

# Моделювання газодинамічних процесів у трубопроводах при видаленні відходів

С. В. Медведєв<sup>1</sup> • В. М. Бадах<sup>2</sup>

1 – Державне підприємство «Антонов», м. Київ, Україна;

2 – Національний авіаційний університет, м. Київ, Україна

Received: 01 November 2019 / Accepted: 24 November 2019

**Анотація.** Сучасний пасажирський літак неможливо розглядати без вимог щодо забезпечення безпеки та комфорту перебування пасажирів на борту. Однією з систем, що забезпечує необхідні комфортні умови на літаку, є система видалення відходів, яка призначена для задоволення фізіологічних потреб організму людини. На сьогоднішній день перспективним типом системи видалення відходів є система вакуумного принципу дії. Розробка таких систем, що складаються з пристроїв на різномірних фізичних принципах функціонування, представляє собою комплексну науково-технічну проблему, пов'язану з проведенням різнопланових прикладних досліджень в області проектування, розробки та цільового застосування системи. Одним з основних елементів системи є трубопроводи що з'єднують ємність для збору відходів з баком зберігання відходів. Важливим при проектуванні трубопроводів є визначення їх габаритних та газодинамічних характеристик на ранніх етапах розробки. Метою роботи, представленої в статті, є дослідження процесу видалення відходів що протікає у трубопроводі та побудова математичної моделі, що описує газодинамічні процеси.

**Ключові слова:** вакуум; літак; система видалення відходів; трубопровід; відходи; математична модель.

## Вступ

При розробці сучасного пасажирського літака до бортового обладнання в першу чергу пред'являються вимоги щодо забезпечення перебування пасажирів на борту літака з максимальною безпекою [1, 2, 3]. Разом з тим важливим є забезпечити пасажирів необхідним комфортом, що включає в себе задоволення фізіологічних потреб організму людини.

В даний час на пасажирських літаках більш перспективним типом системи видалення відходів є система видалення вакуумного типу. Такі системи мають значний вплив на безпеку польотів, оскільки в системі використовуються агрегати з великою кінетичною енергією, встановлюються значні перепади тиску повітря та ін. Не оптимально визначені параметри агрегатів системи на початкових етапах проектування негативно впливатимуть на ефективність роботи системи і, відповідно, і на економічні характеристики літака.

Сучасні вакуумні системи [4, 5] є складними комплексами, як з технологічної, так і з економічної точки зору. Вибір оптимальних параметрів системи ускладнює недостатнє дослідження процесів, які протікають в агрегатах системи, у зв'язку з чим необхідне проведення натурних досліджень агрегатів системи на початкових етапах проектування. Проведення випробувань є складним завданням, а в деяких випадках неможливим. Також необхідно враховувати те, що для різних типів літаків системи вакуумного типу мають відмінності, що ускладнює застосування систем вже попередньо спроектованих.

У зв'язку з цим особливого значення набуває проведення попереднього аналізу системи [6]. Цілями такого аналізу можуть бути: отримання попередніх даних, моделювання робочих режимів, оптимізація по заданих параметрах, порівняння декількох альтернативних конструкцій та ін., характерними дослідженнями є [7, 8, 9, 10].

Вищезазначені чинники обумовлюють необхідність розвитку таких методів проектувальних розрахунків вакуумних систем, які не потребують доопрацювання і аналізу для кожної конкретної системи, що проектується для різних типів літаків, а з іншого боку, дають можливість враховувати ключові фактори, що роблять істотний вплив на умови функціонування реальної вакуумної системи [11, 12].

## Мета

Метою досліджень є розробка математичної моделі процесу двофазної течії у трубопроводах системи видалення відходів для отримання газодинамічних характеристик трубопроводу, на основі яких виконуватиметься отримання вагових та габаритних характеристик трубопровідної системи на етапах попереднього проектування, а також при подальшому зональному розподілі та аналізі.

Переміщення відходів з пристрою збору відходів (унітазу) до баку зберігання відходів відбувається за допомогою розрідження, що утворюється у трубопроводі та баку системи. На землі заданий рівень розрідження досягається за допомогою вакуумного генератора, у повітрі за допомогою природного перепаду тиску між кабіною літака та атмосферою.

## Дослідження

Розглянемо об'єкт (відходи), що переміщується трубопроводом у вигляді матеріальної точки, яка рухається під дією перепаду тиску по траєкторії визначеній формою трубопроводу.

При описі процесу приймаємо наступні припущення:

- режим течії в трубопроводі – турбулентний;
- стінки трубопроводу гідравлічно гладкі;
- процес є квазістаціонарним;
- газонатіканням та газовиділенням нехтуємо.

Будемо визначати параметри руху відповідної матеріальної точки: швидкість  $V(t)$ , координату  $x(t)$ . Для матеріальної точки, яку ми розглядаємо, запишемо рівняння другого закону Ньютона:

$$m \cdot a = F_{\text{зар}} \quad (1)$$

де  $a$  – прискорення руху,  $\text{м/с}^2$ ;

$m$  – маса матеріальної точки,  $\text{кг}$ ;

$F_{\text{зар}} = \sum F_i$  – алгебраїчна сума сил, які діють на матеріальну точку,  $\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2}$ .

На об'єкт діють сила перепаду тисків, сила обумовлена тертям об'єкту об стінки трубопроводу та гравітаційна сила, рис. 1.

Тоді  $F_{\text{зар}}$  можна записати у наступному вигляді:

$$F_{\text{зар}} = F_{mp} + F_p \pm F_g \quad (2)$$

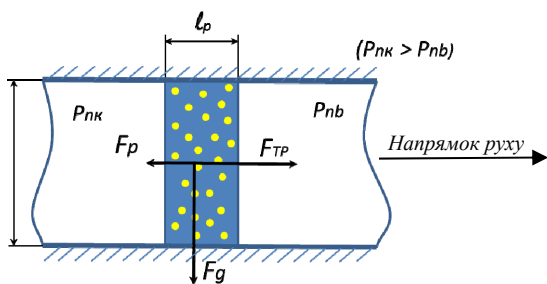


Рис. 1. Схема дії сил на об'єкт в трубопроводі видалення

де  $F_{mp}$  – сила обумовлена різницею тиску на поверхні об'єкту, що видаляється з урахуванням сил тертя,  $\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2}$ ;

$F_g$  – гравітаційна сила, яка діє на масу об'єкту,  $\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2}$ ;

$F_p$  – сила опору руху, яка обумовлена тертям об'єкту, що видаляється по внутрішній поверхні трубопроводу,  $\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2}$ .

У нашому випадку сила тертя  $F_p$  складається з сил тертя зумовлених переміщенням повітря вздовж трубопроводу, а також сил тертя при переміщення об'єкту вздовж трубопроводу.

Силу, обумовлену різницею тиску можна визначити наступним чином:

$$F_{mp} = S \cdot (p_{nk} - p_{nb}) \quad (3)$$

де  $S$  – площа перерізу трубопроводу,  $\text{м}^2$ ;

$p_{nk}$  – тиск повітря на торцеву поверхню відходу з боку кабіни,  $\text{кг/с}^2$ ;

$p_{nb}$  – тиск повітря на торцеву поверхню відходу з боку баку,  $\frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}^2}$ .

Для визначення сили від перепаду тисків, що діє на об'єкт, використаємо узагальнене рівняння енергії, яке наведене в [13]:

$$Q + \frac{p_1}{\rho_1} - \frac{p_2}{\rho_2} = L + L_p + g(z_2 - z_1) + U_2 - U_1 + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} \quad (4)$$

де  $Q$  – підведене тепло;

$p_{1,2}$  – тиск в перерізі 1, 2;

$\rho_{1,2}$  – густина в перерізі 1, 2;

$L$  – технічна робота;

$L_p$  – робота сил тертя;

$g(z_1 - z_2)$  – потенційна енергія;

$U_{1,2}$  – внутрішня енергія в перерізі 1, 2;

$V_{1,2}$  – швидкість в перерізі 1, 2.

Виконавши аналіз членів що входять в дане рівняння приймемо такі припущення:

- процес енергетично ізолюваний, технічна робота і теплообмін з навколишнім середовищем відсутній;
- зміною потенційної енергії нехтуємо;
- внутрішня енергія одиниці маси газу не змінюється.

В результаті рівняння (4) набуде вигляду узагальненого рівняння Бернуллі для стисливої рідини з роботою сил тертя:

$$\frac{p_1}{\rho_1} - \frac{p_2}{\rho_2} = L_p + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} \quad (5)$$

Тоді

$$L_p = \frac{p_1}{\rho_1} - \frac{p_2}{\rho_2} - \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} \quad (6)$$

В кабіні та в баку швидкість руху повітря дорівнює 0. Тоді дію тиску повітря на торцеву поверхню відходу з боку кабіні можна записати:

$$P_{nk} = p_k^* - \frac{\rho_{nk} \cdot V^2}{2} - \xi_{nk} \frac{\rho_{nk} \cdot V^2}{2}, \quad (7)$$

де  $p_k^*$  – повний тиск повітря в кабіні,  $\frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}^2}$ ;

$\xi_{nk}$  – коефіцієнт опору руху в трубопроводі повітря, що надходить з кабіні;

$\rho_{nk}$  – густина повітря, що надходить з кабіні,  $\text{кг}/\text{м}^3$ ;

$V$  – швидкість руху відходу,  $\text{м}/\text{с}$ .

Дію тиску повітря на торцеву поверхню відходу з боку баку запишемо:

$$P_{nb} = p_b^* - \frac{\rho_{nb} \cdot V^2}{2} - \xi_{nb} \frac{\rho_{nb} \cdot V^2}{2}, \quad (8)$$

де  $p_b^*$  – повний тиск повітря в баку,  $\frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}^2}$ ;

$\xi_{nb}$  – коефіцієнт опору руху в трубопроводі повітря, що надходить зі сторони бака;

$\rho_{nb}$  – густина повітря, що надходить в трубопровід з сторони бака,  $\text{кг}/\text{м}^3$ ;

Коефіцієнти опору руху повітря в трубопроводі складаються з коефіцієнтів опорів тертя і сум коефіцієнтів місцевих опорів:

$$\xi_{nk} = \xi_{nkmp} + \sum \xi_{nko}, \quad (9)$$

$$\xi_{nb} = \xi_{nbmp} + \sum \xi_{nbo}.$$

Коефіцієнти опорів тертя можуть бути визначені через коефіцієнт тертя наступним чином [14]:

$$\xi_{nmp} = \lambda_{nmp} \frac{l_{mp}}{d} \quad (10)$$

де  $l_{mp}$  – довжина трубопроводу, по якому рухається повітря, м;  
 $\lambda_{mp}$  – коефіцієнт тертя;  
 $d$  – гідравлічний діаметр трубопроводу, м.

Коефіцієнт тертя визначимо згідно із зазначеною в [14] залежності.

Згідно дослідних даних ( $Re \geq 10^5$ ) режим течії в досліджуваному об'єкті відповідає так званому квадратичному режиму течії і не залежить від числа  $Re$ , в зв'язку з чим приймаємо коефіцієнт тертя  $\lambda = 0,02$ .

Дію різниці тисків на поверхні відходу що видаляється, з урахуванням виразів (7) і (8) можна записати таке співвідношення:

$$p_{nk} - p_{nb} = p_k^* - \frac{\rho_{nk} \cdot V^2}{2} + \xi_{nk} \frac{\rho_{nk} \cdot V^2}{2} p_b^* + \frac{\rho_{nb} \cdot V^2}{2} + \xi_{nb} \frac{\rho_{nb} \cdot V^2}{2}. \quad (11)$$

Або після введення позначень і виконання перетворень:

$$p_{nk} - p_{nb} = \Delta p_n^* - \frac{\xi_n \cdot \rho_n \cdot V^2}{2}, \quad (12)$$

$\Delta p_n^* = p_k^* - p_b^*$  - перепад тисків повітря між кабіною і в баком;

$\xi_n = (1 + \xi_{nk}) + (1 + \xi_{nb})$  – сумарний коефіцієнт опору руху повітря трубопроводу.

Після підстановки в вираз (3) співвідношення (12), силу обумовлену різницею тисків, можна визначити так:

$$F_{mp} = S \cdot \left( \Delta p_n^* - \frac{\xi_n \cdot \rho_n \cdot V^2}{2} \right). \quad (13)$$

Якщо при визначенні опору повітря в трубопроводі врахувати лише тертя, то для визначення сили обумовленою різницею тисків, маємо співвідношення:

$$F_{mp} = S \cdot \Delta p_n^* - S \cdot \lambda_{nmp} \cdot \rho_n \cdot \frac{l_{mp} \cdot V^2}{2d}. \quad (14)$$

Гравітаційну силу, що діє на масу об'єкту, визначимо наступним рівнянням:

$$F_g = m \cdot g, \quad (15)$$

$g$  - прискорення земного падіння, м/с<sup>2</sup>.

Силу опору руху об'єкту визначимо як силу тертя рідини, що рухається в трубопроводі:

$$F_p = S \cdot \lambda_{pmp} \cdot \rho_p \cdot \frac{l_p \cdot V^2}{2d}, \quad (16)$$

де  $\rho_p$  – густина рідини, кг/м<sup>3</sup>;

$\lambda_{pmp}$  – коефіцієнт тертя опору рідини, що рухається в трубопроводі;

$l_p$  – довжина об'єкту в трубопроводі, м.

Коефіцієнт тертя визначимо згідно із зазначеною в [14] залежності.

Згідно дослідних даних ( $Re \geq 10^5$ ) режим течії в досліджуваному об'єкті відповідає так званому квадратичному режиму течії і не залежить від числа  $Re$ , в зв'язку з чим приймаємо коефіцієнт тертя  $\lambda = 0,02$ .

Масу об'єкту можна визначити наступним чином:

$$m = \rho_p \cdot S \cdot l_p \quad (17)$$

$l_p$  – довжина відходу в трубопроводі, м.

Рівняння (2) після підстановки (14), (15), (16) можна записати:

$$F_{зар} = S \cdot \Delta p_n^* - S \cdot \lambda_{nmp} \cdot \rho_n \cdot \frac{l_{mp} \cdot V^2}{2d} - S \cdot \lambda_{pmp} \cdot \rho_p \cdot \frac{l_p \cdot V^2}{2d} \pm F_g. \quad (18)$$

Якщо не враховувати гравітаційну силу після введення позначень і перетворень рівняння (18) можна записати у вигляді:

$$F_{\text{заг}} = S \cdot \Delta p_n^* - \xi' \cdot V^2, \quad (19)$$

$$\text{де } \xi' = S \cdot \lambda_{nmp} \cdot \rho_n \cdot \frac{l_{mp}}{2d} + S \cdot \lambda_{pmp} \cdot \rho_p \cdot \frac{l_p}{2d}.$$

Визначивши  $F_{\text{заг}}$  підставимо рівняння (19) до рівняння (1):

$$m \cdot a = S \cdot \Delta p_n^* - \xi' \cdot V^2, \quad (20)$$

$$\text{де } a = \frac{dV}{dt}.$$

Рівняння (20) запишемо:

$$m \cdot \frac{dV}{dt} = S \cdot \Delta p_n^* - \xi' \cdot V^2. \quad (21)$$

Максимальну швидкість об'єкту можна визначити з рівняння (21) при  $\frac{dV}{dt} = 0$  (стаціонарний рух):

$$V_{\text{max}}^2 = \frac{S \cdot \Delta p_n^*}{\xi'} \rightarrow V_{\text{max}} = \sqrt{\frac{S \cdot \Delta p_n^*}{\xi'}. \quad (22)$$

З урахуванням визначення (22) рівняння (21) можна записати так:

$$m' \cdot \frac{dV}{dt} = V_{\text{max}}^2 \cdot V^2, \quad (23)$$

$$\text{де } m' = \frac{m}{\xi'} \text{ [М].}$$

Для повного формулювання математичної задачі необхідно задати значення невідомої функції в початковий момент часу:

$$V(t=0) = V_0. \quad (24)$$

Розв'яжемо диференціальне рівняння (23). Після розділення змінних маємо:

$$m' \cdot \frac{dV}{V_{\text{max}}^2 - V^2} = dt. \quad (25)$$

Інтеграл правої частини цього рівняння визначимо у відповідності з [15]:

$$\int \frac{m' \cdot dV}{V_{\text{max}}^2 - V^2} = \frac{m'}{2V_{\text{max}}} \ln \left| \frac{V_{\text{max}} + V}{V_{\text{max}} - V} \right|. \quad (26)$$

Рішенням рівняння (25) при початковій умові  $V_0=0$ , з урахуванням виразу (26), є наступна залежність:

$$t = \frac{m'}{2V_{\text{max}}} \ln \left| \frac{V_{\text{max}} + V}{V_{\text{max}} - V} \right| \rightarrow t = -\frac{m'}{2V_{\text{max}}} \ln \left| \frac{V - V_{\text{max}}}{V + V_{\text{max}}} \right|. \quad (27)$$

Залежність швидкості руху об'єкту від часу визначимо з виразу (26) після елементарних перетворень:

$$V(t) = V_{\text{max}} \frac{e^{\frac{2V_{\text{max}} \cdot t}{m'}} - 1}{e^{\frac{2V_{\text{max}} \cdot t}{m'}} + 1}. \quad (28)$$

Після введення заміन виконуємо інтегрування першої та другої частин визначаємо переміщення:

$$X(t) = m' \cdot \ln \left( e^{\frac{2V_{\max} \cdot t}{m'}} + 1 \right) - V_{\max} \cdot t.$$

Час руху об'єкту:

$$t = \frac{m'}{2V_{\max}} \ln \left( \frac{2x}{e^{m'} - 2} \right).$$

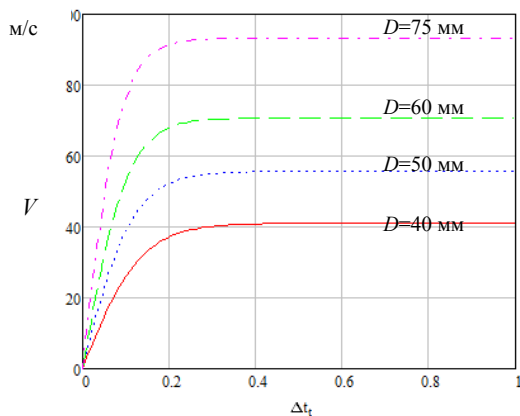
Після реалізації моделі у програмі Mathcad отримані наглядні залежності різних параметрів, що визначають характеристику трубопроводу, див. рис. 2–5.

На рис. 2 представлена залежність швидкості переміщення об'єкту (відходів) від часу (на початковій ділянці) для різних діаметрів трубопроводу, при сталому перепаді тиску еквівалентному тиску атмосфери на висоті польоту 5000 м. Результат розрахунку показує, що швидкість руху та час видалення відходів суттєво залежать від вибраного діаметру трубопроводу.

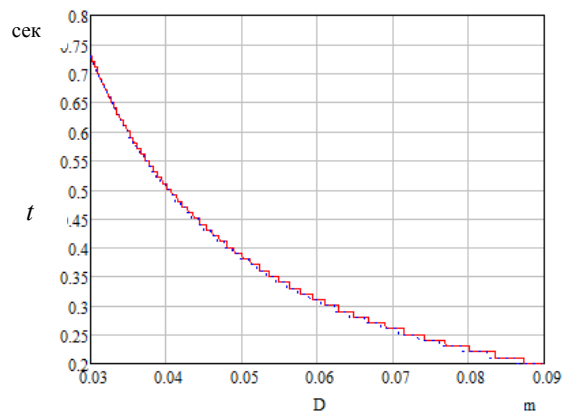
На рис. 3 представлена залежність часу переміщення фіксованої порції відходів в залежності від діаметру трубопроводу для трубопроводу довжиною 20 м.

На рис. 4 представлена залежність часу переміщення фіксованої порції відходів в залежності від перепаду тиску для різних діаметрів трубопроводу.

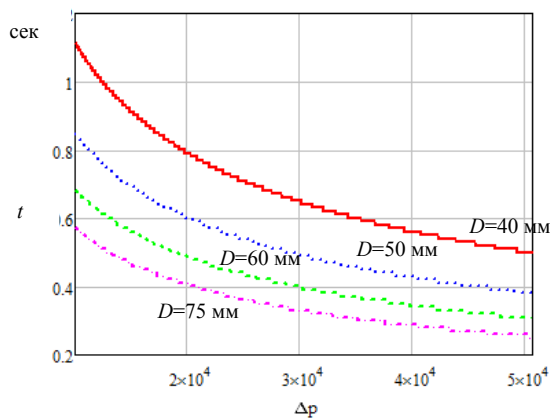
На рис. 5 представлена залежність швидкості видалення від ваги відходів при сталому перепаді тисків для різних діаметрів трубопроводу. Результат розрахунку показує, що суттєво на швидкість, при заданому перепаді тиску, впливає вага відходів до 0,5 кг.



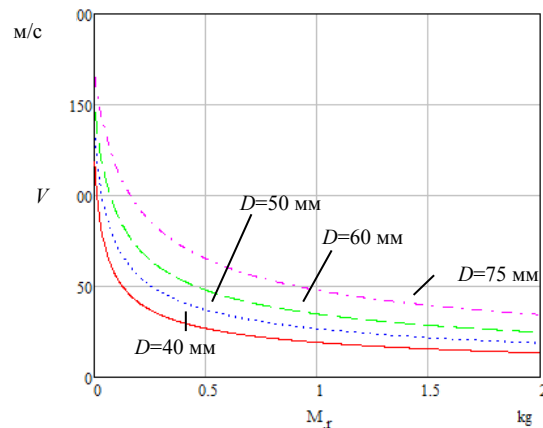
**Рис. 2.** Залежність швидкості порції відходів від часу (на початковій ділянці), діаметру трубопроводу при сталому перепаді тисків (еквівалентному висоті 5000 м)



**Рис. 3.** Час переміщення порції відходів в залежності від діаметру трубопроводу для трубопроводу довжиною 20 м



**Рис. 4.** Необхідний час для видалення відходів в залежності від перепаду тиску для різних діаметрів



**Рис. 5.** Залежність швидкості видалення від ваги відходів при сталому перепаді тисків для різних діаметрів

**Висновки**

Розроблено математичну модель, що описує квазістаціонарні гідравлічні процеси течії відходів в трубопроводі системи видалення відходів літака, за допомогою якої визначаються геометричні та газодинамічні характеристики трубопроводу.

**References**

1. Raymer D.P. Aircraft Design: A Conceptual Approach. 6th ed. AIAA education series. Washington, D.C.: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2018. – 1062 p.
2. Jenkinson L. R. Civil Jet Aircraft Design / L. R. Jenkinson, P. Simpkin, D. Rhodes – London: Arnold, 1999. – 444 p.
3. Балабуев П.В. Основы общего проектирования самолетов с газотурбинными двигателями: учеб. пособие: в 2 ч. / П.В. Балабуев, С.А. Бычков, А.Г. Гребеников и др. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», 2003. – Ч. 1. – 454 с.
4. Хоффман Д. Справочник по вакуумной технике и технологиям / Д. Хоффман, Б. Сингх, Дж. Томас III, пер. с англ. под ред. В.А. Романенко, С.Б. Нестерова. – Москва: Техносфера, 2011. – 736 с.
5. Хаблянян М.Х. Вакуумная техника. Оборудование, проектирование, технология, эксплуатация. Ч.1. Инженерно-физические основы: учебное пособие. М-во образ. и науки России, Казан. нац. исслед. технол. ун-т / М.Х. Хаблянян, Г.Л. Саксаганский, А.В. Бурмистров – Казань: Изд-во КНИТУ. 2013. 232 с.
6. Chekurin V. A mathematical model for evaluation the efficiency of gas-main pipelines in transient operational modes econtechmod / V. Chekurin, Yu. Ponomaryov, O. Khymko // – An international quarterly journal. – 2015, vol. 4, no.3, pp. 25–32.
7. Shams M. A numerical model of two-phase flow at the micro-scale using the volume-of-fluid method / M. Shams, A.Q. Raeni, M.J. Blunt, B. Bijeljic // – Journal of Computational Physics. – 2018, vol. 357, pp. 159 – 182. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2017.12.027>
8. Ganapathy H. Hydrodynamics and mass transfer performance of a microreactor for enhanced gas separation processes / H. Ganapathy, A. Shoostari, S. Dessiatoun, M. Ohadi, M. Alshehhi // – Chemical Engineering Journal. – 2015, vol. 266, pp. 258–270.
9. Meziou A. Low-Dimensional Modeling of Transient Two-Phase Flow in Pipelines / A. Meziou, M. Chaari, M. Franchek, R. Borji, K. Grigoriadis, R. Tafreshi // – J. Dyn. Sys., Meas., Control. – 2016. – vol. 138, no 10. – pp. 70–86. <https://doi.org/10.1115/1.4033865>
10. Pyanylo Ya.D. Models of mass transfer in gas transmission systems / Ya.D. Pyanylo, M.G. Prytula, N.M. Prytula, N.B. Lopuh // – Mathematical Modeling and Computing. – 2014. – vol. 1, no 1. – pp. 84–96.
11. Sumskoi S.I. Developing the model of non-stationary processes of motion and discharge of single - and two-phase medium at emergency releases from pipelines / S.I. Sumskoi, A.S. Sofin, M.V. Lisanov // – Journal of Physics: Conference Series. – 2016. – vol. 751, no 1. – pp. 1–8.
12. Capecelatro J. Eulerian – Lagrangian modeling of turbulent liquid–solid slurries in horizontal pipes / J. Capecelatro, O. Desjardins // – International journal of multiphase flow. – 2016. – no. 55. – pp. 64–79.
13. Абрамович Г.Н. Прикладная газовая динамика. В 2 ч. Ч. 1: Учебное руководство: Для вузов. – 3-е изд., перераб и доп. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит, 1991. – 600 с.
14. Идельчик И. Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям / Под ред. М. О. Штейнберга. – 3-е изд., перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1997. – 672 с.
15. Бергман А.Ф. Краткий курс математического анализа для вузов / А.Ф. Бергман, И.Г. Абрамович. – М., 1966 г. – 763 стр. с илл.

## Моделирование газодинамических процессов в трубопроводах при удалении отходов

С. В. Медведев, В. М. Бадах

**Аннотация.** Современный пассажирский самолет невозможно рассматривать без требований по обеспечению безопасности и комфорта пребывания пассажиров на борту. Одной из систем, обеспечивает необходимые комфортные условия на самолете, есть система удаления отходов, которая предназначена для удовлетворения физиологических потребностей организма человека. На сегодняшний день перспективным типом системы удаления отходов является система вакуумного принципа действия. Разработка таких систем, состоящих из устройств на разнородных физических принципах функционирования, представляет собой комплексную научно-техническую проблему, связанную с проведением разноплановых прикладных исследований в области проектирования, разработки и целевого применения системы. Одним из основных элементов системы является трубопроводы соединяющие емкость для сбора отходов с баком хранения отходов. Важным при проектировании трубопроводов является определение их габаритных и газодинамических характеристик на ранних этапах разработки. Целью работы представленной в статье является исследование процесса удаления отходов, что протекает в трубопроводе и построение математической модели описывающей газодинамические процессы.

**Ключевые слова:** вакуум; самолет; система удаления отходов; трубопровод; отходы; математическая модель.

## Modeling of gas-dynamic processes in pipelines at waste disposal

S. Medvediev, V. Badah

**Abstract.** A modern passenger aircraft cannot be considered without requirements for ensuring the safety and comfort of passengers on board. One of the systems provides the necessary comfortable conditions on the plane, there is a waste disposal system that is designed to meet the physiological needs of the human body. Today, a promising type of waste disposal system is the vacuum principle system. The development of such systems, consisting of devices based on heterogeneous physical principles of functioning, is a complex scientific and technical problem associated with conducting diverse applied research in the design, development and targeted use of the system. One of the main elements of the system is the pipelines connecting the waste collection tank to the waste storage tank. Important in the design of pipelines is the determination of their overall and gas-dynamic characteristics in the early stages of development. The aim of the work presented in the article is to study the process of waste disposal in the pipeline and build a mathematical model that describes gas-dynamic processes.

**Keywords:** vacuum; aircraft; waste disposal system; pipeline; waste; mathematical model.

### References

1. Raymer, D.P. (2018), *Konstruktivna lital'nykh aparativ: kontseptual'nyy pidkhid* [Aircraft Design: A Conceptual Approach], 6th ed. AIAA education series, Institute of Aeronautics and Astronautics, Washington D.C.
2. Jenkinson, L. R., Simpkin, P. and Rhodes, D. (1999), *Tsyvil'nyy reaktivnyy litak* [Civil Jet Aircraft Design], Arnold, London.
3. Balabuev, P.V., Byichkov, S.A., Grebenikov, A.G. i dr. (2003), *Osnovni obshego proektirovaniya samoletov s gazoturbinnymi dvigatelyami* [Fundamentals of general aircraft design with turbine engines], Nats. aerokosm. un-t im. N.E. Zhukovskogo «XAI», Kharkiv, Ukraine.
4. Hoffman, D., Singh, B. and Tomas, J. (2011), *Handbook of Vacuum Science and Technology* [Spravochnik po vakuumnoy tehnike i tehnologiyam], 3 rd ed. Translated by Romanenko, V.A., in Nesterova, S.B. (ed.), Tehnosfera, Moscow, Russia.
5. Hablanyan, M.H., Saksaganskiy, G.L. and Burmistrov, A.V. (2013), *Vacuum technology. Equipment, design, technology, operation. Part 1. Engineering and physical foundations: a training manual* [Vakuumnaya tehnika. Oborudovanie, proektirovanie, tehnologii, ekspluatatsiya. Ch.1. Inzhenerno-fizicheskie osnovy: uchebnoe posobie], KNITU, Kazan, Russia.
6. Chekurin, V., Ponomaryov, Yu. and Khymko, O. (2015), “A mathematical model for evaluation the efficiency of gas-main pipelines in transient operational modes econtechmod”, *An international quarterly journal*, vol. 4, no. 3, pp. 25–32.
7. Shams, M., Raeini, A.Q., Blunt, M.J. and Bijeljic B. (2018), “A numerical model of two-phase flow at the micro-scale using the volume-of-fluid method”, *Journal of Computational Physics*, vol. 357, pp. 159–182.  
doi: <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2017.12.027>
8. Ganapathy, H., Shooshtari, A., Dessiatoun, S., Ohadi, M. and Alshehhi, M. (2015), “Hydrodynamics and mass transfer performance of a microreactor for enhanced gas separation processes”, *Chemical Engineering Journal*, vol. 266, pp. 258–270.
9. Meziou, A., Chaari, M., Franchek, M., Borji, R., Grigoriadis, K. and Tafreshi, R. (2016), “Low-Dimensional Modeling of Transient Two-Phase Flow in Pipelines”, *J. Dyn. Sys., Meas., Control*, vol. 138, no. 10, pp. 70–86.  
doi: <https://doi.org/10.1115/1.4033865>
10. Pyanylo, Ya.D., Prytula, M.G., Prytula, N.M. and Lopuh, N.B. (2014), “Models of mass transfer in gas transmission systems”, *Mathematical Modeling and Computing*, vol. 1, no. 1, pp. 84–96.
11. Sumskoi, S.I., Sofin, A.S. and Lisanov, M.V. (2016), “Developing the model of non-stationary processes of motion and discharge of single – and two-phase medium at emergency releases from pipelines”, *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 751, no.1, pp. 1–8.
12. Capecelatro, J. and Desjardins, O. (2016), “Eulerian – Lagrangian modeling of turbulent liquid – solid slurries in horizontal pipes”, *International journal of multiphase flow*, no. 55, pp. 64–79.
13. Abramovich, G.N. (1991), *Prikladnaya gazovaya dinamika* [Applied gas dynamics], in 2 hours. vol. 1: Textbook manual: For technical colleges, – 3rd ed., Revised and ad., Nauka. Gl. red. fiz-mat. Lit. vol.2, no.1, Moscow, Russia.
14. Idelchik, I. E. (1997), *Spravochnik po gidravlicheskim soprotivleniyam* [Hydraulic Resistance Reference], 3rd ed. in Shteynberga, M.O.(ed.) Mashinostroenie, Moscow, Russia.
15. Bertman, A.F., Abramovich, I.G (1966), *A short course in mathematical analysis for technical colleges* [Kratkiy kurs matematicheskogo analiza dlya vtuzov], Moscow, Russia.