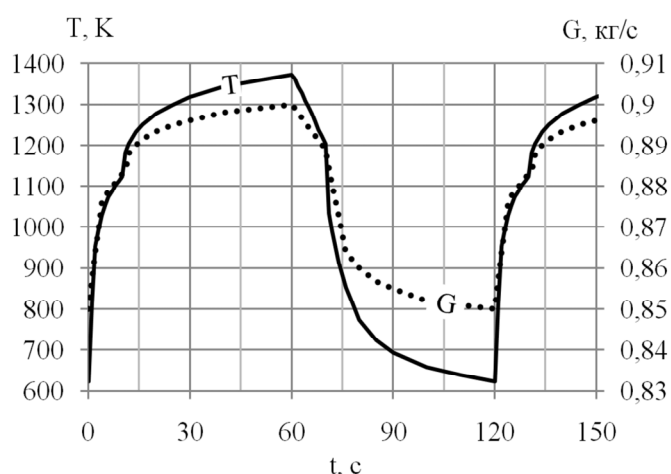


Рис. 2. Изменение температуры (Т) и массового расхода газа в цикле (G)

Для расчета была выделена узкая часть канала, включающая клин первого ряда и две половины клиньев второго ряда. На боковых поверхностях задавалось условие симметрии. Задача решалась в двумерной постановке. Размеры модели соответствовали геометрическим характеристикам испытательной камеры.

Сетка конечных элементов сгущалась к поверхности клиновидных моделей. На входе и выходе из камеры размер ячейки составлял 0,5 мм; поверхность клина разбивалась ячейками с размером 0,075 мм. Конечно-элементная, сетка модели представлена на рис. 3.

Таблица 1

Теплофизические свойства воздуха при различных температурах [10]

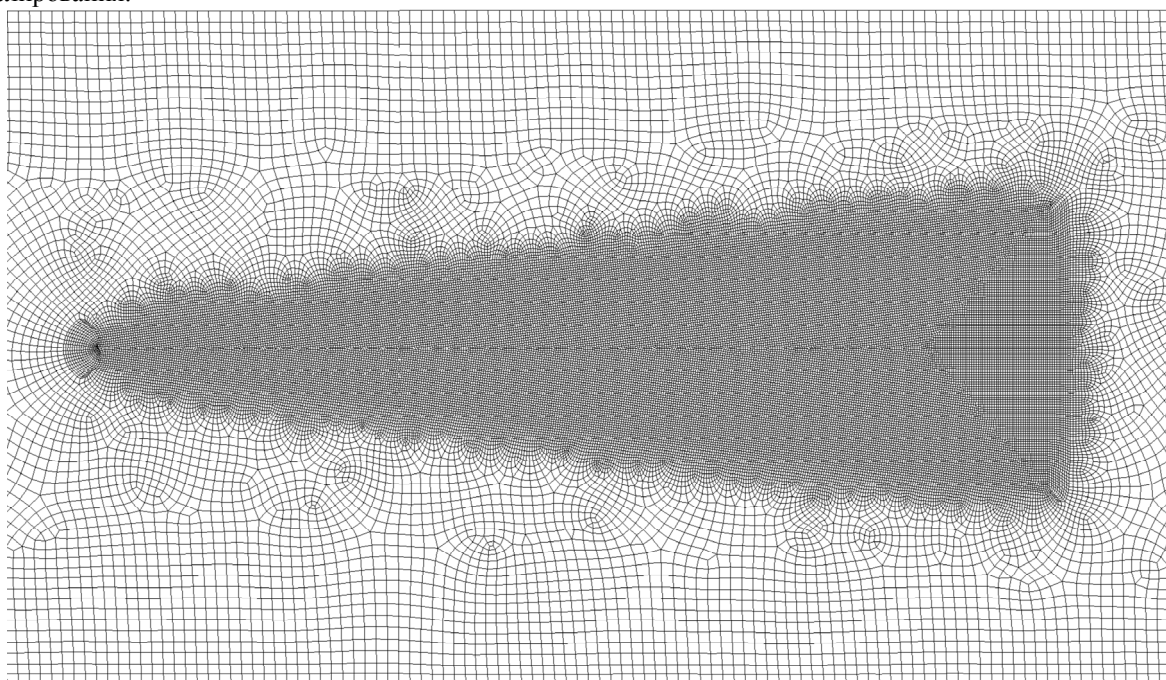
| T, K | $\rho, \text{кг/м}^3$ | $\eta \cdot 10^6, \text{м}^2/\text{с}$ | $C, \text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$ | $\lambda \cdot 10^2, \text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ |
|--------|-----------------------|--|---|---|
| 373 | 0,95 | 23 | 1009 | 3,2 |
| 673 | 0,52 | 63 | 1068 | 5,2 |
| 1073 | 0,33 | 135 | 1156 | 7,2 |
| 1273 | 0,28 | 178 | 1185 | 8,1 |
| 1473 | 0,24 | 234 | 1210 | 9,2 |

Таблица 2

Свойства сплава ЖС6У [11]

| T, K | $\rho, \text{кг/м}^3$ | $C, \text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$ | $\lambda, \text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ |
|--------|-----------------------|---|--|
| 373 | 8400 | 369 | 9,6 |
| 673 | | 461 | 14,3 |
| 1073 | | 629 | 21,0 |
| 1273 | | 709 | 24,8 |
| 1473 | | 793 | 28,3 |

Задача решалась в нестационарной постановке. В начальный момент времени температура по всей расчетной области принималась равной минимальной температуре газа в цикле – 623 К. После расчета 3-х циклов нагружения был достигнут выход на режим стабилизированного цикла, при котором температурное поле модели в начале очередного цикла с достаточной степенью точности повторяло температурное поле в начале предыдущего цикла. В результате были получены данные об изменении теплового состояния клиньев в процессе нагружения. На рис. 4 представлено распределение температуры, а на рис. 5 – распределение плотности теплового потока по поверхности клина в разные моменты времени, полученные в результате численного моделирования.

**Рис. 3. Конечно-элементная сетка вблизи клина первого ряда**

Кроме того, в ходе расчета было установлено, что условия обтекания, а, соответственно, и тепловое состояние клиньев первого и второго ряда несколько отличаются, однако в ходе подобных испытаний опытные образцы располагаются в первом ряду, поэтому приоритетной задачей было получение граничных условий теплообмена именно первого ряда клиньев.

Определение коэффициентов теплообмена осуществлялось с использованием уравнения Ньютона-Рихмана [12]:

$$\alpha = q/\Delta T, \quad (3)$$

где: α – коэффициент теплообмена, Вт/м²·К; q – плотность теплового потока на поверхности, Вт/м²; ΔT – разница температур газового потока и поверхности, К.

Полученное распределение коэффициентов теплообмена по поверхности клина в разные моменты времени представлено на рис. 6.

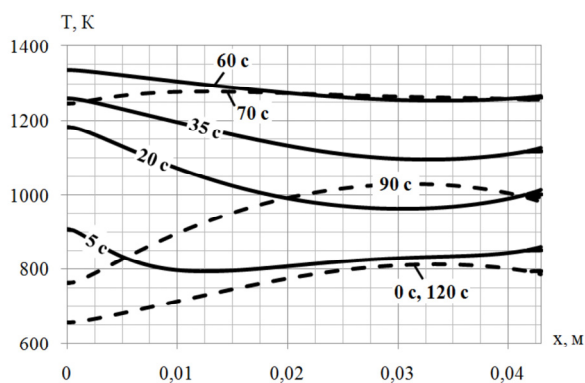


Рис. 4. Распределение температуры по боковой поверхности клина первого ряда в разные моменты времени

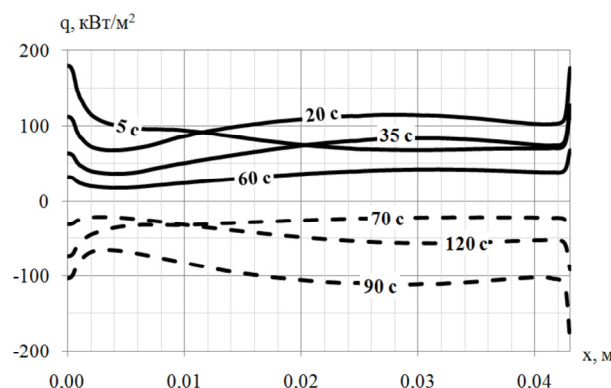


Рис. 5. Распределение плотности теплового потока на боковой поверхности клина первого ряда в разные моменты времени

Методика определения критериального уравнения обтекания клина нестационарным газовым потоком

Для определения критериального уравнения обтекания клиновидной модели нестационарным газовым потоком применялись критерии подобия [13; 14]. В качестве характеристики теплообмена использовалось число Нуссельта Nu – отношение количества теплоты, передаваемой конвекционным теплообменом, к количеству теплоты, передаваемой теплопроводностью рабочей среды:

$$Nu = \alpha \delta / \lambda, \quad (4)$$

где: α – коэффициент теплообмена на поверхности тела, Вт/м²·К; δ – характерный размер, м; λ – коэффициент теплопроводности рабочей среды, Вт/м·К.

В качестве критерия расходных характеристик потока использовали число Рейнольдса Re – отношение сил инерции, действующих в потоке, к силам вязкости:

$$Re = w \delta / \nu, \quad (5)$$

где: w – скорость потока, м/с; δ – характерный размер, м; ν – кинематическая вязкость среды, м²/с.

Для учета влияния физических свойств среды на теплоотдачу использовалось число Прандтля Pr – один из критериев подобия тепловых процессов в жидкостях и газах, который представляет собой отношение скорости диффузии к температуропроводности:

$$Pr = \nu / a = \mu c_p / \lambda, \quad (6)$$

где: $\nu = \mu / \rho$ – кинематический коэффициент вязкости, м²/с; μ – динамический коэффициент вязкости, Па·с; ρ – плотность, кг/м³; λ – коэффициент теплопроводности, Вт/м·К; $a = \lambda / \rho c_p$ – коэффициент температуропроводности, м²/с; c_p – удельная теплоёмкость среды при постоянном давлении, Дж/кг·К.

Исходя из характера распределения коэффициентов теплоотдачи по поверхности клиновидной модели, ее можно условно разделить на четыре зоны, представленные на рис. 1, б: зона кромки клина (1), боковая поверхность (2), выходная часть боковой поверхности (3), тыльная поверхность клина (4).

Первая зона характеризуется высокой интенсивностью теплообмена на кромке клина. Второй зоне клина характерно незначительное изменение коэффициента теплообмена по всей ее длине. Третья зона характеризуется интенсификацией теплообмена на краю срыва газового потока. Для четвертой зоны – тыльной части клина – свойственны относительно низкие значения коэффициентов теплообмена. Размеры первой, второй и третьей зон по оси x составили 4, 36 и 3 мм соответственно.

Для определения зависимости условий теплообмена в первой и второй зонах клина в числах Nu и Re характерный размер принимался равным $\delta = x + r$ (рис. 1, б), а в качестве скорости принималась скорость набегающего потока в данном сечении канала w_x , которая рассчитывалась из закона сохранения массы (1). Таким образом, критерии подобия для первой и второй зон приняли вид:

$$Nu_x = \alpha_x x / \lambda, \quad (7)$$

$$Re_x = w_x x / \nu. \quad (8)$$

На основании литературных данных по описанию условий теплообмена с плоской стенкой и в результате применения метода последовательных приближений степень числа Прандтля в формуле (9) была принята равной 1/3 [15].

На рисунке 7 представлена зависимость $Nu/Pr^{0,33}$ от Re на боковой поверхности клина в первой и второй зонах клина в виде семейства кривых, соответствующих разным моментам цикла нагружения, которые могут быть хорошо аппроксимированы степенной зависимостью:

$$Nu_x = 0,075 \cdot Re_x^{0,7} Pr^{0,33} \quad (9)$$

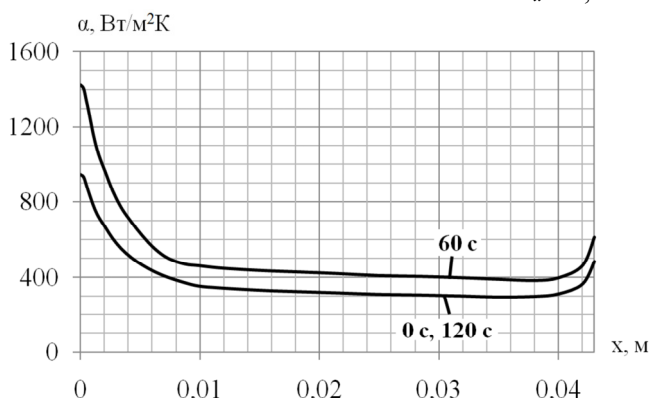


Рис. 6. Распределение локальных коэффициентов теплообмена на боковой поверхности клина в разные моменты времени

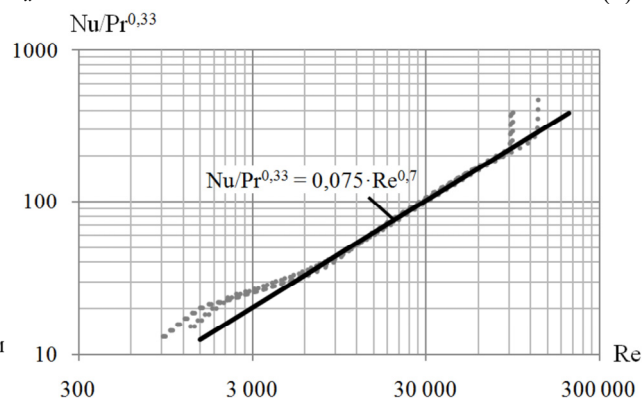


Рис. 7. Зависимость $Nu/Pr^{0,33}$ от числа Re на боковой поверхности клина в разные моменты времени

Незначительным отклонением аппроксимирующей кривой от семейства кривых при значениях $Re < 6000$ можно пренебречь, в связи с тем, что эта зона соответствует участку клиновидного образца протяженностью не более 1 мм.

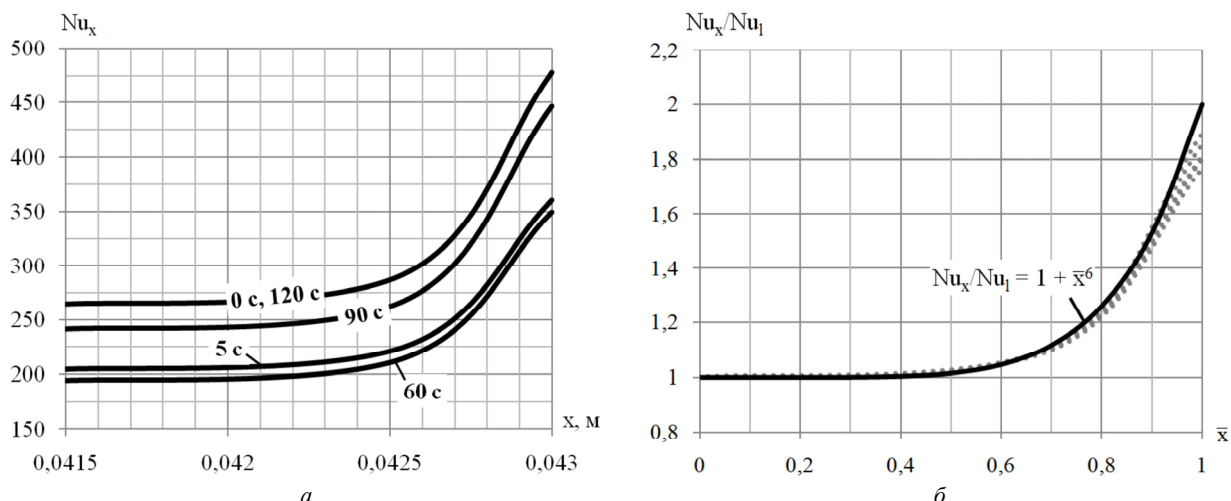


Рис. 8. Распределение локального числа Nu_x по длине третьей зоны в локальных (а) и приведенных (б) координатах

На рисунке 8, а представлено распределение локального числа Нуссельта Nu_x по длине третьей зоны клина в разные моменты времени. На этом графике видно, что характер распределения сохраняется для всех моментов времени, но отличается по абсолютной величине. Для описания этого распределения с помощью единой кривой, которая в дальнейшем может быть использована при расчете серии образцов, были использованы приведенные координаты: приведенное расстояние $\bar{x} = (x - l)/\Delta l$, где $l = 41,5$ мм – конец второй и начало третьей зоны, и отношение локального числа Нуссельта к числу Нуссельта в конце второй зоны Nu_x/Nu_l . Распределение локального числа Нуссельта Nu_x по длине третьей зоны в приведенных координатах представлено на рисунке 8, б. Из этого рисунка видно, что семейство кривых, представленных на рисунке 8, а, в приведенных координатах практически совпадают и могут быть аппроксимированы единой кривой в виде степенной функции:

$$Nu_x/Nu_l = 1 + \bar{x}^6 \quad (10)$$

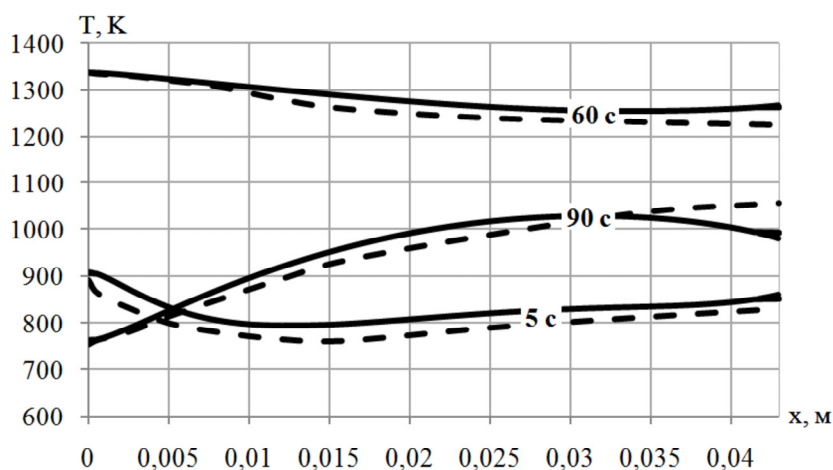
Распределение коэффициентов теплообмена по тыльной поверхности (рис. 1, б, зона 4) имеет более равномерный характер. В этой зоне можно принять постоянный коэффициент теплообмена равный 80% от коэффициента теплообмена в конце второй зоны.

На основании полученных степенных функций был проведен дополнительный расчет для подтверждения возможности их применения. Расчет проводился на модели одиночного клина с сеткой, идентичной используемой при газодинамическом расчете.

Порядок задания коэффициентов теплообмена на поверхности клина был следующим: для каждой точки определялось ее положение относительно кромки клина x и рассчитывалось локальное значение числа Рейнольдса Re_x ; скорость в заданном сечении канала определялась по закону сохранения массы (1) исходя из заданной скорости потока на входе в камеру, геометрии клина и ширины канала. Для точек первой зоны

локальное число Нуссельта Nu_x рассчитывалось по критериальному уравнению (9); во второй зоне сначала определялось локальные числа Рейнольдса Re_l и Нуссельта Nu_l в конце первой зоны l , затем локальное число Нуссельта в точке Nu_x определялось из уравнения (10) в соответствии с приведенными координатами для этой точки. Локальный коэффициент теплообмена получали исходя из определения локального числа Нуссельта (6). На тыльной поверхности клина коэффициент теплообмена принимался равным 80% от коэффициента теплообмена в конце первой зоны.

На рисунке 9 представлены результаты расчета (сплошные линии), а также их сравнение с результатами термометрирования, проведенного во время испытания клиновидных образцов (пунктирные линии). Графики демонстрируют практически точное совпадение результатов, полученных расчетным путем, с результатами, полученными в процессе термометрирования. Вдоль поверхности клина и на тыльной стороне наибольшее отклонение результатов составило 5,9% в конце полуцикла нагрева. Данные свидетельствуют о высокой точности расчета при использовании полученных уравнений для описания теплообмена клиновидного образца с высокотемпературным газовым потоком без необходимости проведения газодинамического расчета.



сплошные линии – результаты численного моделирования; пунктирные линии – результаты термометрирования

Рис. 9. Распределение температуры по боковой поверхности клина в разные моменты времени

Выводы

Полученные критериальные зависимости могут в дальнейшем быть использованы для определения коэффициентов теплоотдачи на поверхности клина данного типоразмера при известном изменении параметров газодинамического потока на входе в испытательную камеру при любом режиме термоциклического нагружения.

Таким образом, полученное критериальное уравнений обтекания клина нестационарным газовым потоком позволяет существенно снизить затраты при проведении испытаний на множестве образцов различных типоразмеров при решении задач обтекания элементов конструкций высокотемпературным газовым потоком, определении их прочности и долговечности методами численного моделирования. Материалы, представленные в статье, стали основанием для анализа влияния деградации поверхностного слоя и трещин термической усталости на напряженно-деформированное состояние лопаток газотурбинных двигателей [5].

Критеріальні рівняння для опису граничних умов термічного навантаження під час випробувань моделей лопаток ГТД у газових потоках

М.М. Феофентов, Є.О. Задворний

Анотація. Стаття присвячена обґрунтуванню структури критеріальних рівнянь, які дозволяють описати з використанням методів теорії подібності теплових процесів просторово-часову залежність інтенсивності теплообміну модельних зразків, що використовуються у стандартизованих дослідженнях термовтоного пошкодження конструкцій типу лопаток газових турбін, при їх обтіканні газовим потоком змінних параметрів. Підставою для представленого чисельного аналізу стали результати комплексних експериментальних досліджень моделей під час стендових випробувань за контрольованих умов за різних режимів обтікання клину нестационарним газовим потоком. Результати дозволили описати за допомогою отриманих

критеріальних рівнянь умови теплообміну зразків різних типорозмірів, які досліджуються за різних режимів теплового навантаження на газодинамічному стенді.

Ключові слова: термонапружений стан, лопатка газотурбінного двигуна, граничні умови теплообміну, критерії подібності, газовий потік

Criterial equations for describing boundary conditions of thermal loading during tests of models of gas turbine engine blades in gas flows

M.M. Feofentov, E.O. Zadvornyi

Abstract. The paper describes the method of obtaining the equation for spatial-temporal dependence of the heat transfer intensity of model samples under standardized thermo-fatigue damage studies of gas turbine blades in gas flow of variable parameters. Methods of the theory of the similarity of thermal processes underlie in the equation's structure. The described numerical analysis uses results of complex bench tests of models under different regimes of non-stationary gas overflow. The obtained equation in criteria form allows describing conditions of samples' heat exchange under thermal loading on the gas-dynamic test bench under a wide range of sizes and regimes.

Keywords: thermal stress state, gas turbine blade, boundary conditions of heat transfer, dimensionless numbers, gas flow

References

1. Шульженко Н.Г. Задачи термочности, вибродиагностики и ресурса энергоагрегатов (модели, методы, результаты исследований) / Н.Г. Шульженко, П.П. Гонтаровский, Б.Ф. Зайцев. – Saarbrücken, Germany: LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co.KG, 2011. – 370 с.
2. Прочность материалов и конструкций / Редкол. В.Т.Трошенко (отв. ред.) и др. – Киев: Академперіодика, 2005. – 1088 с.
3. Поспишил Б. Прочность и долговечность элементов энергетического оборудования / Б. Поспишил, А.Л. Квитка, Г.Н. Третьяченко и др. - Киев: Наукова думка, 1987. – 216с.
4. ДСТУ 23.6794. Єдина система захисту від корозії та старіння. Метали, сплави, покриття жаростійкі. Метод випробувань на високотемпературну корозію та термовтому в потоці продуктів горіння палива./ Кравчук Л.В., Семенов Г.Р., Курият Р.І. та ін.: Наказ № 94 від 25.02.94. – 27 с.
5. Задворный Е.А. Анализ влияния поврежденности материала на напряженно-деформированное состояние лопаток газотурбинных двигателей / Е.А. Задворный, Л.В. Кравчук, К.П. Буйских, С.Г. Киселевская, Н.Н. Феофентов, А.Ю. Лебедин // Проблемы прочности. – К.: Институт проблем прочности им. Г.С. Писаренко НАН Украины. - 2015. – № 6. – С. 23-30.
6. Кравчук Л.В. Исследование механизмов термоусталостного повреждения материалов с покрытиями деталей ГТД / Л.В. Кравчук Р.И. Курият, К.П. Буйских, Е.А. Задворный, С.Г. Киселевская // Вестник двигателестроения. - 2009. – № 1. – С. 45-49.
7. Барило В.Г. Тепловое состояние материала лопатки ГТУ с керамическим покрытием при теплосменах в газовом потоке / В.Г. Барило, Н.Н. Феофентов // Надежность и долговечность машин и сооружений. – К.: Институт проблем прочности им. Г.С. Писаренко НАН Украины. - 2015. – Вып. 40. – С. 69-74.
8. Мацевитый Ю.М. Обратные задачи теплопроводности: В 2-х т. / Ю. М. Мацевитый. – Киев: Наук. думка, 2002. – Т. 1. – 408 с.
9. Chaib K. CFD simulation of turbulent flow and heat transfer over rough surfaces / Khaleb Chaib, Driss Nehari, Nouredine Sad Chemloul // Energy Procedia, 2015. – Is. 74. – P. 909-918, doi.org/10.1016/j.egypro.2015.07.826
10. Варгафтик Н.В. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей / Н.В. Варгафтик. – М.: Наука, 1972. – 720 с.
11. Гецов Л.Б. Материалы и прочность деталей газовых турбин. Кн. 1 / Л.Б. Гецов. – Рыбинск: ОО «Издательский дом «Газотурбинные технологии», 2011. – 611 с.
12. Sidebotham G. Heat transfer modeling: an inductive approach / G. Sidebotham. – New York: Springer, 2015. – 516 p.
13. Гухман А.А. Введение в теорию подобия / А.А. Гухман. – М.: Высшая школа, 1973. – 296 с.
14. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике / Л.И. Седов. – М.: Наука, 1987. – 423 с.
15. Incropera F.P. Fundamentals of Heat and Mass Transfer, 8th Edition / Frank P. Incropera, Theodore L. Bergman, Adrienne S. Lavine, David P. DeWitt. – Hoboken: John Wiley & Sons, 2017. – 1070 p.