

К определению модулей упругости пластины с однонаправленным армированием высокомодульным углеродным волокном

В. Н. Маслей¹ • К. Н. Рудаков²

¹ – Государственное предприятие "КБ "Южное" им. М.К. Янгеля", г. Днепр, Украина

² – КПИ им. Игора Сикорского, г. Киев, Украина

Received: 04 September 2019 / Accepted: 24 November 2019

Проблематика. Для проведения расчетов любых изделий на получение характеристик их напряженно-деформированного состояния необходимо иметь, среди прочих, модули упругости материалов. Для слоистых полимерных композиционных материалов (ПКМ) в спецификациях на их компоненты указывают лишь модуль Юнга при растяжении и коэффициент Пуассона. Остальные модули упругости обычно определяют по известным формулам, в лучшем случае – в численном или натурном эксперименте. Полученные значения имеют значительный разброс.

Цель исследования: подбор формул для определения модулей упругости однонаправленного монослоя, наиболее соответствующих композиции ЭДТ-10 / ТС 36S-12К.

Методика реализации. Были проведены численные расчеты с применением метода конечных элементов (контактная задача) характерного элемента пластины из слоистого ПКМ. Предполагалась его трансверсальная изотропия.

Результаты исследования. По результатам расчетов определены модули упругости и выявлены формулы, наиболее соответствующие композиции ЭДТ-10 / ТС 36S-12К.

Выводы. Проведенные расчеты показали, что контактные конечноэлементные модели композитного монослоя дают хорошие результаты определения его упругих характеристик.

Ключевые слова: полимерный композиционный материал; модули упругости; численное 3D моделирование

Введение

В практике конструирования изделий из слоистых полимерных композиционных материалов (ПКМ) широко применяют расчетные методы [1–7], которые требуют, в частности, знание значений модулей упругости композита. Если модули известны для одного слоя, то на их основе обычно подсчитывают "эквивалентные" модули многослойного ПКМ.

Считается, что и отдельные слои, и совокупность слоев ПКМ обладают 3D-ортотропией. Причем монослой с однонаправленным (вдоль оси 1) волокном обладает трансверсальной изотропией [1, 5], поэтому его модули $E_{22} = E_{33}$ и $\mu_{12} = \mu_{13}$, а волокно и связующее – изотропией: $(E_{11})_f = (E_{22})_f = (E_{33})_f = E_f$, $(\mu_{12})_f = (\mu_{13})_f = (\mu_{23})_f = \mu_f$, $(E_{11})_m = (E_{22})_m = (E_{33})_m = E_m$ и $(\mu_{12})_m = (\mu_{13})_m = (\mu_{23})_m = \mu_m$.

Индексы 1, 2, 3 указывают направления главных осей анизотропии, f – волокно (f – от fibres), m – связующее (m – от matrix).

Знание модулей упругости слоев пластины может понадобиться, например, для приближенного вычисления коэффициента концентрации напряжения у отверстия в слое композита по аналитической формуле [1, 4, 8, 9] (будет проиллюстрировано ниже).

Целью работы являлось определение модулей упругости монослоя композиции ЭДТ-10 / ТС 36S-12К методом конечных элементов (МКЭ) со схемой нагружения через жесткую пластину, с одновременным подбором рекомендованных формул, наиболее соответствующих данной композиции.

Правило смеси

Для определения упругих характеристик монослоя обычно используют одну из известных формул "правила смеси" таких авторов, как Fought, Rays/Jones, Puck, Förster/Knappe, Schneider, Tsai и др., в лучшем случае проводят натурный или численный эксперимент [5, 7, 10–13].

В соответствии с "правилом смеси" в поперечном сечении монослоя учитывают относительные части ("весовые" коэффициенты V_i), которые занимает каждая из компонент. Формула Fought (Фойхта) дает верхнюю оценку (предполагает равенство обобщенных перемещений компонент композита) [2, 3]:

✉ К. Н. Рудаков
knrudakov@ukr.net

$$\chi = V_1\chi_1 + V_2\chi_2 + \dots + V_n\chi_n = \sum V_i\chi_i, \quad (1)$$

где χ – одна из упругих характеристик материала, n – количество составляющих. Формула Рейса (Rays) дает нижнюю оценку (предполагает равенство обобщенных сил в компонентах композита) [2, 3]:

$$1/\chi = V_1/\chi_1 + V_2/\chi_2 + \dots + V_n/\chi_n = \sum (V_i/\chi_i). \quad (2)$$

Есть и другие формулы и методы, дающие промежуточные значения [2, 3, 10]. Для их получения может составляться полная система уравнений упругого отклика композиционного материала на действие единичных нагрузок (силовых и/или температурных), с учетом условия статического равновесия и отсутствия расслоений (т.е. в предположении о совместности перемещений).

Расчетные характеристики композиции ЭДТ-10 / ТС 36S-12К: модули Юнга и коэффициенты Пуассона

Рассмотрели слоистый ПКМ с наполнителем ЭДТ-10 ОСТ 92-0957, армированным высокомодульным углеродным волокном ТС 36S-12К фирмы TAIRYFIL (Англия), коэффициент армирования $V_f=0.7$, применяемый в космических аппаратах "КБ "Южное". Из спецификации на материалы имели лишь модуль Юнга при растяжении $E_f = (E_{11})_f \approx 2.5 \cdot 10^5$ МПа и коэффициент Пуассона $\mu_f = (\mu_{12} = \mu_{13})_f \approx 0.25$ (ТС 36S-12К); $E_m = (E_{11})_m \approx 0.025 \cdot 10^5$ МПа и $\mu_m = (\mu_{12} = \mu_{13})_m \approx 0.32$ (ЭДТ-10). Толщина монослоя 0.24 мм при его укладке в направлениях 0 и 90 градусов. Весовые части $V_f=0.7$ и $V_m = 1 - V_f=0.3$.

Модуль Юнга E_{11} и коэффициент Пуассона монослоя μ_{12} принято подсчитывать по формуле (1) [2, 10]:

$$E_{11} = V_f E_f + V_m E_m \approx 1.758 \cdot 10^5 \text{ МПа}; \quad \mu_{12} = \mu_{13} = V_f \mu_f + V_m \mu_m = 0.2710.$$

Так как коэффициенты μ_f и μ_m отличаются незначительно, то формула (2) дает близкое к 0.271 значение для $\mu_{12} = \mu_{13} = 1/(V_f/\mu_f + V_m/\mu_m) \approx 0.2676$.

Модули упругости $E_{22} = E_{33}$ вначале подсчитали по формуле (2) [2, 10]:

$$E_{22} = E_{33} = \frac{E_f E_m}{E_f V_m + E_m V_f} \approx 0.0814 \cdot 10^5 \text{ МПа}.$$

В книге [10] в разделе 10.7 приведено несколько формул (методов) для вычисления $E_{22} = E_{33}$. Некоторые из них, дающие максимальный диапазон результатов, привели в таблице 1 (в наших обозначениях). Кстати, формула Рейса (2) совпадает с приведенной в [10] формулой Jones, если в (2) разделить числитель и знаменатель на E_f , а также заменить V_m на $(1 - V_f)$.

Таблица 1

Приближенные формулы для вычисления модулей Юнга $E_{22} = E_{33}$; результаты вычислений и экспериментальные

Авторы формулы, метод	Характеристика, формула	$E_{11}, E_{22} \cdot 10^{-5}$, МПа
Schneider	$E_{22} = \frac{E_m^*(1-V_f^3)}{(1-V_f)^{0.75} + 6E_m^*V_f/E_f} = \frac{E_f E_m^*(1-V_f^3)}{E_f V_m^{0.75} + 6E_m^*V_f}$	0.0405
Rays / Jones	$E_{22} = \frac{E_m}{(1-V_f) + E_m V_f / E_f} = \frac{E_f E_m}{E_f V_m + E_m V_f}$	0.0814
Förster / Knappe	$E_{22} = \frac{E_m^*}{(1-V_f)^{1.45} + E_m^*V_f/E_f} = \frac{E_m^* E_f}{E_f (V_m)^{1.45} + E_m^*V_f}$	0.1654
Puck	$E_{22} = \frac{E_m^*(1+0.85V_f^2)}{(1-V_f)^{1.25} + E_m^*V_f/E_f} = \frac{E_f E_m^*(1+0.85V_f^2)}{E_f V_m^{1.25} + E_m^*V_f}$	0.1717
МКЭ	$E_{11} = p/\tilde{\varepsilon}_X $	1.497
	$E_{22} = E_{33} = p/\tilde{\varepsilon}_Y = p/\tilde{\varepsilon}_Z $	0.1756
Эксперимент (диапазон)	E_{11}	1.45 ÷ 1.75
	$E_{22} = E_{33}$	0.16 ÷ 0.20

Примечание: приведенный модуль $E_m^* = E_m / (1 - \mu_m^2) = 0.025 \cdot 10^5 (1 - 0.32^2) \approx 2785$ МПа.

Из рисунков 1 [10] можем сделать вывод, что для высокопрочного волокна (Carbon HT) расчетные значение модуля $E_{22} = E_{33}$ при $V_f = 0.7$ могут отличаться приблизительно в два раза, а для высокомодульного волокна (Carbon HM) – приблизительно в пять раз. В данных таблицы 1 для рассматриваемой композиции имеем четырехкратное отличие. Кстати, результаты расчетов по всем этим формулам весьма чувствительны к изменению величин V_f и V_m .

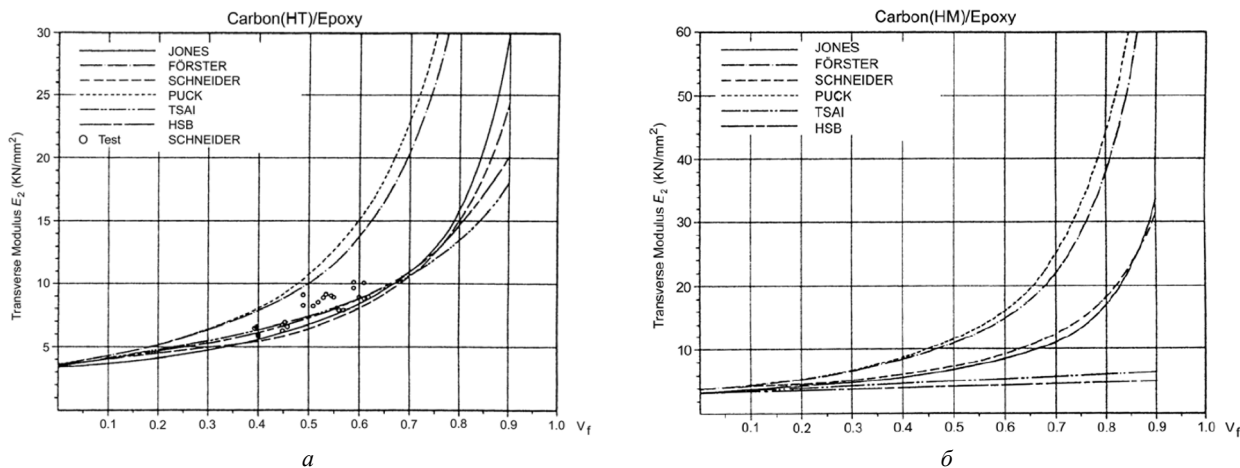


Рис.1. Зависимость расчетного модуля Юнга $E_2 = E_{22} = E_{33}$ от весового коэффициента волокна V_f [10, рис.10.7-2 (а) и рис.10.7-3 (б)]

При численном моделировании предполагалось, что связующее пластины армировано волокнами правильной цилиндрической формы, расположенными вдоль оси X . Поэтому при толщине моно слоя $h = 0.24$ мм и коэффициенте армирования $V_f = 0.7$ диаметр волокон $d = 2h\sqrt{V_f/\pi} \approx 0.2266$ мм.

Численная модель представляла собою часть пластины с однонаправленными волокнами, рассеченную тремя плоскостями симметрии. Всем узлам конечно-элементной сетки, лежащим в плоскостях рассечения, запретили перемещения по нормали к поверхности рассечения. Это и есть условия симметрии.

Для уменьшения влияния краевых эффектов модель имела "избыточные" размеры, а для увеличения точности – довольно мелкую конечно-элементную сетку из почти 770 тысяч узлов в 186 тысяч конечных элементов. Чтобы получить равномерное решение в направлении укладки волокон ("бесконечные" волокна), на плоскость торца "давила" весьма жесткая пластина (контактная задача), с равномерно распределенным по ее поверхности давлением $p = 1$ МПа.

Сначала провели численный эксперимент для определения модуля Юнга $E_{11} = E_{XX}$ и коэффициентов Пуассона $\mu_{12} = \mu_{XY}$ и $\mu_{13} = \mu_{XZ}$ моно слоя. Время счета краевой контактной задачи (Static) для такой модели на персональном компьютере с процессором i5-6500 составило примерно полтора часа, причем были задействованы практически все 64 Гб оперативной памяти, работающей на частоте 2133 МГц.

На рис. 2 показана конечно-элементная модель элемента пластины с контурными цветовыми изображениями указанных результатов расчета (изображения для направлений Y и Z идентичны).

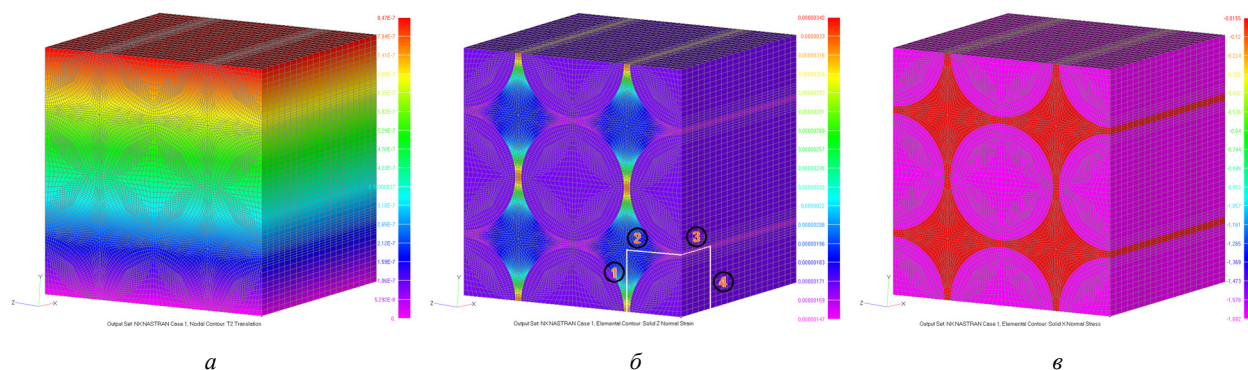


Рис. 2. Конечно-элементная модель части пластины с контурными цветовыми изображениями: а) – поперечных перемещений u_y , мм; б) – поперечных деформаций ϵ_{zz} ; в) – продольных напряжений σ_{xx} , МПа

Рисунки показали, что нет равномерного распределения напряжений и деформаций, а перемещений – есть (рис. 2. а), что указывает на предпочтительное применение для определения модулей Юнга и коэффициентов Пуассона именно перемещений, а не деформаций: перемещения показывают глобальную ситуацию, а деформации – локальную. Кроме того, необходимо было исключить зоны с краевыми возмущениями решения. Для этого использовали значения деформаций в узлах, лежащих на выделенных на рис. 2. б белым цветом линиях, соответствующих граничным контурам характерного для композиции объема, и максимально удаленных от краев модели (на рис. 2 геометрический центр модели – в ее нижнем углу).

На рис. 3. а показаны графики перемещений в узлах, лежащих вдоль указанных линий. Значения перемещений имели небольшой диапазон изменений вдоль своих линий, но все равно было проведено их среднеквадратичное усреднение.

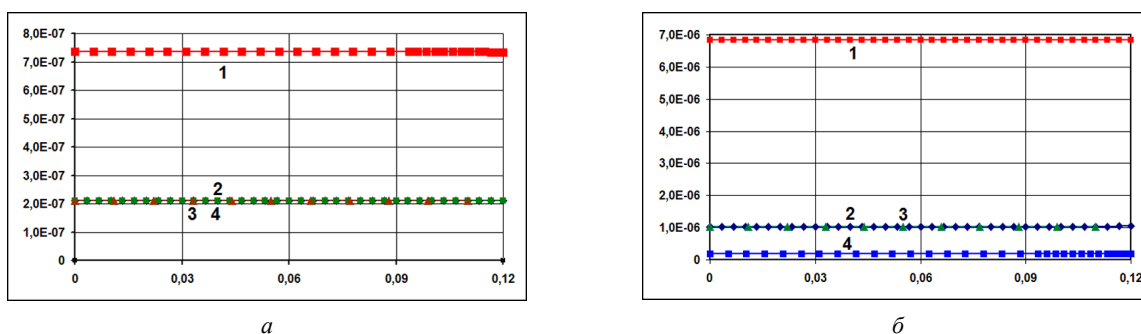


Рис. 3. Графики перемещений (мм) узлов, лежащих на линии:

- а) 1 – $-u_X$ на 4; 2 – u_Z на 1; 3 – u_Y на 2; 4 – u_Y на 3 (сжатие вдоль оси X)
 б) 1 – $-u_Z$ на 1; 2 – u_Y на 2; 3 – u_Y на 3; 4 – u_X на 4 (сжатие вдоль оси Z)

Отметим, что в связующем материале пластины напряжения (сжатия) составили примерно 0.0175 МПа, а в армирующих волокнах – 1.670 МПа (см. рис. 2. в). Т.е. связующий материал практически не создает сопротивления продольной нагрузке (всего около 1 %).

Использовали значения перемещений в узлах, лежащих на указанных на рис. 3. а линиях и расстояния, на которых получены эти перемещения (0.12 мм – на линиях 1, 2 и 3; 0.11 мм на линии 4), подсчитали усредненные (среднеквадратичные) значения деформаций $\tilde{\epsilon}_{XX} \approx -6.67880 \cdot 10^{-6}$, $\tilde{\epsilon}_{YY} \approx 1.76116 \cdot 10^{-6}$ и $\tilde{\epsilon}_{ZZ} \approx 1.76140 \cdot 10^{-6}$, поэтому $E_{11} = E_{XX} = 1/\tilde{\epsilon}_{XX} \approx 1.497 \cdot 10^5$ МПа (поместили в таблицу 1 в строку "МКЭ"), $\mu_{12} = \mu_{XY} = -\tilde{\epsilon}_{YY} / \tilde{\epsilon}_{XX} \approx 0.2637$, $\mu_{13} = \mu_{XZ} = -\tilde{\epsilon}_{ZZ} / \tilde{\epsilon}_{XX} \approx 0.2637$.

От завышенной формулой (1) величины $E_{11} \approx 1.758 \cdot 10^5$ МПа значение $E_{11} \approx 1.497 \cdot 10^5$ МПа отличается почти на 15%, что для композитов считается приемлемым. Применение формулы (2) дало бы сильно заниженное значение $E_{11} \approx 0.0814 \cdot 10^5$ МПа.

Итак, результаты численных расчетов показали, что для определения величин E_{11} данной композиции можно использовать формулу Фойхта (1), как и рекомендуется [2, 10], а для величин $\mu_{12} = \mu_{13}$ – формулу Рейса (2), в отличие от рекомендаций [2, 10].

Примечание 1. С целью сравнения, для определения коэффициентов Пуассона $\mu_{12} = \mu_{XY}$ и $\mu_{13} = \mu_{XZ}$ монослоя использовали величины деформаций в узлах, лежащих на поверхности характерного торцевого элемента модели, максимально удаленного от краев (отделена на рис.2. б линиями 1 и 2 и ребрами модели). При этом имели диапазон значений деформаций на указанной поверхности $\epsilon_{11} \in [-6.6785 \div 6.6788] \cdot 10^{-6}$; $\epsilon_{22} \in [1.540 \div 3.263] \cdot 10^{-6}$ (деформаций ϵ_{33} – аналогично ϵ_{22}). При усреднении рассчитали среднеквадратичные для данной площадки значения: $\tilde{\epsilon}_{22} = 1.80195 \cdot 10^{-6}$, $\tilde{\epsilon}_{33} = 1.80050 \cdot 10^{-6}$ и $\tilde{\epsilon}_{11} = -6.67876 \cdot 10^{-6}$. Усреднение вначале проводили отдельно по волокну и связующему, подсчитывали относительное количество узлов конечно-элементной сетки волокон $v_f = n_f / (n_f + n_m)$ и связующего $v_m = 1 - v_f$, деформации которых участвовали в усреднении (эти числа отличались от V_f и V_m). Затем окончательно определили усредненную для композиции деформацию с учетом весов v_f и v_m . Получили, что $\mu_{12} = -\tilde{\epsilon}_{22} / \tilde{\epsilon}_{11} \approx 0.270$ и $\mu_{13} = -\tilde{\epsilon}_{33} / \tilde{\epsilon}_{11} \approx 0.270$, т.е. $\mu_{12} = \mu_{13} \approx 0.270$, что фактически не отличалось от значения 0.271, полученного по формуле Фойхта (1). Отметим, что для определения E_{11} можно было использовать и этот (через деформации), и предыдущий (через перемещения) вариант, поскольку усредненные значения в обоих вариантах $\tilde{\epsilon}_{11}$ практически совпали.

Аналогичный численный эксперимент провели для определения модуля $E_{33} = E_{ZZ}$ и коэффициентов Пуассона $\mu_{32} = \mu_{ZY}$ и $\mu_{31} = \mu_{ZX}$ монослоя. Так как вдоль оси Z жесткость модели меньше, чем вдоль оси X , то контактных итераций стало больше (на одну, а именно 4), и время счета увеличилось до двух часов. Аналогично предыдущему, используя те же узлы на тех же линиях, получили значения средних деформаций $\tilde{\epsilon}_{XX} \approx 1.7861 \cdot 10^{-6}$, $\tilde{\epsilon}_{YY} \approx 8.5654 \cdot 10^{-6}$ и $\tilde{\epsilon}_{ZZ} \approx -56.961 \cdot 10^{-6}$, поэтому $E_{33} = E_{ZZ} = 1 / \tilde{\epsilon}_{ZZ} \approx 0.176 \cdot 10^5$ МПа, $\mu_{31} = \mu_{ZX} = -\tilde{\epsilon}_{XX} / \tilde{\epsilon}_{ZZ} \approx 0.0314$, $\mu_{32} = \mu_{ZY} = -\tilde{\epsilon}_{YY} / \tilde{\epsilon}_{ZZ} \approx 0.1504$.

Примечание 2. С целью сравнения, для определения модуля Юнга также использовали не перемещения, а деформации. При этом аналогичная (см. Примечание 1) процедура дала очевидно неверное значение $E_{33} \approx 0.0808 \cdot 10^5$ МПа, т.е. примерно в два раза меньшее, чем $E_{33} \approx 0.176 \cdot 10^5$ МПа.

Условия идеальной 3D-ортотропии [1]:

$$E_{11}\mu_{21} = E_{22}\mu_{12}; \quad E_{11}\mu_{31} = E_{33}\mu_{13}; \quad E_{22}\mu_{32} = E_{33}\mu_{23}; \quad G_{12} = G_{21}; \quad G_{23} = G_{32}; \quad G_{31} = G_{13}. \quad (3)$$

В однонаправленных монослоях дополнительно должны выполняться условия трансверсальной изотропии: $E_{22} = E_{33}$, (поэтому и $\mu_{12} = \mu_{13}$; $\mu_{32} = \mu_{23}$), $G_{12} = G_{13}$; $G_{23} = E_{22} / [2(1 + \mu_{23})]$. Поэтому расчеты с нагружением по направлению оси Y не проводили.

В ту же таблицу 1 поместили диапазон значений модулей, полученных в натурном эксперименте на плоских образцах. Погрешности не определяли ввиду незначительности базы данных.

Расчетные характеристики композиции ЭДТ-10 / ТС 36S-12К: модули сдвига

Как указано выше, в однонаправленных монослоях из условия трансверсальной изотропии: $G_{23} = E_{22} / [2(1 + \mu_{23})]$, а $G_{32} = G_{23}$. Подставив ранее определенные в расчетах значения E_{22} и μ_{23} , получили $G_{32} = G_{23} \approx 0.0763$ МПа.

Если известны значения модулей сдвига связующего и наполнителя, то модули сдвига $G_{12} = G_{21} = G_{13} = G_{31}$ можно подсчитать по одной из рекомендуемых в [10] формул (см. таблицу 3).

Таблица 3

Приближенные формулы для вычисления модуля сдвига G_{12} и результаты вычислений

Авторы формулы, метод	Формула, характеристика	$G_{12} \cdot 10^{-5}$, МПа
Schneider	$G_{12} = \frac{G_m(1 + 0.25\sqrt{V_f})}{(1 - V_f)^{1.25} + 1.25V_f G_m / G_f} = \frac{G_f G_m(1 + 0.25\sqrt{V_f})}{G_f V_m^{1.25} + 1.25V_f G_m}$	0.3756
Rays / Jones	$G_{12} = \frac{G_f G_m}{G_f V_m + G_m V_f} = \frac{G_m}{(1 - V_f) + G_m V_f / G_f}$	0.2585
Förster / Knappe	$G_{12} = \frac{G_m(1 + 0.4\sqrt{V_f})}{(1 - V_f)^{1.45} + V_f G_m / G_f} = \frac{G_m G_f(1 + 0.4\sqrt{V_f})}{G_f (V_m)^{1.45} + V_f G_m}$	0.5249
Puck	$G_{12} = \frac{G_m(1 + 0.6\sqrt{V_f})}{(1 - V_f)^{1.25} + V_f G_m / G_f} = \frac{G_m G_f(1 + 0.6\sqrt{V_f})}{G_f (V_m)^{1.45} + V_f G_m}$	0.5907
МКЭ	$G_{12} = G_{XY} = p / \gamma_{XY} $; $G_{21} = G_{YX} = p / \gamma_{YX} $	0.1683
Эксперимент (диапазон)	G_{12}	0.14 ÷ 0.19

Так как компоненты композитного монослоя считаются изотропными материалами, то получили их модули сдвига $G_f = E_f / [2(1 + \mu_f)] = 1 \cdot 10^5$ МПа и $G_m = E_m / [2(1 + \mu_m)] \approx 0.0947 \cdot 10^5$ МПа. Подсчитанные по рекомендуемым в [10] формулам значения G_{12} поместили в таблицу 3. Отметим, что формула Фойхта (1) в [10] не рекомендуется (здесь она дала очевидно завышенное значение, а именно $G_{12} \approx 0.728 \cdot 10^5$ МПа).

В [10] есть аналогичные рис. 1 графики для G_{12} (рисунки 10.9.2 и 10.9.3), согласно которым при $V_f = 0.7$ разброс значений, подсчитанных по формулам таблицы 3 – более чем в два раза.

Точное построение адекватной конечно-элементной модели композиции волокно-наполнитель (и даже изотропного материала) для определения модуля сдвига затруднительно. Предварительное тестирование на модели из изотропного материала показало, что приемлемую точность показывает конечно-элементная

контактная модель, в которой жесткая пластина давит на поверхность модели монослоя под действием распределенной нагрузки p при описанных ниже условиях закрепления. В модели рис. 4. а: узлам на нижней поверхности запрещены степени свободы по вертикали (по Y) и вдоль нагрузки (по X), узлам верхней поверхности – только по Y , а жесткая пластина давит на заднюю поверхность. В модели рис. 4. б: узлам на фасадной (что левее) поверхности запрещены степени свободы по горизонтали (по X) и вдоль нагрузки (по Y), узлам задней поверхности – только по X , а жесткая пластина давит на верхнюю поверхность. В обеих моделях узлам на фасадной (что правее) поверхности запрещены степени свободы по Z (условие симметрии).

После проведения расчетов в модели композитного монослоя рис. 4. а значение перемещения u_X (в направлении действия давления) верхнего правого узла разделили на вертикальный размер модели L_Y (получили обобщенную угловую деформацию $\gamma_{XY} = u_X / L_Y$), затем подсчитали $G_{XY} = p / \gamma_{XY} \approx 0.1123 \cdot 10^5$ МПа.

В модели рис. 4. б значение перемещения u_Y (в направлении действия давления) верхнего правого узла разделили на горизонтальный размер модели L_X (получили обобщенную угловую деформацию $\gamma_{YX} = u_Y / L_X$), затем подсчитали $G_{YX} = p / \gamma_{YX} \approx 0.2243 \cdot 10^5$ МПа.

Отметим, что в модели рис.4. а связующее "работает" (в основном) на сдвиг, а волокна – на сдвиг вдоль волокна. Напротив, в модели рис.4. б связующее "работает" (в основном) на сжатие, а волокна – на сжатие в поперечном направлении. Поэтому вначале расчетные значения G_{XY} и G_{YX} – разные. Так как должно быть $G_{12} = G_{21}$, то из двух значений подсчитали среднее $G_{12} = G_{21} \approx 0.1683 \cdot 10^5$ МПа (помещено в таблицу 3).

В модельном расчете для изотропного материала аналогичным образом подсчитанные $G_{XY} = p / \gamma_{XY}$ и $G_{YX} = p / \gamma_{YX}$ дали практически точное значение модуля сдвига, который задавался. Это и послужило основанием для применения этого способа к модели композитного монослоя.

При экспериментальном определении $G_{XY} = G_{YX}$ были использованы образцы Иосипеску [14], диапазон полученных значений приведен в таблице 3.

Расчетные упругие характеристики композиции ЭДТ-10 / ТС 36S-12К: итоговая таблица

В таблицу 4 поместили результирующие значения модулей упругости монослоя из композиции ЭДТ-10 / ТС 36S-12К, полученные на основе расчетов с применением МКЭ.

Таблица 4

Значения модулей упругости монослоя, полученные на основе расчетов с применением МКЭ

Монослой из композиции	Модули Юнга $\cdot 10^{-5}$, МПа			Модули сдвига $\cdot 10^{-5}$, МПа		Коэффициенты Пуассона		
	E_{11}	E_{22}	E_{33}	$G_{12} = G_{21} = G_{13} = G_{31}$	$G_{23} = G_{32}$	$\mu_{12} = \mu_{13}$	$\mu_{23} = \mu_{32}$	$\mu_{21} = \mu_{31}$
ЭДТ-10 / ТС 36S-12К	1.497	0.1756	0.1756	0.1683	0.0763	0.2637	0.1504	0.0314

Примечание 3. При дальнейшем усреднении значений упругих характеристик (данных таблицы 3) необходимо следить за сохранением теоретических соотношений между ними.

Добавим, что пересчетом получили $\mu_{21} = \mu_{31} = E_{22}\mu_{12} / E_{11} \approx 0.0309$. По сравнению с табличным, отличие составило менее 1.6 %.

Пример практического применения модулей упругости монослоя

Для определения коэффициента концентрации напряжений в болтовом соединении, у ослабленного отверстием сечения монослоя, находящегося в составе пластины из слоистого композита, может быть использована формула, получаемая из приближенного решения [8], а именно [9]:

$$\tilde{\alpha}(\zeta) = \frac{1-\zeta}{\zeta} \left[\frac{\zeta}{2} + \left(\frac{\zeta}{2} + \frac{4}{\pi^2} \right) \frac{\sqrt{2(\sqrt{E_{YY}/E_{XX}} - \mu_{YX}) + E_{YY}/G_{XY}}}{\sqrt{E_{YY}/E_{XX}}} \right], \quad (4)$$

где $\zeta = d/w \leq 0.5$; d – диаметр отверстия (болта); w – условная ширина пластины, приходящаяся на одно отверстие; направление X соответствует направлению действия растягивающей силы в плоскости пластины и совпадает с направлением главной оси ортотропии 1; направление Y ортогонально направлению X и также лежит в плоскости пластины; E_{XX} , E_{YY} , G_{XY} , μ_{YX} – модули Юнга, сдвига и коэффициент Пуассона соответственно. Если известно значение μ_{XY} , а не μ_{YX} , то подсчитывается $\mu_{YX} = E_{YY}\mu_{XY}/E_{XX}$.

Для рассмотренной выше композиции монослоя при $\zeta = 1/6$ (рекомендуемое для болтовых соединений соотношение) получили $\tilde{\alpha}(1/6) \approx 9.62$.

Примечание 4. Для изотропного материала дробная часть формулы (4) с модулями упругости всегда имеет значение 2, т.е. из (4) $\alpha_{izo}(\zeta) = \frac{1-\zeta}{\zeta} \left(\frac{3\zeta}{2} + \frac{8}{\pi^2} \right)$. При том же значении $\zeta = 1/6$ имеем $\alpha_{izo}(1/6) \approx 5.30$. В [9] показано, что численный расчет МКЭ дал значение $\alpha_{izo}(1/6) \approx 5.99$. Поскольку МКЭ всегда "срезает" пики, то можно сделать вывод, что формула (4) дает заниженные значения коэффициента концентрации напряжений у отверстия, нагруженного болтом (без зазора и без трения).

Если отверстие свободно от нагрузки, то в рассмотренной выше композиции монослоя (трансверсально-изотропный материал) коэффициент концентрации напряжений $\tilde{\alpha}(0) \approx 4.77$ (очень широкая пластина) [1], а в изотропном, в соответствии с [15, табл.17.1], $\alpha_{izo}(1/6) \approx 2.57$.

Монослой сам по себе является лишь "строительным материалом" для создания композитных конструкций, поэтому и модули упругости монослоя часто нужны лишь для того, чтобы из них получить "эквивалентные" характеристики. Для этого разработано несколько методов, некоторые из них реализованы в программных комплексах ANSYS, Nastran и других при реализации МКЭ. Еще лучше проводить натуральный эксперимент на пластинах из ПКМ, набранных из монослоев.

Выводы

Проведенные расчеты показали, что:

- контактные конечноэлементные модели композитного монослоя дают хорошие результаты определения его упругих характеристик;
- рекомендованные формулы не всегда дают приемлемую точность. Поэтому в ответственных случаях окончательный вывод о правильности пересчета известных характеристик компонент монослоя в другие его характеристики можно делать только на основе результатов натурального эксперимента.

References

1. Теория упругости анизотропного тела. Изд. 2-е. / С.Г. Лехницкий. – М.: Главная редакция физ-мат. лит-ры изд-ва "Наука", 1977. – 416 с.
2. Болотин В.В. Механика многослойных конструкций / В.В. Болотин, Ю.Н. Новичков. – М.: Машиностроение, 1980. – 375 с.
3. Победра Б.Е. Механика композиционных материалов / Б.Е. Победра. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1984. – 336 с.
4. Василевский Е.Т. Система экспериментального обеспечения расчета на прочность механических соединений деталей из композитов / Е.Т. Василевский, А.З. Двейрин, Я.С. Карпов, С.П. Кривенда // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – Х.: НАКУ "ХАИ", 2010. – № 47. – С. 42 – 52.
5. ECSS-E-HB-32-20. Part 1A. Structural materials handbook – Part 1: Overview and material properties and applications. (2011), available at : http://www.ecss.nl/wp-content/uploads/handbooks/ecss-e-hb/ECSS-E-HB-32-20_Part1A.pdf
6. Проектирование и конструирование изделий из композиционных материалов. Теория и практика: учебник / П.М. Гагауз, Ф.М. Гагауз, Я.С. Карпов, С.П. Кривенда; под общ. ред. Я.С. Карпова – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т им. Н.Е. Жуковского "Харьк. авиац. ин-т", 2015. – 672 с.
7. Дифучин Ю.М. Чисельне моделювання болтових з'єднань з ПКМ. Повідомлення 1. Створення змішаних 3D-моделей / Ю.М. Дифучин, К.М. Рудаков // Вісник НТУУ "КПІ". Сер. машинобудування. №2(77), 2016. – С. 100 – 107. <http://dx.doi.org/10.20535/2305-9001.2016.77.76975>
8. Echavarrí a, C., Haller, P. and Salenikovich, A. (2007), *Analytical study of a pin-loaded hole in elastic orthotropic plates*. Composite Structures. vol. 79. pp. 107 – 112. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compstruct.2005.11.038>
9. Рудаков К.Н. Коэффициент концентрации напряжений у контактирующего с болтом нагруженного отверстия в монослое ортотропного композиционного материала / К.Н. Рудаков, Ю.Н. Дифучин, С.А. Бабиенко // Mechanics and Advanced Technologies #1(85), 2019. – С. 41 – 48. <https://doi.org/10.20535/2521-1943.2019.85.155702>
10. ECSS-E-HB-32-20, Part 2A. Structural materials handbook – Part 2: Design calculation methods and general design aspects. (2011), available at : http://www.ecss.nl/wp-content/uploads/handbooks/ecss-e-hb/ECSS-E-HB-32-20_Part2A.pdf

11. ГОСТ 25602-80. Расчеты и испытания на прочность. Методы механических испытаний композиционных материалов с полимерной матрицей (композитов). Метод испытания на сжатие при нормальной, повышенной и пониженной температурах. – М.: Из-во стандартов, 1980. – 17 с.
12. Тарнопольский Ю.М. Методы статических испытаний армированных пластиков. 3-е изд. / Ю.М. Тарнопольский, Т.Я. Кинцис // М.: Химия, 1981. – 271 с.
13. ASTM D6742/D6742M-07 Standard Practice for Filled-Hole Tension and Compression Testing of Polymer Matrix Composite Laminates. – 7 p.
14. ASTM D7078/D7078 M-12 Standard test method for shear properties of composite materials by V-notched rail shear method
15. Young, W.C. and Buynas, R.G. (2002), Roark's Formulas for Stress and Strain. Seventh Edition. McGraw-Hill. 852 p.

До визначення модулів пружності пластини з односпрямованим армуванням високомодульним вуглецевим волокном

В. М. Маслей, К. М. Рудаков

Проблематика. Для проведення розрахунків будь-яких виробів на одержання характеристик їхніх напружено-деформованих станів необхідно мати, серед інших, модулі пружності матеріалів. Для шаруватих полімерних композиційних матеріалів (ПКМ) у специфікаціях на їхні компоненти вказують лише модуль Юнга при розтяганні й коефіцієнт Пуассона. Інші модулі пружності зазвичай визначають по відомих формулах, у найкрайньому разі – у чисельному або натурному експерименті. Отримані значення мають значний розкид.

Ціль дослідження: підбор формул для визначення модулів пружності односпрямованого моношару, найбільш відповідних композиції ЭДТ-10 / ТС 36S-12К.

Методика реалізації. Були проведені чисельні розрахунки із застосуванням методу скінченних елементів (контактна задача) характерного елемента пластини із шаруватого ПКМ. Передбачалася його трансверсальна ізотропія.

Результати дослідження. За результатами розрахунків визначені модулі пружності й виявлені формули, найбільш відповідні композиції ЭДТ-10 / ТС 36S-12К.

Висновки. Проведені розрахунки показали, що контактні скінченно-елементні моделі композитного моношару дають хороші результати визначення його пружних характеристик.

Ключові слова: полімерний композиційний матеріал; модулі пружності; чисельне 3D моделювання

To definition of elasticity modules of plate from unidirectional high-modules carbon fibre

Volodymyr Maslyey, Konstantin Rudakov

Problematic. To obtain characteristics of stress-deformed state of any products it is necessary to have, among other, modules of elasticity of materials. Only the Young's tensile modulus and Poisson ratio are usually introduced in specifications of carbon fiber reinforced plastic (CFRP). Other modules of elasticity are usually defined by known formulas, at the best - in numerical or natural experiment. The received values have considerable range.

Research objective: selection of formulas for definition of modules of elasticity of the unidirectional monolayer, the most corresponding to composition ЭДТ-10 / ТС 36S-12К.

Realization technique. Numerical calculations by method of finite elements (a contact problem) of characteristic element of layered CFRP plate have been carried out. It was assumed that CFRP plate has transverse isotropic properties.

Results of research. By results of calculations these modules of elasticity are defined and the formulas most corresponding to composition ЭДТ-10 / ТС 36S-12К are revealed.

Conclusions. The carried out calculations have shown, that contact FEM-models of a composite monolayer give acceptable value of elastic characteristics.

Keywords: CFRP; elastic modulus; numerical 3D modeling

References

1. Lehnickij, S.G. (1977), *Teorija uprugosti anizotropnogo tela*, [Theory of isotropic elasticity], 2nd ed., Glavnaja redakcija fizmat. lit-ry izd-va "Nauka", Moscow, Russia.
2. Bolotin, V.V. and Novichkov, Yu.N. (1980), *Mekhanika mnogosloinykh konstruksii* [Mechanics of multi-layered structures], "Mashinostroenie", Moscow, Russia.
3. Pobedrya, B.E. (1984), *Mekhanika kompozitsionnykh materialov* [Mechanics of composite materials], Izd-vo Mosk. un-ta, Moscow, Russia.
4. Vasilevskii, E.T., Dveirin, A.Z., Karpov, Ya.S. and Krivenda, S.P. (2010), "System of experimental support for strength calculation of composites mechanical joints", *Otkrytye informatsionnye i komp'yuternye integrirovannye tekhnologii, NAKU "KhAP"*, no. 47. pp. 42 – 52.

5. ECSS-E-HB-32-20. Part 1A. Structural materials handbook – Part 1: Overview and material properties and applications. (2011), available at: http://www.ecss.nl/wp-content/uploads/handbooks/ecss-e-hb/ECSS-E-HB-32-20_Part1A.pdf
6. Gagauz, P.M., Gagauz, F.M., Karpov, Ya.S. and Krivenda, S.P. (2015), *Proektirovanie i konstruirovanie izdelii iz kompozitsionnykh materialov. Teoriya i praktika: uchebnik; pod obshch. red. Ya.S. Karpova* [Projection and constructing of articles from composite materials. The theory and practice: the textbook], Nats. aerokosm. un-t im. N.E. Zhukovskogo “Khar'k. aviats. in-t”, Kharkov, Ukraine.
7. Dyfuchyn, Y. and Rudakov, K. (2016), “Numerical modelling of bolted joints from composite. The message 1. Creation of the mixed 3D-models”, *Journal of Mechanical Engineering NTUU “Kyiv Polytechnic Institute”*, vol. 77, no. 2. pp. 100 – 107. <http://dx.doi.org/10.20535/2305-9001.2016.77.76975>
8. Echavarri´a, C., Haller, P. and Salenikovich, A. (2007), “Analytical study of a pin-loaded hole in elastic orthotropic plates”, *Composite Structures*, vol. 79. pp. 107 – 112. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compstruct.2005.11.038>
9. Rudakov, Konstantin, Dyfuchyn, Yury and Babienko Sergey (2019), “Stress concentration factor near loaded hole contacting with the bolt in the monolayer of orthotropic composite material”, *Mechanics and Advanced Technologies*, vol. 85, no. 1, pp. 41 - 48. <https://doi.org/10.20535/2521-1943.2019.85.155702>
10. ECSS-E-HB-32-20, Part 2A. Structural materials handbook – Part 2: Design calculation methods and general design aspects. (2011), available at: http://www.ecss.nl/wp-content/uploads/handbooks/ecss-e-hb/ECSS-E-HB-32-20_Part2A.pdf
11. Raschety i ispytaniya na prochnost' (1980), GOST 25602-80, Metody mehanicheskikh ispytaniy kompozitsionnykh materialov s polimernoj matriciej (kompozitov). Metod ispytaniya na szhatie pri normal'noj, povyshennoj i ponizhennoj temperaturah [Standard 25602-80. Calculations and strength tests. Methods of mechanical trials of composite materials with a polymeric matrix (aggregates). The Test method on compression at the normal, raised and downgraded temperatures], Iz-vo standartov, Moscow, Russia.
12. Tarnopol'skii, Yu.M. and Kintsis, T.Ya. (1981), Metody staticheskikh ispytaniy armirovannykh plastikov. 3-e izd. [Methods of static tests for reinforced plastics], “Khimiya”, Moscow, Russia.
13. ASTM D6742/D6742M-07 Standard Practice for Filled-Hole Tension and Compression Testing of Polymer Matrix Composite Laminates
14. ASTM D7078/D7078 M-12 Standard test method for shear properties of composite materials by V-notched rail shear method
15. Young, W.C. and Buynas, R.G. (2002), *Roark's Formulas for Stress and Strain. Seventh Edition*, McGraw-Hill.