

К расчету односрезного болтового соединения на разрывное разрушение ослабленного отверстием сечения композитной пластины

К. Н. Рудаков • Ю. Н. Дифучин

КПИ им. Игоря Сикорского, г. Киев, Украина

Received: 04 September 2019 / Accepted: 09 September 2019

Проблематика. Болтовые соединения (БС) являются основным типом разъемного соединения. При проектировании БС пластин из слоистого композиционного материала существует проблема расчета БС на прочность, в частности, на разрыв ослабленного отверстиями сечения. Она обусловлена сложным характером взаимодействия слоев композитной пластины между собой и с болтами, а также наличием ряда конструктивно-технологических параметров соединения.

Цель исследования: на основе результатов численного моделирования БС получить функции влияния величины зазора болт/отверстие, структуры, вторичного изгиба болта и пластины на величину обобщенного коэффициента концентрации напряжений (ККН) в нетто-сечении пластины из слоистого ПКМ.

Методика реализации. Ранее авторами было создано 24 3D-модели (контактная задача) образцов односрезного двурядного болтового соединения с пластиной из ПКМ, в которых варьировались структуры ПКМ (6 вариантов), а также боковой зазор болтов с отверстиями (4 значения). Неизменными были величина силы затягивания болтов БС и сила, растягивающая образец. По результатам расчетов определены распределения напряжений и подсчитаны ККН в пластинах из ПКМ у отверстий (таблицы, графики).

Результаты исследования. В статье на основе ранее полученных результатов и дополнительных расчетов показано, что:

- в статическом прочностном расчете БС на разрыв пластины из ПКМ в нетто-сечении, в качестве верхней базовой оценки ККН $\tilde{\alpha}$ можно принять значение теоретического ККН у нагруженного болтом отверстия в пластине из ортотропного материала по формуле, следующей из решения EHS (Echavarrí 'a-Haller-Salenikovich);
- для получения обобщенного ККН α_i , дополнительно учитывающего влияние ряда факторов БС, значение верхней базовой оценки $\tilde{\alpha}$ необходимо умножить на предложенные функции влияния величины зазора болт/отверстие, структуры и вторичного изгиба пластины из ПКМ, а также на коэффициент учета взаимовлияния слоев ПКМ $\psi_i < 1$. Для рассмотренного БС получена оценка $\psi_1 \approx (0.75 \dots 0.8)$.

Выводы. Имеется простая в использовании формула для верхней базовой оценки ККН $\tilde{\alpha}$ у нагруженного болтом отверстия в пластине из ортотропного материала. Функции влияния величины зазора болт/отверстие, структуры и вторичного изгиба пластины из ПКМ в первом приближении линейны. Уточненное значение поправочного коэффициента ψ_i , учитывающего взаимовлияние слоев ПКМ, необходимо получать в дополнительных исследованиях (натурных или численных).

Ключевые слова: болтовое соединение; ПКМ; численное 3D моделирование; прочность.

Введение

В статьях [1 – 8] изучались характеристики напряженно-деформированного состояния в зонах отверстий односрезного болтового соединения (БС), содержащего слоистый полимерный композиционный материал (ПКМ), с общей целью обоснования расчета такого соединения на статическую прочность, в первую очередь на прочность ослабленных отверстиями сечений на разрыв. В качестве характерного БС был выбран образец, используемый для испытаний на усталость: две пластины из ПКМ соединены двухрядным болтовым соединением с помощью швеллера (см. рис.1).

В частности, в [1] было дано полное описание БС: геометрические параметры (таблица 1), характеристики материалов (таблицы 2, 3 и 7), условия нагружения. Рассматривалось шесть вариантов укладки 24-х слоев в ПКМ (таблица 4). Кроме того, в расчетах задавали четыре значения боковых зазоров болт/отверстие, от нулевого до максимально допустимого в БС: 0, 10, 20, 70 мкм. С использованием смешанных

конечно-элементных сеток было проведено $6 \times 4 = 24$ расчета моделей образца, в контактной постановке, с учетом трения. По результатам расчетов в [2, 3] исследованы особенности передачи контактных усилий в системе болт/отверстие, напряжений в болтах и на поверхностях отверстий. Сделан вывод, что смещением слоев с углом укладки ноль градусов (по отношению к направлению основного усилия) вглубь композитной пластины можно значительно уменьшить пиковые значения контактных напряжений на боковых поверхностях болта и отверстия. В [4] исследовано влияние жесткости болта на усилия в зоне контакта болт/отверстие. В [5] показано, что "классический" (инженерный) формульный подход в определении значения коэффициента концентрации напряжений (ККН) в ослабленном отверстии сечении пластины из ПКМ приводит к существенно завышенным их величинам (особенно для второго болта), которые, судя по графикам рис. 5 в [5], несколько превышают 10 пунктов, но никак не достигают 30–40. В [6] найден способ оценки долей переданного через систему болт/отверстие усилия, приходящихся на слои ПКМ с разными углами укладки относительно направления силовой нагрузки. Это позволило получить в наиболее нагруженных слоях ПКМ величины ККН, близкие к ожидаемым значениям.

"Классический" (инженерный) прочностной расчет на разрыв пластины в ослабленном i -м отверстием сечении проводится по формуле [9 – 11]

$$\frac{N_i \alpha_i}{h(w - m d_i)} \leq [\sigma]_i; \quad i=1, 2, \quad (1)$$

где N_i – усилие, воспринимаемое нетто-сечением, ослабленным i -м отверстием; α_i – обобщенный коэффициент концентрации напряжений у i -го отверстия (ККНо); d_i – диаметр отверстия; h, w – толщина и ширина пластины в зоне отверстия; m – количество болтов ряда в сечении шириной w (здесь $m=1$); $[\sigma]_i$ – допускаемое напряжение на разрыв материала.

В [6] были введены понятия базового (ККНб) и обобщенного (ККНо) коэффициентов концентрации напряжений в ослабленном отверстии сечении пластины БС, выполненной из ПКМ. ККНо должен учитывать все возможные влияния на ККН, поэтому именно он должен использоваться в формуле (1). ККНб желательно рассчитывать по *аналитическому* выражению, максимально учитывающему ситуацию в БС. Было задействовано простое в применении решение Лехницкого-Солдатова (см. [12], глава 4) для растянутой ортотропной бесконечной пластины со свободным отверстием – аналог решения Кирша для изотропного материала:

$$\tilde{\alpha} = 1 + \sqrt{2 \left(\sqrt{E_{XX} / E_{YY}} - \mu_{XY} \right) + E_{XX} / G_{XY}}, \quad (2)$$

где направление X в модулях упругости (E – модули Юнга, G – модуль сдвига, μ – коэффициент Пуассона) соответствует направлению силы, передаваемой через БС (оно должно совпадать с направлением главной оси ортотропии слоя ПКМ), а направление Y – перпендикулярно X и лежит в плоскости пластины.

Как оказалось, это решение, хотя и дает значения ККН, превышающие 3 единицы (по решению Кирша – предельное), занижает реальный ККН, поэтому его можно считать *нижней* оценкой ККНб. В расчетах с применением МКЭ было показано, что ККН в ослабленном отверстии сечении при наличии болта (нагруженное болтом отверстие) всегда выше, чем при отсутствии болта (у свободного отверстия). В [8] для расчета ККНб было задействовано простое в применении решение Echavarrí'a-Haller-Salenikovich [13] для растянутой ортотропной шириною w пластины с нагруженным болтом отверстием (без учета зазора болт/отверстие, трения и изгиба):

$$\tilde{\alpha}(\zeta) = \frac{\sigma_{\max}(\zeta)}{\sigma_{\text{ном}}} = \frac{1-\zeta}{\zeta} \left[\frac{\zeta}{2} + \left(\frac{\zeta}{2} + \frac{4}{\pi^2} \right) \frac{\sqrt{2 \left(\sqrt{E_{YY} / E_{XX}} - \mu_{YX} \right) + E_{YY} / G_{XY}}}{\sqrt{E_{YY} / E_{XX}}} \right] = \frac{1-\zeta}{\zeta} \left[\frac{\zeta}{2} + \left(\frac{\zeta}{2} + \frac{4}{\pi^2} \right) \cdot M \right] = \frac{1-\zeta}{\zeta} \cdot S, \quad (3)$$

где $\zeta = d / w$; символом M заменили дробное выражение с модулями упругости, а символом S – выражение в квадратных скобках. Отметим, что для изотропного материала величина $M = 2$. Авторы ограничили применение формулы (3) диапазоном $\zeta \leq 0.5$ [13], что приемлемо для практического применения.

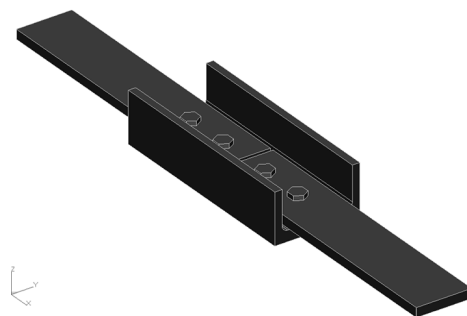


Рис. 1. Полная геометрическая модель образца для испытаний на усталость односрезного болтового соединения с ПКМ (без накладок)

Как оказалось, выражение (3) дает завышенное значение ККН в БС с пластиной из слоистого ПКМ, поэтому решение (3) можно считать *верхней* оценкой ККНБ.

В той же статье [8] вместо решения (3) обосновали и предложили применять формулу

$$\underline{\tilde{\alpha}}(\zeta) = \frac{\sigma_{\max}(\zeta)}{\sigma_{\text{ном}}} \approx \underline{\alpha}(\zeta) \cdot \{1 + (1 - \zeta) \cdot [\tilde{\alpha}(0) - \alpha(0)] / \alpha(\zeta)\}, \quad (4)$$

где $\tilde{\alpha}(0) = \tilde{\alpha}$ из (2); $\alpha(0) = 3$ – решение Кирша; аппроксимации $\alpha(\zeta) \approx 3.000 - 3.140\zeta + 3.667\zeta^2 - 1.527\zeta^3$ из [14, табл.17.1] и $\underline{\alpha}(\zeta) \approx 12.882 - 52.714\zeta + 89.762\zeta^2 - 51.667\zeta^3$ из [15, стр.358].

Формулы (3) и (4) дают близкие значения [8].

Но ни одна из этих формул не учитывает ни трение в системе болт/отверстие, ни величины зазора болт/отверстие, ни так называемого вторичного изгиба пластины, характерного для односрезного БС.

Цель исследования: на основе результатов численного моделирования БС (рис.1) получить функции влияния величины зазора болт/отверстие, структуры и вторичного изгиба пластины на величину обобщенного ККН в ослабленном отверстии нетто-сечении пластины из слоистого ПКМ.

Для БС с многослойными пластинами из ПКМ введем обобщенную поправочную функцию $\underline{\psi}_i$, $i = 1, 2$, которая дополнительно будет учитывать все другие (кроме упругих характеристик, контактного взаимодействия болт/отверстие и относительной ширины) присутствующие факторы влияния, как то: зависимость от величины зазора болт/отверстие, структуры, изгиба пластины, трения и др.

Для конкретного БС – образца для испытания на усталость (рис.1), который анализировался в цикле статей [1 – 8], можно получить зависимость $\underline{\psi}_i$ от указанных параметров, если воспользоваться данными, приведенными в таблицах этих статей.

Определение зависимости поправочной функции от величины бокового зазора болт/отверстие в образце БС

В формуле (3) (и приближенно – в формуле (4)) учтены реальная ортотропия материала, контакт отверстия с болтом, хотя и без трения, а также относительная ширина пластины, и эти факторы являются важнейшими для БС с ПКМ. В связи с этим есть смысл эту формульную оценку ККН $\underline{\tilde{\alpha}}$ в нагруженном цилиндром (болтом) отверстии считать *базовой* оценкой, как оказалось – *верхней* базовой. Она не нуждается в сложных вычислениях.

Значения поправочной функции $\underline{\psi}_i$ подсчитали как отношение между ККН $\underline{\tilde{\alpha}}_i$ слоя БС с ПКМ к ККНБ $\underline{\tilde{\alpha}}$, подсчитанного для *ортотропной*, однородной по толщине пластины, без изгиба, т.е. полученного по формулам (3) или (4).

Таблица 1 содержит полученные в указанный способ значения $\underline{\psi}_i$, $i = 1, 2$ в зависимости от структуры и бокового зазора болт/отверстие. Их высчитали по данным таблицы 9 статьи [5] по формулам (7) и (8) статьи [7] соответственно для первого и второго отверстия, с последующим делением на значение ККНБ формулы (3), т.е. на $\underline{\tilde{\alpha}}(d/w) = \underline{\tilde{\alpha}}(1/6) \approx 16.3$.

Таблица 1

Значения $\underline{\psi}_i$, $i = 1, 2$ на поверхности отверстий пластины из ПКМ образца БС

Вариант структуры	$\underline{\psi}_1$				$\underline{\psi}_2$				Средние значения	
	Зазор δ , мкм				Зазор δ , мкм					
	0	10	20	70	0	10	20	70	$(\underline{\psi}_1)_{cp}$	$(\underline{\psi}_2)_{cp}$
ПКМ-0	0.763	0.729	0.725	0.653	0.547	0.566	0.501	0.446	0.717	0.515
ПКМ-I	0.759	0.751	0.732	0.653	0.534	0.570	0.548	0.451	0.724	0.526
ПКМ-II	0.717	0.713	0.695	0.619	0.534	0.524	0.483	0.416	0.686	0.489
ПКМ-III	0.664	0.653	0.634	0.574	0.470	0.451	0.416	0.342	0.631	0.420
ПКМ-IV	0.657	0.642	0.642	0.570	0.469	0.446	0.473	0.354	0.628	0.436
ПКМ-V	0.668	0.657	0.638	0.581	0.479	0.478	0.461	0.379	0.636	0.449

Значения $\underline{\psi}_i$, $i = 1, 2$ можно представить в виде функции:

$$\underline{\psi}_i(\delta) = \underline{\psi}_i^* \cdot f_i(\delta), \quad (5)$$

где в качестве функций ψ_i^* избрали значения $(\psi_i)_{\delta=0}$. Из таблицы 1 и рис.2, на котором изображены графики функций $f_i(\delta)$, видно, что для всех структур эти функции имеют нисходящий характер, причем их зависимости от величин зазоров близки к линейным и коэффициенты пропорциональности будут близкими. Поэтому можем записать, что

$$f_i(\delta) \approx 1 - \beta_i \cdot \delta; \quad \psi_i = \psi_i^* \cdot (1 - \beta_i \cdot \delta). \quad (6)$$

Нисходящий характер функции $f_i(\delta)$ можно объяснить уменьшением угла контакта болта с отверстием при увеличении бокового зазора болт/отверстие (см. графики рис.4 в [8]).

Как оказалось, для формулы (6) усредненное значение коэффициента $\beta \approx \beta_1 \approx \beta_2 \approx 0.002$, если величину

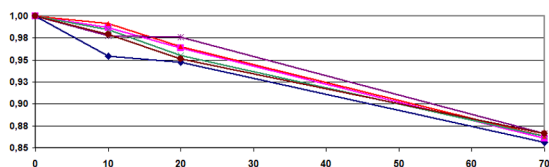


Рис. 2. Графики функции $\psi_1(\delta)$ для разных структур:

- ◆ – ПКМ-0, ■ – ПКМ-I, ▲ – ПКМ-II,
- × – ПКМ-III, ж – ПКМ-IV, ● – ПКМ-V

бокового зазора δ подставлять в микрометрах. Поскольку 70 мкм при диаметре 5 мм фактически является предельной величиной зазора, который может быть разрешен в БС с ПКМ, то можно считать, что формула (6) действует на всем возможном диапазоне зазоров в БС с ПКМ.

Данные таблицы 1 пересчитали путем деления на значение функции $f_i(\delta)$, т.е. получили значения функции ψ_i^* . Результаты свели в таблицу 2.

Таблица 2

Значения ψ_i^* , $i = 1, 2$ на поверхности отверстий пластины с ПКМ образца БС

Вариант структуры	ψ_1^*				ψ_2^*				Средние значения	
	Зазор δ , мкм				Зазор δ , мкм					
	0	10	20	70	0	10	20	70	$(\psi_1^*)_m$	$(\psi_2^*)_m$
ПКМ-0	0.763	0.743	0.755	0.759	0.547	0.578	0.522	0.519	0.755	0.541
ПКМ-I	0.759	0.767	0.763	0.759	0.534	0.581	0.571	0.525	0.762	0.553
ПКМ-II	0.717	0.728	0.624	0.720	0.534	0.535	0.503	0.483	0.722	0.514
ПКМ-III	0.664	0.666	0.661	0.667	0.470	0.460	0.433	0.397	0.665	0.440
ПКМ-IV	0.657	0.655	0.668	0.663	0.469	0.455	0.493	0.412	0.661	0.457
ПКМ-V	0.668	0.670	0.665	0.676	0.479	0.488	0.481	0.440	0.670	0.472

Средние отклонения значений ψ_i^* от $(\psi_i^*)_m$, $i = 1, 2$, не превысили 0.4% и 1.5% соответственно, что приемлемо.

Возможный параметр функции влияния изгиба

Для задачи изгиба тонкой пластины из изотропного материала и с относительно малым отверстием, известно [16] такое выражение для изгибного ККН в отверстии:

$$\alpha_b = (5 + 3\mu) / (3 + \mu), \quad (7)$$

где μ – коэффициент Пуассона, причем за номинальное берется напряжение, среднее в ослабленном сечении. При $\mu = 0.3$ имеем $\alpha_b \approx 1.80$.

Из книги [14] имеем другую формулу для оценки изгибного ККН в отверстии под действием на пластину из изотропного материала распределенного изгибающего момента m :

$$\alpha_b(\lambda, \zeta) = f_\lambda(\lambda) \cdot f_\zeta(\zeta) = (1.793 + 0.131\lambda + 2.052\lambda^2 - 1.019\lambda^3)(1 - 1.04\zeta + 1.22\zeta^2), \quad (8)$$

где $\lambda = h/d$, а h – толщина пластины, причем $\sigma_{nom} = 6mw / [(w-d)h^2]$. В нашем случае $\lambda = 5.22/5 = 1.044$, $w = 30$, $\zeta = 1/6$, поэтому $\alpha_b \approx 2.60$, причем $f_\lambda(1.044) \approx 3.01$, а $f_\zeta(1/6) \approx 0.86$ единиц.

Функция $f_\lambda(\lambda)$ является полиномом третьей степени с бесконечными значениями асимптот, поэтому ее применение должно ограничиваться некоторыми пределами. Очевидно, что левая граница параметра $\lambda = h/d$ – это $\lambda = 0$, т.е. бесконечно тонкая пластина. От $\lambda = 0$ до $\lambda \approx 1.3737$ функция $f_\lambda(\lambda)$ возрастает до значения

$f_\lambda(1.374) \approx 3.204$, после чего начинает быстро уменьшаться: $f_\lambda(2) \approx 1.8$, а уже $f_\lambda(3) \approx -6.9$. Отрицательные значения этой функции недопустимы. Т.е. она ограничена в применении незначительным диапазоном изменения относительной толщины пластины, приблизительно до $\lambda \leq 1.6$ (величина $f_\lambda(1.6) \approx 3.08$).

Пределы применения функции $f_\zeta(\zeta)$ определяет диапазон значений $\zeta = d/w$ от 0 до 1 (от безграничной ширины пластины до полного смыкания ее сечения с отверстием). В этом диапазоне выражение $f_\zeta(\zeta) = 1 - 1.04\zeta + 1.22\zeta^2$ имеет минимум $f_\zeta(0.2623) \approx 0.77836$ и два максимальных значения $f_\zeta(0) = 1$ и $f_\zeta(1) = 1.18$.

В книге [17] указаны такие диапазоны применения формулы (6): $1/7 \approx 0.143 \leq \lambda = h/d \leq 1$ (относительная тонкая пластина) и $0 \leq \zeta = d/w \leq 0.3$.

Из двух формул (7) и (8), последняя является более новой, учитывает относительные ширину и толщину пластины, поэтому ее можно считать более надежной. Но в обоих случаях эти формулы – для изотропного материала. Для ортотропного материала аналогичного аналитического решения не выявлено.

В любом случае, концентрация напряжений в отверстии проявляется и при изгибе, но в меньшей мере, чем при растяжении пластины с отверстием.

В многослойной композитной пластине односрезного БС вторичный изгиб пластины присутствует всегда. Аппроксимаций, аналогичных используемым в (4), для таких пластин не будет никогда (бесконечное количество вариантов), но возможно появление, со временем, аналитического решения. Поэтому вопрос остается открытым.

Для расчета влияния изгиба на значение ККН в ослабленном отверстием сечении БС нельзя использовать подход, связанный с коэффициентом изгиба $k_u = (\sigma_X)_{\max} / (\sigma_X)_m$, введенным в статье [18]. А именно такой: в актуальной точке найти значение среднего напряжения $(\sigma_X)_m$, а также коэффициента изгиба k_u этого БС, тогда максимальное напряжение в этой точке $(\sigma_X)_{\max} = (\sigma_X)_m(1 + k_u)$. Нельзя потому, что значение среднего напряжения $(\sigma_X)_m$ не являются значением номинального напряжения в ослабленном отверстием сечении. Поэтому величина ККН, вычисленного, например, по формулам (3) или (4), умноженная на $(1 + k_u)$, не может дать искомого значения ККН.

Кроме того, для определения коэффициента изгиба k_u нужно проводить дополнительные расчеты. Желательно найти другой параметр.

Построили графики (рис. 3) зависимости $\sigma_u(z_0^*)$, где $\sigma_u = 0.5((\sigma_X)_{\max} - (\sigma_X)_{\min})$ – амплитудные напряжения изгиба в БС рис. 1 в точке ослабленного отверстием сечения пластины из ПКМ, определяемой координатой $z_{0\max}$; z_0^* – расстояние середины наиболее отдаленного от срединной поверхности пластины с ПКМ слоя с углом укладки ноль градусов $z_{0\max}$, разделенное на половину толщины h этой пластины, т.е. $z_0^* = z_{0\max} / (h/2)$. Для анализируемых структур имеем такие значения $z_{0\max}$: 2.284 в ПКМ-0, 1.849 в ПКМ-I, 1.414 в ПКМ-II, 0.979 в ПКМ-III, ПКМ-IV и ПКМ-V. На графиках рис.3 добавлена (для наглядности) левая асимптота $\sigma_u(0) = 0$, а правая асимптота (при $z_0^* = 1$) не регламентируется.

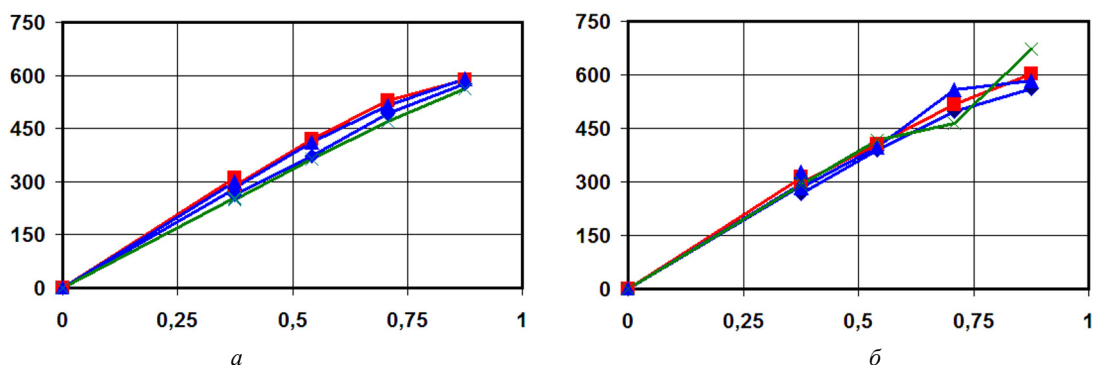


Рис. 3. Графики функции $\sigma_u(z_0^*)$ для первого (а) и второго (б) отверстий БС рис. 1.

Величины бокового зазора болт/отверстие δ (мкм): \blacklozenge – 0, \blacksquare – 10, \blacktriangle – 20, \times – 70

Из полученных графиков можно сделать вывод, что амплитудные напряжения изгиба σ_u почти линейно зависят от z_0^* , т.е. и от расстояния $z_{0\max}$ (зависит от структуры слоистого ПКМ), и почти не зависят от величины бокового зазора δ .

Поскольку напряжение σ_u напрямую характеризует вторичный изгиб пластины из ПКМ (при $\sigma_u = 0$ его не должно быть), то можно считать, что функция $\sigma_u(z_0^*)$ учитывает не только влияние структуры ПКМ на вторичный изгиб, а и сам изгиб, а также, что она в первом приближении линейна. А параметр z_0^* можно применять для расчета влияния структуры и изгиба на значение ККН слоя в ослабленном отверстием сечении.

Определение зависимости поправочной функции от вторичного изгиба в образце БС

Как было выявлено выше, поскольку напряжения изгиба проявляются на фоне напряжений от затягивания БС (последние относительно малы [4]) и от основной нагрузки, растягивающей образец, а ПКМ как материал считается линейно-упругим, то функция влияния структуры и изгиба на величину ККН будет иметь в первом приближении вид линейной функции, которую записали в виде

$$f_i^*(z_0^*) \approx 1 + \gamma_i \cdot (z_0^* - z_0^*), \quad (9)$$

где γ_i – коэффициент аппроксимации для i -го отверстия; z_0^* – значение z_0^* для “базовой” структуры, относительно которой проводятся сравнения, чтобы $f_i^*(z_0^*) = 1$.

Создали две таблицы. За “базовую” взяли структуру с наибольшим значением $z_0^* = 0.875$, это структура ПКМ-0. Поэтому все значения строк таблицы 2 поделили на соответствующие (зазору δ) значения строки структуры ПКМ-0, получили таблицу 3.

Потом данные таблицы 3 аппроксимировали функцией (9) и получили, что $\gamma_1 \approx \gamma_2 = \gamma \approx 0.275$. После чего все значения строк таблицы 2 поделили на значения функции (9), соответствующие структуре, и получили таблицу 4, для которой дополнительно обчислили средние значения неопределенной части функции влияния ψ_i , $i = 1, 2$.

Таблица 3

Значения $(z_0^*/z_0^*)_i$, $i = 1, 2$ на поверхности отверстий пластины с ПКМ образца БС

Вариант структуры	$(z_0^*/z_0^*)_1$				$(z_0^*/z_0^*)_2$			
	Зазор δ , мкм				Зазор δ , мкм			
	0	10	20	70	0	10	20	70
ПКМ-0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
ПКМ-I	0.995	1.031	1.010	1.000	0.977	1.007	1.094	1.011
ПКМ-II	0.941	0.979	0.958	0.948	0.977	0.926	0.964	0.931
ПКМ-III	0.871	0.896	0.875	0.879	0.860	0.797	0.830	0.766
ПКМ-IV	0.861	0.881	0.885	0.873	0.858	0.788	0.944	0.794
ПКМ-V	0.876	0.902	0.880	0.890	0.876	0.845	0.921	0.849

Таблица 4

Значения ψ_i , $i = 1, 2$ на поверхности отверстий пластины из ПКМ образца БС

Вариант структуры	ψ_1				ψ_2				Средние значения	
	Зазор δ , мкм				Зазор δ , мкм					
	0	10	20	70	0	10	20	70	$(\psi_1)_m$	$(\psi_2)_m$
ПКМ-0	0.763	0.743	0.755	0.759	0.547	0.578	0.522	0.519	0.77	0.54
ПКМ-I	0.794	0.802	0.798	0.794	0.559	0.608	0.597	0.549		
ПКМ-II	0.783	0.795	0.790	0.786	0.583	0.584	0.549	0.528		
ПКМ-III	0.756	0.758	0.751	0.759	0.535	0.524	0.492	0.452		
ПКМ-IV	0.747	0.745	0.760	0.754	0.534	0.518	0.560	0.469		
ПКМ-V	0.760	0.762	0.756	0.769	0.545	0.555	0.547	0.501		

Итак, получили функцию влияния величин боковых зазоров болт/отверстие δ и структуры пластины из ПКМ, выраженную через относительные расстояния слоев с углом укладки ноль градусов, которая одновременно учитывает влияние вторичного изгиба:

$$\underline{\psi}_i = f_i(\delta) \cdot f_i^*(z_0^*) \approx (1 - \beta_i \cdot \delta) \cdot [1 + \gamma_i \cdot (z_0^* - z_0^*)]. \quad (10)$$

В таблице 4 нет значений ψ_i , $i = 1, 2$, больших единицы. Т.е. в анализируемом БС с ПКМ реальный ККН у отверстий меньше, чем определенный по формуле (3) ККНб в 16.3 единицы для одного слоя. Очевидно, это потому, что в пакете проявляются взаимовлияния соседних слоев, которые *снижают* реальную концентрацию напряжений в слоях ПКМ. Но, если по каким-то причинам один из болтов будет отсутствовать или окажется ненагруженным, то наибольшие значения ψ_i гарантированно повысятся.

Поскольку общая формульная оценка влияния изгиба пластины на реальный ККН на время написания статьи не известна, то нет смысла дальнейшего анализа влияния на ККН структуры и взаимовлияния слоев ПКМ пластины.

Отметим, что завышенная приблизительно на четверть оценка ККНб у первого отверстия, рассчитанная по формуле (3) или оценочной (4), будет консервативной, т.е. будет компенсировать все неопределенности. У второго отверстия (см. табл.4) такая оценка завышена почти вдвое.

Алгоритм оценки статической прочности БС с ПКМ на разрыв ослабленного отверстием сечения

Обобщая результаты исследований [1 – 8] и этой работы, можно констатировать наличие двух вариантов алгоритмов расчета на статическую прочность (на разрыв) ослабленного отверстием сечения в пластине из слоистого ПКМ односрезного БС (расчет по локальному напряженному состоянию).

Вариант 1 – уточненная оценка:

1. Провести конечно-элементное моделирование характерного участка болтового соединения, с максимальным сгущением сетки конечных элементов (КЭ) в зоне концентрации напряжений и моделированием каждого слоя композитной пластины минимум тремя КЭ по толщине (иначе пиковые значения будут полностью срезаны при отображении результатов – недостаток МКЭ). Для уменьшения размера порождаемой системы уравнений применять смешанную модель композитной пластины, обоснованную в статье [19]. Задачу формулировать как контактную, с учетом трения, а также с учетом зазоров и других конструктивно-технологических факторов (см. [1, 20]);

2. Провести расчеты модели (достаточно применения персональной ЭВМ с увеличенным размером оперативной памяти);

3. Получить из результатов расчетов в наиболее нагруженном слое ПКМ значение $(\sigma_X)_{\max}$ и сравнить его с напряжением, допускаемым на разрыв для материала данного слоя: $(\sigma_X)_{\max} \leq [\sigma]_l$ (это соответствует формуле (1) и критерию прочности по максимальным напряжениям). Поскольку конечно-элементные расчеты дают все компоненты напряжений, то можно применить любой из существующих критериев прочности.

Вариант 2 – экспресс-оценка.

Экспресс-оценка статической прочности БС с ПКМ на разрыв ослабленного отверстием сечения основана на непосредственном применении формулы (1), т.е. в рамках инженерного подхода к этой проблеме, используемого ныне [9 – 11]. Задействована базовая оценка ККН, т.е. ККНб, по формуле (3) или (4):

1. Подсчитать величину относительного вклада избранного слоя в сопротивление деформированию слоистого композита в основном направлении, т.е. η_0 , соответственно формулам (4), (5) и (6) из [6]. Для первого отверстия принять $\eta_1 = \eta_0$;

2. Принять, что в первом (наиболее нагруженном) отверстии $N_1 = N_X \cdot \eta_1$;

3. Подсчитать теоретический ККНб $\tilde{\alpha}$ у нагруженного болтом отверстия в пластине из ортотропного материала по формуле (3) или (4) (как *базовой* оценки, ККНб, учитывающей влияние на рассмотренный коэффициент реальных упругих характеристик материала, контакта поверхности отверстия с болтом и относительную ширину пластины из ПКМ), в которой необходимо использовать характеристики материала с наибольшим значением $E_{XX} = E_{11}$ в направлении действия силовой нагрузки (с углом укладки 0 градусов). Завышенная (для первого отверстия примерно на четверть) оценка ККНб, подсчитанная по каждой из указанных формул (3) или (4), будет консервативной, т.е. будет компенсировать все неопределенности, в частности, и случай "отсутствия" второго болта;

4. Для учета влияния бокового зазора болт/отверстие и/или влияния структуры ПКМ и вторичного изгиба определиться с величинами коэффициентов β и/или γ , что входят в соответствующие формулы. Если какое-либо из влияний учитываться не будет, то соответствующий коэффициент назначить нулевым;

5. Для учета влияния структуры и вторичного изгиба оценить величину z_0^* – расстояния середины наиболее отдаленного от срединной поверхности пластины с ПКМ слоя с углом укладки 0 градусов (относительно направления основной нагрузки) $z_{0\max}$, разделенное на половину толщины h этой пластины, т.е. $z_0^* = z_{0\max} / (h / 2)$;

6. Подсчитать значение обобщенного ККН для первого (наиболее нагруженного) отверстия

$$\alpha_1 = \tilde{\alpha} \cdot (1 - \beta \cdot \delta) \cdot [1 + \gamma \cdot (z_0^* - z_0^*)] \cdot \psi_1, \quad (11)$$

где неопределенную часть поправочной функции ψ_1 (учитывает взаимное влияние слоев в пластине из ПКМ) взять из диапазона $\psi_i \in [0.75...0.8]$ при полном отсутствии данных, или обосновать в эксперименте (натурном или численном);

7. Провести оценку прочности по формуле (1).

Оба варианта нуждаются в проведении расчетов с применением МКЭ, но второй – в меньшем объеме.

Выводы

Результаты анализа расчетных данных позволили сделать следующие общие выводы:

1. В статическом расчете прочности болтового соединения на разрыв пластины из ПКМ в ослабленном отверстием сечении, в качестве *верхней базовой* оценки можно принять значение теоретического коэффициента концентрации напряжений $\tilde{\alpha}$ у нагруженного болтом отверстия в пластине из *ортотропного* материала, подсчитанного по формулам (3) или (4);

2. Для всех структур ПКМ функции $f_i(\delta)$ влияния величины бокового зазора болт/отверстие на коэффициент концентрации напряжений имеют нисходящий характер, причем эта зависимость почти линейна, может быть аппроксимирована выражением (6);

3. Для всех структур функции $f_i^*(z_0^*)$ влияния структуры и вторичного изгиба на коэффициент концентрации напряжений имеют возрастающий характер, причем эта зависимость почти линейна, может быть аппроксимирована выражением (9);

4. Отсутствие аналитических решений о взаимовлиянии ортотропных слоев ПКМ не позволяет получить удовлетворительного выражения для подсчета обобщенного ККН на поверхности отверстия с болтом. Тем не менее, анализом результатов расчетов установлен факт снижения величины обобщенного ККН в слоистой пластине из ПКМ именно благодаря взаимовлиянию слоев. Поэтому при пренебрежении таким взаимовлиянием погрешность идет в запас статической прочности, ослабленной отверстием пластины болтового соединения из слоистого ПКМ. Уточненные значения функции влияния ψ_i необходимо получать в дополнительных исследованиях (натурных или численных).

Добавим, что только проведение натурных или численных исследований позволит создать базу данных для величин ψ_i для актуальных в отрасли вариантов силовых болтовых соединений со слоистым ПКМ.

References

1. Дифучин Ю.М. Чисельне моделювання болтових з'єднань з ПКМ. Повідомлення 1. Створення змішаних 3D-моделей / Ю.М. Дифучин, К.М. Рудаков // Вісник НТУУ "КПІ". Серія машинобудування, 2016. №2(77). С. 100 – 107. <http://dx.doi.org/10.20535/2305-9001.2016.77.76975>
2. Дифучин, Ю.М. Чисельне моделювання болтових з'єднань з ПКМ. Повідомлення 2. Вплив зазорів і структури ПКМ на характеристики напружено-деформованого стану болтів / Ю.М. Дифучин, К.М. Рудаков // Вісник НТУУ "КПІ". Серія машинобудування. – 2016. – № 3(78). – С. 132 – 145. <http://dx.doi.org/10.20535/2305-9001.2016.78.87475>
3. Рудаков К.М. Вплив структури ПКМ на характеристики напружено-деформованого стану в околі отворів болтових з'єднань з ПКМ / К.М. Рудаков, Ю.М. Дифучин // Технологічні системи. – 2016. – №4(77). – С. 28 – 40.
4. Dufuchyn Y. and Rudakov K. "Numerical Modelling of Bolted Composite Joints. Bolts Rigidity Effect on Normal Stresses in the Composite Layers", Mechanics and Advanced Technologies, – 2017. – vol. 79, no. 1, pp. 19 – 25. <http://dx.doi.org/10.20535/2521-1943.2017.79.95756>
5. Дифучин Ю.М. Анализ разрывных напряжений и коэффициентов концентрации напряжений в зонах отверстий в пластинах с ПКМ образца болтового соединения / Ю.Н. Дифучин, К.Н. Рудаков // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского "ХАИ". – 2017. – №. 3(91). – С. 27 – 39.
6. Рудаков К.Н. О расчетах болтового соединения на разрывное разрушение ослабленного отверстием сечения композитной пластины / К.Н. Рудаков, Ю.Н. Дифучин // Mechanics and Advanced Technologies. №1(82), 2018. – С. 58 – 66. <http://dx.doi.org/10.20535/2521-1943.2018.82.121050>
7. Рудаков К.Н. О расчетах болтового соединения на смятие отверстий в пластине из слоистого полимерного композиционного материала // К.Н. Рудаков, Ю.Н. Дифучин / Mechanics and Advanced Technologies. №2(83), 2018. – С. 42 – 50. <https://dx.doi.org/10.20535/2521-1943.2018.83.130048>
8. Рудаков К.Н. Коэффициент концентрации напряжений у контактирующего с болтом нагруженного отверстия в однослойном ортотропном композиционном материале / К.Н. Рудаков, Ю.Н. Дифучин, С.А. Бабиенко // Mechanics and Advanced Technologies. №1(85), 2019. – С. 41 – 48. <https://doi.org/10.20535/2521-1943.2019.85.155702>

9. Василевский Е.Т. Система экспериментального обеспечения расчета на прочность механических соединений деталей из композитов / Е.Т. Василевский, А.З. Двейрин, Я.С. Карпов, С.П. Кривенда // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – 2010. – № 47. – С. 42 – 52.
10. Киркач А.Б. Проблемы прочности болтовых соединений на основе слоистых композиционных пластиков / А.Б. Киркач // Вестник ХПИ. Серия “Динамика и прочность машин”. – 2011. – № 63. – С. 45 – 54.
11. Двейрин А.З. Обзор и анализ состояния проблемы расчетно-экспериментального обеспечения проектирования агрегатов самолета из полимерных композитов с механическими соединениями деталей / А.З. Двейрин // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – 2014. – № 66. – С. 5 – 19.
12. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела. Изд. 2-е. М.: Главная редакция физ-мат. лит-ры изд-ва “Наука”, 1977. – 415 с.
13. Echavarrí a C., Haller P., Salenikovich A. Analytical study of a pin-loaded hole in elastic orthotropic plates. Composite Structures. – 2007. vol. 79. P. 107 – 112. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compstruct.2005.11.038>
14. Young W.C., Buynas R.G. Roark's Formulas for Stress and Strain. Seventh Edition. McGraw-Hill, 2002. – 852 p.
15. Pilkey W.D., Pilkey D.F. Peterson's Stress Concentration Factors. Third Edition. John Wiley & Sons, Inc. Hoboken, New Jersey, Canada. – 2008.
16. Timoshenko S., Woinowsky-Krieger S. Theory of Plates and Shells. 2nd edn, New York Toronto London: McGRAWHILL BGGK COMPANY, Inc. – 1959.
17. Waszczak J.P., Cruse T.A. Failure mode and strength predictions of anisotropic bolt bearing specimens. J. Compos. Mater. – 1971. – vol. 5. – pp. 421 – 425.
18. Решетникова Р.Ю. Влияние осевого натяга на локальное напряженное состояние в односрезных болтовых соединениях / Р.Ю. Решетникова // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского “ХАИ”. – 2013. – Вып. 1 (73). – С. 87 – 99.
19. Рудаков К.М. Чисельне обґрунтування застосування змінаних 3D-моделей ПКМ при розрахунках болтових з'єднань / К.М. Рудаков, А.С. Шандура // Вісник НТУУ “КПІ”. Серія машинобудування, 2015. – №2(74). – С. 67 – 76.
20. Кривов Г.А. Численные исследования напряженно-деформированного состояния высоконагруженных соединений элементов конструкций планера самолета / Г.А. Кривов, В.А. Матвиенко, А.Н. Рудько, Е.Т. Василевский, Г.Н. Романович, К.Н. Рудаков, С.Н. Шукаев, А.А. Добронравов // Технологические системы. – К.: УкрНИИАТ, 2013. – №4(65). – С. 7 – 16.

До розрахунку однозрізного болтового з'єднання на розривне руйнування ослабленого отвором перетину композитної пластини

К. М. Рудаков, Ю. М. Дифучин

Проблематика. Болтові з'єднання (БЗ) є основним типом рознімного з'єднання. При проектуванні БЗ пластин із шаруватого композиційного матеріалу існує проблема розрахунку БЗ на міцність, зокрема, на розрив ослабленого отворами перетину. Вона обумовлена складним характером взаємодії шарів композитної пластини між собою й з болтами, а також наявністю ряду конструктивно-технологічних параметрів з'єднання.

Ціль дослідження: на основі результатів чисельного моделювання БЗ одержати функції впливу величини зазору болт/отвір, структури, вторинного вигину болта й пластини на величину узагальненого коефіцієнта концентрації напружень (ККН) у нетто-перетині пластини із шаруватого ПКМ.

Методика реалізації. Раніше авторами було створено 24 3D-моделі (контактна задача) зразків однозрізного дворядного болтового з'єднання із пластиною із ПКМ, у яких варіювалися структури ПКМ (6 варіантів), а також бічний зазор болтів з отворами (4 значення). Незмінними були величина сили затягування болтів БЗ і сила, що розтягує зразок. За результатами розрахунків визначені розподіли напружень і підраховані ККН у пластинах із ПКМ у отворів (таблиці, графіки).

Результати дослідження. У статті на основі раніше отриманих результатів і додаткових розрахунків показано, що:

- у статичному розрахунку міцності БЗ на розрив пластини із ПКМ у нетто-перетині, за верхню базову оцінку ККН $\tilde{\alpha}$ можна прийняти значення теоретичного ККН у навантаженого болтом отвору в пластині з ортотропного матеріалу за формулою, яка впливає з рішення EHS (Echavarrí a-Haller-Salenikovich);
- для одержання узагальненого ККН α , який додатково враховує вплив ряду факторів БЗ, значення верхньої базової оцінки $\tilde{\alpha}$ необхідно помножити на запропоновані функції впливу величини зазору болт/отвір, структури й вторинного вигину пластини із ПКМ, а також на коефіцієнт, що враховує взаємовплив шарів ПКМ $\psi_1 < 1$. Для розглянутого БЗ отримана оцінка $\psi_1 \approx (0.75 \dots 0.8)$.

Висновки. Є проста у використанні формула для верхньої базової оцінки ККН $\tilde{\alpha}$ у навантаженого болтом отвору в пластині з ортотропного матеріалу. Функції впливу величини зазору болт/отвір, структури й вторинного вигину пластини із ПКМ у першому наближенні є лінійними. Уточнене значення поправочного коефіцієнта ψ_1 , який враховує взаємовплив шарів ПКМ, необхідно одержувати в додаткових дослідженнях (натурних або чисельних).

Ключові слова: болтові з'єднання; ПКМ; чисельне 3D моделювання; міцність.

About calculations of composite plate tensile failure in cross-section with bolt hole of single-shear bolted joint

Konstantin Rudakov, Yury Dyfuchyn

Background. Bolted joints (BJ) are the main type of detachable connection. When designing the BJ with plates of layered composite material, there is a problem of calculating the BJ strength, in particular, the cross-sections weakened by the bolt hole. It is due to the complex nature of the interaction of the layers of the composite plate with each other and also with bolts, as well as the presence of a number of structural and technological parameters of the connection.

Objective. The main task of this research is to find the functions of influence of the magnitude of the bolt / hole gap, also structure and secondary bending of the bolt and plate on the value of the generalized stress concentration coefficient (SCC) in the cross-sections with bolt hole of the layered carbon fiber reinforced plastic (CFRP) plate using the results of BJ numerical simulation.

Methods. It was used a method of finite-elements and the 3D contact model as much as possible approached to real geometry and conditions of load application. Earlier, the authors created 24 3D models of samples of single-shear two-row bolted joint with CFRP (contact task), in which the structures of CFRP (6 variants) varied, as well as the bolt / hole gap (4 values). The magnitudes of bolt tightening force and the force that stretched the sample were unchanged. Based on the results of calculations, stress distributions were determined and values of SCC in CFRP plates in the bolt holes (tables, graphs) were obtained.

Results. Based on these results and additional calculations, the following conclusions were reached:

- in the static calculation of composite plate tensile failure in cross-section with hole of single-shear bolted joint the upper value estimate of the theoretical SCC in the pin-loaded hole in the plate of orthotropic material can be obtained in accordance with the formula arising from the solution of EHS (Echavarrí'a, C., Haller, P. and Salenikovich, A).
- in order to obtain a generalized SCC $\underline{\alpha}_i$, which additionally takes into account a number of factors of BJ with CFRP, the upper value estimate of the theoretical SCC $\tilde{\alpha}$ must be multiplied by next factors:
 - function of influence of the bolt / hole gap, structure and the secondary bending of the CFRP plate;
 - $\psi_i < 1$ - taking into account the interplay of CFRP layers. For the considered BJ with CFRP an evaluation was obtained $\psi_1 \approx (0.75 \dots 0.8)$;

Conclusions. There is an easy-to-use formula for the upper estimation of SCC in a pin-loaded bolt-hole in an orthotropic material plate. The functions of influence of the bolt / hole gap, structure, and bending of the CFRP plate at first approximation are linear. The refined value of the correction factor, which takes into account the interplay of the layers of the CFRP, should be obtained in additional experiments (physical or numerical).

Keywords: a bolted joint; CFRP; numerical 3D-modelling; strength.

References

1. Dyfuchyn, Y.N. and Rudakov, K.N. (2016), "Numerical Modelling of Bolted Joints from Composite. The Message 1. Creation of the Mixed 3D-Models", *Journal of Mechanical Engineering NTUU "Kyiv Polytechnic Institute"*, vol. 77, no. 2, pp. 100 – 107. <http://dx.doi.org/10.20535/2305-9001.2016.77.76975>
2. Dyfuchyn, Y.N. and Rudakov, K.N. (2016), "Numerical Modelling of Bolted Joints from Composite. The Message 2. Effect of the Backlash and CFRP Structure on the Characteristics of the Stress-Strain State of Bolts", *Journal of Mechanical Engineering NTUU "Kyiv Polytechnic Institute"*, vol. 78, no. 3, pp. 132 – 145. <http://dx.doi.org/10.20535/2305-9001.2016.78.87475>
3. Rudakov, K.M. and Dyfuchyn, Y.N. (2016), "Effect of the CFRP Plate's Structure on the Characteristics of the Stress-Strain State in the Areas of Holes of Bolted Joint with the CFRP", *Tekhnolohycheskye systemy*, vol. 77, no. 4, pp. 28 – 40.
4. Dyfuchyn, Y. and Rudakov, K. (2017), "Numerical Modelling of Bolted Composite Joints. Bolts Rigidity Effect on Normal Stresses in the Composite Layers", *Mechanics and Advanced Technologies*, vol. 79, no. 1, pp. 19 – 25. <http://dx.doi.org/10.20535/2521-1943.2017.79.95756>
5. Rudakov, K.M. and Dyfuchyn, Y.N. (2017), "Analysis of breaking stresses and factors of concentration of stresses in zones of holes in test-sample composite bolted joints", *Voprosy proektirovaniya i proizvodstva konstruksii letatel'nykh apparatov: sb. nauch. tr. Nats. aerokosm. un-ta im. N.E. Zhukovskogo "KhAI"*, vol. 91, no. 3, pp. 47 – 60.
6. Rudakov, K. and Dyfuchyn, Y. (2018), "About calculations of net-tension failure of a bolted joint on the weakened by hole cross-section of composite plate", *Mechanics and Advanced Technologies*, vol. 82, no. 1, pp. 58 – 66. <http://dx.doi.org/10.20535/2521-1943.2018.82.121050>
7. Rudakov, K. and Dyfuchyn, Y. (2018), "About calculations of bearing holes in a plate from a carbon fibre reinforced plastic a bolted joint", *Mechanics and Advanced Technologies*, vol. 83, no. 2, pp. 42 – 50. <https://dx.doi.org/10.20535/2521-1943.2018.83.130048>
8. Rudakov, K., Dyfuchyn, Y. and Babienko, S. (2019), "Stress concentration factor near loaded hole contacting with the bolt in the monolayer of orthotropic composite material", *Mechanics and Advanced Technologies*, vol. 85, no. 1, pp. 41 – 48. <https://doi.org/10.20535/2521-1943.2019.85.155702>
9. Vasilevskij, E.T., Dvejrin, A.Z., Karpov, Ja.S. and Krivenda, S.P. (2010), "System of experimental support for strength calculation of composites mechanical joints", *Otkrytye informacionnye i komp'yuternye integrirovannye tehnologii*, no. 47, pp. 42 – 52.
10. Kirkach, A.B. (2011), "Problemy prochnosti boltovyh soedinenij na osnove sloistyh kompozicionnyh plastikov" [Strength problems of bolted joints on the basis of layered composites], *Vestnik HPI. Serija "Dinamika i prochnost' mashin"*, no. 63, pp. 45 – 54.

11. Dvejrin, A.Z. (2014), "Review and analysis of problem state of experiment-calculated support of design of aircraft units from polymer composites with mechanical junction of parts", *Otkrytye informacionnye i komp'yuternye integrirovannye tehnologii*, no. 66, pp. 5 – 19.
12. Lehnicki, S.G. (1977), *Teorija uprugosti anizotropnogo tela*. [Theory of elasticity of an anisotropic body], 2 nd, Nauka, Moscow, Russia.
13. Echavarría, C., Haller, P. and Salenikovich, A. (2007), "Analytical study of a pin-loaded hole in elastic orthotropic plates". *Composite Structures*. vol. 79. pp. 107 – 112. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compstruct.2005.11.038>
14. Young, W.C. and Buynas, R.G. (2002), *Roark's Formulas for Stress and Strain. Seventh Edition*. McGraw-Hill.
15. Pilkey, W.D. and Pilkey, D.F. (2008), *Peterson's Stress Concentration Factors. Third Edition*. John Wiley & Sons, Inc. Hoboken, New Jersey, Canada.
16. Timoshenko, S. and Woinowsky-Krieger, S. (1959), *Theory of Plates and Shells*, 2nd edn, New York Toronto London: McGRAWHILL BGGK COMPANY, Inc.
17. Waszczak, J.P. and Cruse, T.A. (1971), "Failure mode and strength predictions of anisotropic bolt bearing specimens". *J. Compos. Mater.* vol. 5. pp. 421 – 425.
18. Reshetnikova, R.Y. (2013), "Vlijanie oseвого natjaga na lokal'noe naprjzhennoe sostojanie v odnosreznnyh boltovyh soedinenijah [Influence of an axial tightness on a local stresses condition in single-shear bolted joints]", *Voprosy proektirovanija i proizvodstva konstrukcij letatel'nyh apparatov: sb. nauch. tr. Nac. ajerokosm. un-ta im. N.E. Zhukovskogo "HAI"*. vol. 73, no. 1, pp. 87 – 99.
19. Rudakov, K.N. and Shandura, A.S. (2015), "Numerical Ground of Application of mixed 3D-Modeley Composites at Computations of Bolted Joints", *Journal of Mechanical Engineering NTUU "Kyiv Polytechnic Institute"*, vol. 74, no. 2, pp. 67 – 76.
20. Krivov G.A. Matvienko, V.A., Rud'ko, A.N., Vasilevskij, E.T., Romanovich, G.N., Rudakov, K.N., Shukaev, S.N. and Dobronravov, A.A. (2013), "Numerical Study of Stress-Strain State of High-Loaded Joints of Airframe Structural Components", *Tehnologicheskie sistemy. UkrNILAT*, vol. 65, no. 4. pp. 7 – 16.