

Концентрація напружень біля отвору, що контактує з жорстким циліндром, в композитній пластині, з урахуванням бічних зазорів

К.М. Рудаков¹ • Ю.М. Дифучин¹ • Т.А. Бахтоваршов¹

Received: 4 September 2021 / Accepted: 24 October 2021

Проблематика. При проектуванні болтових з'єднань (БЗ) необхідно, зокрема, проводити їхні перевірочні розрахунки на міцність. При цьому бажано застосовувати експрес-аналіз: розрахунки по простих формулах достатньої точності. Для БЗ пластин із шаруватих полімерних композиційних матеріалів (ПКМ) проблема ще не вирішена.

Мета дослідження. Провести перевірку точності трьох відомих формул експрес-розрахунку величини коефіцієнта концентрації напружень (ККН) при контакті отвору з жорстким циліндром (болтом), на контрастних прикладах матеріалів та схем армування пластини із ПКМ, з урахуванням можливих бічних зазорів болт/отвір в практично актуальному діапазоні: від нульового до 1% від діаметра.

Методика реалізації. Були проведені чисельні розрахунки із застосуванням методу скінченних елементів (контактна задача) для БЗ пластини із шаруватого ПКМ. Передбачалася 3D-ортотропія кожного моношару. Перевірялися три прості формули експрес-аналізу. Результати зведені в таблиці, наведені ілюстрації.

Результати дослідження. Отримано числові оцінки, що характеризують ступінь впливу на концентрацію напружень на поверхні отвору характеристик матеріалу, схеми армування й величин зазору болт/отвір в пластині із шаруватого ПКМ, а також точність розглянутих формул.

Висновки. Зміна матеріалу й схеми армування шаруватого ПКМ призводить до істотної зміни значень максимальних напружень та ККН у навантаженого болтом отвору в ослабленому отвором перетині пластини, а розглянуті формули експрес-аналізу мають недостатню точність для контрастних випадків матеріалів і схем армування пластини. Зміна величини зазору болт/отвір в діапазоні від нуля до 1% від діаметра призводить до відносно невеликих змін ККН: до 10% максимум. Необхідні додаткові дослідження.

Ключові слова: болтове з'єднання; зазор; коефіцієнт концентрації напружень; полімерний композиційний матеріал.

Вступ

В практиці конструювання сучасних виробів все частіше застосовують шаруваті полімерні композиційні матеріали (ПКМ) з армуванням вуглецевою або іншою ниткою чи тканиною. Деталі з ПКМ з'єднують з іншими частинами виробу шляхом склеювання, затискування, а також за допомогою штифтів, гвинтів та болтів. Для встановлення останніх роблять круглі отвори, а такі з'єднання узагальнено та спрощено називають болтовими з'єднаннями (БЗ).

У процесі конструювання бажано мати прості (інженерні) формули, які дозволяють провести із задовільною точністю розрахунок міцності запропонованого конструктивного рішення, тобто так звану експрес-оцінку. Зокрема, для проведення експрес-оцінки на розрив пластини в ослабленому круглим отвором перетині традиційно застосовують формулу [1–4]:

$$\frac{N\alpha}{h(w-d)} \leq [\sigma]_t, \quad (1)$$

де N – результуюче зусилля, що навантажує перетин, ослаблений отвором; α – теоретичний коефіцієнт концентрації напружень (ККН) біля отвору, навантаженого болтом; h , w – товщина та ширина пластини в зоні отвору; d – діаметр отвору; $[\sigma]_t$ – напруження, що допускається, на розрив матеріалу.

✉ К.М. Rudakov
knrudakov@ukr.net

¹ Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute, Kyiv, Ukraine

Зазвичай на момент проведення розрахунку відомі всі величини, окрім ККН $\underline{\alpha}$. Тому всі подальші дії будуть спрямовані на визначення цієї величини.

Розрізняють три випадки для розрахунку ККН в отворі: отвір є вільним від навантаження (позначили ККН як α), отвір навантажений болтом (ККН позначено як $\underline{\alpha}$), отвір заповнений іншим матеріалом. Відомо, що завжди $\underline{\alpha} > \alpha$ [5, стор. 56; 6]. Відзначимо, що задача про навантаження отвору болтом принципово відрізняється від задачі про заповнення отвору іншим матеріалом, оскільки при заповненні передбачається нерозривність переміщень на всій границі розділу двох матеріалів [7], а контактна взаємодія має однобічний характер.

Величина теоретичного ККН (tension (net section) stress-concentration factor) визначається з відношення значень напружень у послабленому отвором перетині: максимального σ_{\max} до номінального $\sigma_{\text{ном}}$, тобто

$$\underline{\alpha} = \sigma_{\max} / \sigma_{\text{ном}}, \quad (2)$$

причому для розрахунку $\sigma_{\text{ном}}$ використовується нетто-перетин (net section, відносно вузькі пластини) [7, 8], а також повинні використовуватися рівняння лінійної пружності. Для відносно широких пластин застосовується бруто-перетин (gross section) або навіть значення $A_b = dh$ [5] (умовної площини зминання).

Для пластин із анізотропного матеріалу, щоб відрізнити випадок від ізотропного, замість ККН $\underline{\alpha}$ будемо писати $\underline{\tilde{\alpha}}$.

Для визначення ККН в отворі необхідно розв'язати контактну негерцеву задачу [9], оскільки зазор допускається, але незначний, тому геометрія зон контакту болт/отвір є майже однаковою. Ця задача виявилася дуже складною навіть для ізотропного випадку, а у ПКМ ще додаються анізотропія й неоднорідність, тобто проблема значно ускладнюється.

Шаруваті ПКМ моделюють як сукупність моношарів (далі – просто шарів). Кожний шар має дві складові: наповнювач (основа) та армування (нитка чи тканина). Вважається, що матеріал шару є ортотропним. Кожний шар має свій напрямок укладання. Призначається основний напрямок, записується схема укладання в ПКМ [10].

Шари на виході в отвір, при контакті з болтом, по-різному пручаються навантаженню. На це впливають і кути укладання, і анізотропія, і умови нерозривності переміщень в їхньому конгломераті (взаємовплив) [6, 10].

Очевидно, що руйнування найбільш навантаженого шару "потягне" за собою руйнування інших [10]. Тому для застосування формул (1) і (2), необхідно врахувати специфіку шаруватих ПКМ. Це може відбуватися тільки через ККН $\underline{\tilde{\alpha}}$ для шару. Таких досліджень

в літературі небагато, а з урахуванням наявності бічних зазорів болт/отвір – тим паче. Тому метою роботи була перевірка точності трьох відомих формул експрес-розрахунку величини ККН $\underline{\tilde{\alpha}}$ при контакті отвору з жорстким циліндром ("болтом"), на контрастних прикладах матеріалів та схем армування пластини із ПКМ, з урахуванням наявних бічних зазорів болт/отвір в практично актуальному діапазоні: від нульового до 1% від діаметра.

Коефіцієнт концентрації напружень у круглого отвору, що контактує з болтом: формули експрес-аналізу

У статті [11] відзначено, що є декілька варіантів аналітичних розв'язків для пластини одиничної товщини з ортотропного матеріалу, через функції комплексного змінного. Але на практиці їхнє застосування утруднене. У статті [12] запропонували наближений варіант (без зазору й тертя, з нерухомим жорстким циліндром (pin-loaded hole)), заснований на розв'язку DeJong [13]. Обговорено обмеження $\zeta = d/w \leq 0.5$, яке задовольняє практичні потреби. З отриманого розв'язку [12] шляхом нескладних перетворень в [11] отримана формула для визначення ККН у болтовому з'єднанні, в ослабленому отвором перетині шару:

$$\underline{\tilde{\alpha}}(\zeta) = \frac{1-\zeta}{\zeta} \times \left[\frac{\zeta}{2} + \left(\frac{\zeta}{2} + \frac{4}{\pi^2} \right) \frac{\sqrt{2(\sqrt{E_{YY}/E_{XX}} - \mu_{YX}) + E_{YY}/G_{YX}}}{\sqrt{E_{YY}/E_{XX}}} \right] \quad (3)$$

де напрямок X відповідає напрямку дії сили, що розтягує, у площині пластини й збігається з напрямком головної осі ортотропії 1 (або 2); Y напрямок, ортогональний напрямку X й також лежить у площині пластини, збігається з напрямком головної осі ортотропії 2 (або 1); E_{XX} , E_{YY} , G_{XY} , μ_{YX} – модулі Юнга, зсуву й коефіцієнт Пуассона відповідно. Якщо відомо значення μ_{XY} , а не μ_{YX} , то підраховується $\mu_{YX} = E_{YY}\mu_{XY}/E_{XX}$. У [14] наведено формули, що є розвитком формул [12] на випадок, коли враховується вплив відстані (позначено як e) від центра отвору до торця пластини. Але, згідно з виразом (5) із [14], ця відстань не впливає на ККН, визначений формулою (3) при застосованому обмеженні $e \geq 2d$. Це не дуже збігається з літературними результатами, наприклад з наведеними у [15] графіками (fig.19), отриманими за МСЕ, на яких такий вплив практично відсутній для так званих "квазі-ізотропних" шаруватих пластин з ПКМ з відношенням $\zeta = d/w = 20$ вже приблизно при $e \geq 3d$, а для інших схем укладання – при значно більших

значеннях e . До речі, величина e , згідно з виразом (1) із [14], впливає на пікове значення $\sigma_1 = \sigma_{\max}$ в зоні, що розташована під кутом 90 градусів від перерізу (далі буде позначатися написом понизу $(_{90})$), тобто при $Y=0$.

Для ізотропного матеріалу формула (3) вироджується у

$$\tilde{\alpha}(\zeta) = \frac{1-\zeta}{\zeta} \left[\frac{\zeta}{2} + 2 \left(\frac{\zeta}{2} + \frac{4}{\pi^2} \right) \right], \quad (4)$$

оскільки при цьому частина виразу (3) із модулями пружності точно дорівнює двійці.

Ще один варіант визначення ККН для практично важливого діапазону відносної ширини пластини $0.15 \leq \zeta \leq 0.5$ запропонований у роботі [11]. Формула є компіляцією добре обґрунтованих апроксимацій та формул, отриманих експериментально та теоретично:

$$\tilde{\alpha}(\zeta) \approx \alpha(\zeta) \cdot \{1 + (1-\zeta) \cdot [\tilde{\alpha}(0) - 3] / \alpha(\zeta)\}, \quad (5)$$

$$\text{де} \quad \alpha(\zeta) \approx 3.000 - 3.140\zeta + 3.667\zeta^2 - 1.527\zeta^3; \quad (6)$$

[8, табл. 17.1];

$$\alpha(\zeta) \approx 12.882 - 52.714\zeta + 89.762\zeta^2 - 51.667\zeta^3; \quad (7)$$

[16, стор. 358];

$$\tilde{\alpha}(0) = 1 + \sqrt{2 \left(\sqrt{E_{XX} / E_{YY}} - \mu_{XY} \right) + E_{XX} / G_{XY}}; \quad [17]. \quad (8)$$

Для ізотропного матеріалу формула (5) вироджується у формулу (7), оскільки вираз (8) буде дорівнювати трьом, та значення виразу у фігурних дужках у (5) – одиниці.

Ще один варіант визначення ККН для "складно армованих" шаруватих ПКМ запропонований у роботі [2] як результат застосування правила суміші Фойхта (Fought), в наших позначеннях:

$$\tilde{\alpha} = \frac{1}{(E_{XX})_{ekv} h} \cdot \sum_n \tilde{\alpha}_n h_n (E_{XX})_n, \quad (9)$$

де n – номер шару; $(E_{XX})_{ekv}$ – “еквівалентний” модуль Юнга в напрямку дії сили; $(E_{XX})_n$ – модуль Юнга n -го шару в тому ж напрямку; h , h_n – загальна товщина пластини та товщина n -го шару; $\tilde{\alpha}_n$ – значення ККН

для n -го шару, отриманого за МСЕ або в інший спосіб. У цій формулі для кутів укладання шарів $0, \pm 45, 90$ градусів відношення

$$\eta_0 = \frac{h_0 (E_{XX})_0}{(E_{XX})_{ekv} h}; \quad \eta_{\pm 45} = \frac{h_{\pm 45} (E_{XX})_{\pm 45}}{(E_{XX})_{ekv} h}; \quad (10)$$

$$\eta_{90} = \frac{h_{90} (E_{XX})_{90}}{(E_{XX})_{ekv} h}; \quad \eta_0 + \eta_{\pm 45} + \eta_{90} = 1,$$

як це показано у статті [6], визначають ту частину зусилля, що діє з нульового напрямку, яку сприймають на себе шари зі вказаними кутами укладання. З урахуванням позначень (10) формула (9) набуває вигляд

$$\tilde{\alpha} = \tilde{\alpha}_0 \eta_0 + \tilde{\alpha}_{\pm 45} \eta_{\pm 45} + \tilde{\alpha}_{90} \eta_{90} = \sum_n \tilde{\alpha}_n \eta_n. \quad (11)$$

Вона постулює, що загальний ККН $\tilde{\alpha}$ складається з окремих ККН $\tilde{\alpha}_n$, зважених відповідно тій частині зусилля, яку сприймають на себе шари. Очевидно, що фізичний зміст такого твердження обґрунтувати складно.

Матеріали, моделі пластин, визначення номінального напруження

Для визначення характеру впливу розмірів зазору “болт/отвір”, а також для перевірки формул (3), (4), (5), (7) та (9) моделювали пластини, шари якої виконані на основі таких матеріалів:

- ізотропний;
- ортотропний, армований вуглецевою стрічкою ТС 36S-12K;
- ортотропний, армований вуглецевою стрічкою УОЛ-300-1А.

Модулі пружності матеріалів пластин наведені в таблиці 1. Значення для ортотропних матеріалів узяти із статей [18] та [19], з перерахуванням $\mu_{21} = \mu_{12} E_{22} / E_{11}$. Гіпотетичний ізотропний матеріал пластини (матеріал 1) мав модуль Юнга та коефіцієнт Пуассона, відповідні композиційним, хоча це не повинне було вплинути на визначені ККН. “Болт” – титановий сплав ВТ-16 з модулем Юнга $E=1.15 \cdot 10^5$ МПа

Таблиця 1. Модулі пружності матеріалів шарів (1 – ізотропний; 2 – ТС 36S-12K; 3 – УОЛ-300-1А)

Матеріал	Модулі Юнга $\cdot 10^{-5}$, МПа			Модулі зсуву $\cdot 10^{-5}$, МПа			Коефіцієнти Пуассона		
	E_{11}	E_{22}	E_{33}	$G_{12} = G_{21}$	$G_{13} = G_{31}$	$G_{23} = G_{32}$	$\mu_{12} = \mu_{13}$	$\mu_{23} = \mu_{32}$	$\mu_{21} = \mu_{31}$
1	1.500	–	–	–	–	–	0.2900	–	–
2	1.497	0.1756	0.1756	0.1683	0.1683	0.0763	0.2637	0.1504	0.0314
3	1.500	0.0800	0.0800	0.0440	0.0440	0.0270	0.2900	0.4800	0.0155

та коефіцієнтом Пуассона $\mu=0.3$, причому для значного підвищення жорсткості "болта" модуль Юнга збільшили у 1000 разів. Тобто робили його дуже жорстким, щоб практично виключити вигин "болта" та наблизити розв'язок до умов отримання формули (3).

Розміри:

- пластина 62.5 x 30 x 5.04 мм. Отвір діаметром $d=5$ мм на відстані $e=17.5$ мм від торця;
- циліндр ("болт") діаметром 5 мм та довжиною 8.5 мм.

У схемах укладання шарів, наприклад, за формулою $[0/45/-45/90]_S$ цифри є градусами від поздовжньої осі пластини (напрямку дії сили), а індекс понизу вказує на симетричну повторюваність вказаної комбінації схеми. Кількість шарів по товщині пластин – 24, тобто товщина кожного шару – 0.21 мм.

У статті [6, табл. 1] у чисельних розрахунках було отримано, що скінченно-елементна модель (один СЕ по товщині пластини) з отвором $d=5$ мм у пластині шириною $w=30$ мм, з розміром гексагонального СЕ другого порядку апроксимації біля поверхні отвору 0.025 мм на 0.025 мм (відносний розмір СЕ – $0.005 d$) давала точність визначення ККН не гірше 2%. Тому взяли цей розмір СЕ за орієнтир, що дало 720 СЕ вздовж окружності отвору (приблизно 0.22 мм на 0.22 мм). Розмножили шари в кількості 12 (по 1 СЕ по товщині кожного з шарів), вони заповнили половину товщини пластини, кожному шару матеріалу задавали необхідний кут укладання.

У моделі (рис.1) використали наявність двох площин симетрії: XoY (у центральній площині пластини) і XoZ (вертикальна уздовж пластини), тобто модель містила $1/4$ з'єднання. Всі вузли скінченно-елементної моделі, що лежали на площинах розсічення, закріплювали в напрямку нормалі. Крім того, вузлам, що лежали на виступаючому (на 1.73 мм вище поверхні пластини) торці циліндра, забороняли переміщення в напрямку осі X .

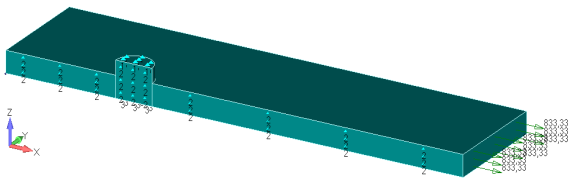


Рис. 1. Розрахункова модель пластини у контакті з циліндром ("болтом")

Тертя, не задавали. Початковий зазор між циліндром та отвором моделювали зменшенням діаметра "болта". Тобто умови відповідали умовам отримання формули (3), окрім наявності зазорів. Застосовували сучасну модель контакту типу "поверхня-поверхня", з автоматичним визначенням і коректуванням зони контакту. Моделі мали приблизно 190 тис. вузлів та 63 тис. СЕ. В залежності від кількості контактних ітерацій час отримання розв'язку 30-45 хв. На ПЕОМ з процесором i5-6500, об'єм операційної пам'яті під задачу – біля 20 ГБ.

Номінальне напруження σ_{nom} в найбільш навантаженому шарі пластини визначали у спосіб, наведений у статтях [20, 21]. Для формули (2) в однорідній пластині з ізотропного матеріалу σ_{nom} обчислювали як

$$\sigma_{nom} = N / (h(w-d)) = N / [A(1-\zeta)] = q / (1-\zeta). \quad (12)$$

У пластинах із ПКМ в кожному n -му шарі – свої значення зусилля N_n й товщини h_n . Значення h_n відомі, а для визначення складових N_n для $N = \sum N_n$, згідно з [20], маємо формулу

$$\sigma_{nom} = \frac{N}{A} \cdot \frac{1}{1-\zeta} \cdot \frac{(E_{XX})_0}{(E_{XX})_{ekv}}, \quad (13)$$

з якої прикладене на торці пластини розподілене навантаження, що розтягує:

$$q = \frac{N}{A} = \sigma_{nom} (1-\zeta) \cdot \frac{(E_{XX})_{ekv}}{(E_{XX})_0}. \quad (14)$$

Тут позначені $(E_{XX})_0$ – модуль Юнга в найбільш навантаженому шарі в напрямку дії сили N ; $(E_{XX})_{ekv}$ – "еквівалентний" модуль Юнга в тому же напрямку, який можна отримати з використанням "інструмента" діалогу Layups із Femap [22].

За формулою (14) розраховували значення q , причому для полегшення аналізу результатів майбутніх розв'язків задавали $\sigma_{nom} = 10^3$ МПа. Ці значення такі: $q=349.77$ МПа для схеми укладання шарів $[0/45/-45/90]_S$, та $q=833.3(3)$ МПа – для схем $[0/0/0/0]_S$, $[90/90/90/90]_S$, $[45/-45/45/-45]_S$ та ізотропного матеріалу.

У таблиці 2 для формули (9) наведені значення еквівалентних модулів пружності (отримані з використанням "інструмента" діалогу Layups із Femap).

Таблиця 2. Значення еквівалентних модулів пружності $(E_{XX})_n \cdot 10^{-5}$ й $(E_{XX})_{ekv} \cdot 10^{-5}$ (МПа), для формули (9)

Матеріал	Кути (схеми) укладання шарів				
	0	± 45	90	$[45/-45/45/-45]_S$	$[45/90/-45/0]_S$
2	1.497	0.33467	0.1756	0.48668	0.66800
3	1.500	0.11265	0.0800	0.15862	0.52475

Значення $\sigma_{\max} = \sigma_1$ отримували із розв’язків контактної задачі за методом скінченних елементів.

Концентрація напружень біля круглого отвору, навантаженого жорстким “болтом”, при різних матеріалах та зазорах: результати розрахунків

Перші розрахунки (за МСЕ) провели для випадку ізотропного матеріалу при розширеному діапазоні величин зазорів. Виявилось, що отримання хорошої відповідності тренду, у вигляді кривої другого порядку, значенням ККН при різних зазорах, досягається при заданні точності спряження контактних зусиль у $\epsilon = 0.1\%$: див. рис. 2 та формули (15). Наведені ККН визначали в околі нейтральної площини пластини, тобто максимальні в отворі. Вже при точності $\epsilon = 0.2\%$ квадратична оцінка відповідності R^2 знижувалася приблизно до 0.95, хоча кількість контактних ітерацій зменшувалася всього лише на одну-дві. Тому всі наступні розв’язки були отримані за умови $\epsilon \leq 0.1\%$, а для деяких схем укладання – навіть $\epsilon \leq 0.01\%$ (щоб збільшити кількість контактних ітерацій хоча б до 10).

$$\alpha_{izo} = 6.4063 + 0.0076 \cdot \delta - 3 \cdot 10^{-5} \cdot \delta^2;$$

$$\frac{\alpha_{izo}(\delta)}{\alpha_{izo}(0)} = 1.0025 + 0.0012 \cdot \delta - 5 \cdot 10^{-6} \cdot \delta^2;$$

$$R^2 = 0.996. \tag{15}$$

Крім того, на рис. 3 видно (зображення циліндра “болта”) видалені, навантаження діяло горизонтально у правий бік, як показано на рис. 1), що в ізотропній пластині прямим слідством появи та збільшення бічного зазору “болт”/отвір є деяке зменшення кута розташування зони максимальних напружень $\sigma_{\max} = \sigma_1$.

δ	α
0	6.39
5	6.45
10	6.49
15	6.52
20	6.55
25	6.57
40	6.65
45	6.67
50	6.71
75	6.80
100	6.84

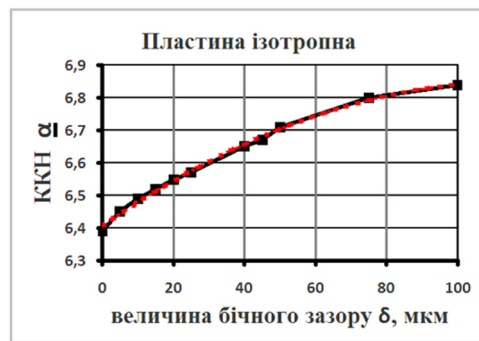


Рис. 2. Таблиця та графік залежності ККН α_{izo} від величини бічного зазору (між отвором в ізотропній пластині та жорстким “болтом”) δ , мкм, $\zeta = 1/6$ (червона – лінія тренду)

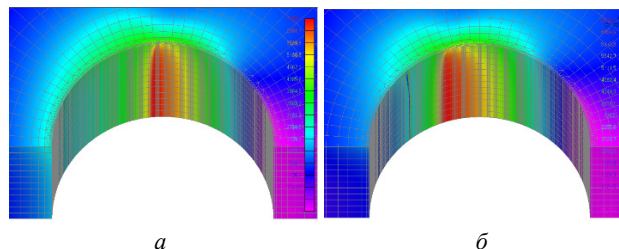


Рис. 3. Максимальне напруження $\sigma_{\max} = \sigma_1$ на поверхні отвору в пластині, “навантаженому болтом”, МПа. Ізотропний матеріал. Бічний зазор $\delta = 0$ (а) та $\delta = 100$ мкм (б)

У таблиці 3 привели розрахункові (за МСЕ) пікові значення максимального напруження σ_1 на поверхні отвору в характерних місцях (див. додаткові пояснення після таблиці): максимальне (поверху) та

Таблиця 3. Значення максимального напруження $\sigma_1 \cdot 10^{-3}$, МПа, на поверхні отвору в пластини, який взаємодіє з жорстким “болтом” (без тертя), при навантаженні q , яке викликає в послабленому перерізі $\sigma_{nom} = 10^3$ МПа

Позначення	Схема армування	Бічний зазор δ , мкм (МСЕ)			
		0	10	25	50
Ізотропний матеріал					
I	-	6.39	6.49	6.57	6.71
ПКМ зі стрічки ЭДТ-10 / ТС 36S-12К					
II	$[0/0/0/0]_S$	<u>11.1</u> 10.9	<u>11.0</u> 10.9	<u>11.0</u> 10.8	<u>11.0</u> 10.8
III	$[90/90/90/90]_S$	<u>4.83</u> 4.72	<u>4.87</u> 4.74	<u>4.92</u> 4.83	<u>5.02</u> 4.88
III (90)		<u>8.22</u> 6.98	<u>8.17</u> 7.27	<u>8.16</u> 7.22	<u>7.91</u> 6.66
IV	$[45/-45/45/-45]_S$	<u>5.08</u> 4.45	<u>4.96</u> 4.33	<u>4.99</u> 4.47	<u>5.33</u> 4.75

Продовження табл. 3

IV ₍₄₅₎		<u>10.8</u> 9.62	<u>10.7</u> 9.41	<u>10.6</u> 9.38	<u>10.6</u> 9.24
V	[0/45/-45/90] _S	<u>6.29</u> 5.94	<u>6.28</u> 5.91	<u>6.16</u> 5.91	<u>5.96</u> 5.90
V ₍₉₀₎		<u>4.72</u> 2.85	<u>4.71</u> 3.05	<u>4.25</u> 2.44	<u>3.91</u> 2.31
V ₍₄₅₎		<u>4.57</u> 4.42	<u>4.44</u> 4.23	<u>4.38</u> 4.16	<u>4.27</u> 4.04
ПКМ зі стрічки УОЛ-300-1А					
II	[0/0/0/0] _S	<u>20.64</u> 20.60	<u>20.63</u> 20.59	<u>20.61</u> 20.56	<u>20.59</u> 20.53
III	[90/90/90/90] _S	<u>7.16</u> 6.20	<u>7.15</u> 6.19	<u>7.04</u> 6.18	<u>7.06</u> 6.27
III ₍₉₀₎		<u>24.7</u> 16.2	<u>24.7</u> 16.1	<u>24.7</u> 16.2	<u>24.6</u> 15.9
IV	[45/-45/45/-45] _S	<u>4.90</u> 3.79	<u>4.87</u> 3.70	<u>4.77</u> 3.78	<u>4.59</u> 3.61
IV ₍₄₅₎		<u>26.5</u> 23.3	<u>26.5</u> 23.2	<u>26.4</u> 23.1	<u>26.4</u> 23.2
V		[0/45/-45/90] _S	<u>9.11</u> 8.19	<u>9.03</u> 8.19	<u>8.85</u> 8.19
V ₍₉₀₎	<u>9.23</u> 8.84		<u>9.19</u> 8.71	<u>9.25</u> 8.62	<u>9.28</u> 8.36
V ₍₄₅₎	<u>9.42</u> 9.03		<u>9.35</u> 8.99	<u>9.28</u> 8.90	<u>9.20</u> 8.80

мінімальне (понизу). Причому максимальні пікові значення (поверху) частіше реалізувалися у шарах, що ближче до зовнішньої поверхні пластини (наближений до плоского напружений стан), а мінімальні (понизу) – що ближче до серединної площини пластини (наближений до плоского деформований стан). За виключенням: випадки III та IV, а також II й V₍₉₀₎ для стрічки ЭДТ-10 / ТС 36S-12К – ситуація обернена.

Примітка 1: позначення ₍₉₀₎ або ₍₄₅₎ вказує, на скільки градусів повернуті точки з наведеними значеннями σ_1 відносно послабленого перерізу, для якого призначені формули (1), (2), (3), (5) та (9).

Примітка 2: в роботі [20] в чисельні розрахунки за МСЕ показали (див. таблицю 4 з [20]), що зміна порядку слідування кутів укладання у матеріалі V (кути 0, -45, +45 та 90 градусів) не призводить до суттєвих змін у значеннях ККН, відмінності не перевищували 3%.

На рис. 4 та рис. 5 привели кольорові зображення напружень $\sigma_{\max} = \sigma_1$ на поверхні отвору в пластині. Зображення циліндра (“болта”) видалено. Від зміни величини бічного зазору характер зображень не змінюється.

У таблиці 4 привели розрахункові значення ККН для формули (1), а також відхилення у відсотках відносно результатів, отриманих за МСЕ.

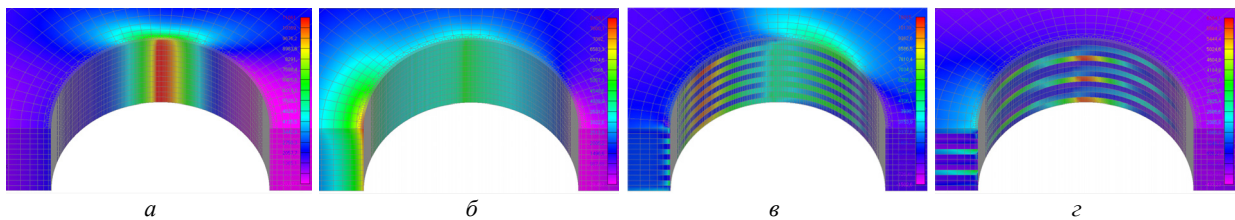


Рис. 4. Максимальне напруження $\sigma_{\max} = \sigma_1$ на поверхні отвору в пластині, навантаженому жорстким циліндром (“болтом”) без зазору, МПа. Шари та схеми армування: а) – II ([0/0/0/0]_S); б) – III ([90/90/90/90]_S); в) – IV ([45/-45/45/-45]_S); г) – V ([0/45/-45/90]_S) (ПКМ із стрічки ЭДТ-10 / ТС 36S-12К)

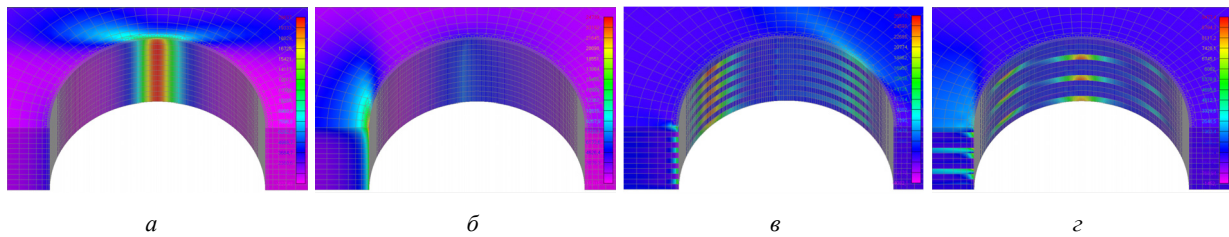


Рис. 5. Максимальне напруження $\sigma_{\max} = \sigma_1$ на поверхні отвору в пластині, навантаженому жорстким циліндром (“болтом”) без зазору, МПа. Шари та схеми армування: а) – II ($[0/0/0/0]_S$); б) – III ($[90/90/90/90]_S$); в) – IV ($[45/-45/45/-45]_S$); з) – V ($[0/45/-45/90]_S$) (ПКМ зі стрічки УОЛ-300-1А)

Таблиця 4. Значення коефіцієнтів концентрації напружень біля круглого отвору в пластині, навантаженому жорстким болтом (без зазору й тертя, для послабленого перерізу), із вказівкою відсотків відхилення

Пластина з шарів	Схема армування	Спосіб отримання			
		Формула (3)	Формула (5)	Формула (9)	МСЕ
Ізотропний матеріал					
I	–	5.30 / -17.1	6.35 / -0.63	6.35 / -0.63	6.39
ПКМ зі стрічки ЭДТ-10 / ТС 36S-12K					
II	$[0/0/0/0]_S$	9.62 / -13	10.0 / -9.9	10.0 / -9.9	11.1
III	$[90/90/90/90]_S$	3.57 / -27	4.89 / +1.2	4.89 / +1.2	4.83
IV	$[45/45/45/45]_S$	5.30 / +4.3	6.35 / +25	3.04 / -40	5.08
V	$[0/45/-45/90]_S$	9.62 / +53	10.0 / +59	7.62 / +21	6.29
ПКМ зі стрічки УОЛ-300-1А					
II	$[0/0/0/0]_S$	16.3 / -21	15.6 / -24	15.6 / -24	20.6
III	$[90/90/90/90]_S$	4.08 / -43	5.32 / -26	5.32 / -26	7.16
IV	$[45/45/45/45]_S$	5.30 / +8.2	6.35 / +30	4.30 / -12	4.90
V	$[0/45/-45/90]_S$	16.3 / +79	15.6 / +71	15.3 / +68	9.11

Для ізотропного матеріалу I замість формул (3) та (5) застосували їхні вироджені варіанти – формули (4) та (7).

Матеріал пластин з шарів IV $[45/-45/45/-45]_S$ вважається квазі-ізотропним в площині, а також є майже однорідним по товщині, тому для нього теж застосували формули (4) та (7).

Матеріал пластин з шарів V вважається квазі-ізотропним в площині, але не є однорідним по товщині, тому у цьому випадку застосували формули (3) та (5) для шару з кутом укладання нуль градусів.

Обговорення результатів

Для випадку пластини з ізотропного матеріалу таблиця та графіки на рис.2 показують систематичне збільшення ККН при збільшенні величини бічного зазору δ . У діапазоні $\delta \in [0, 100]$ мкм це збільшення невелике: усього приблизно до 7%.

У пластинках з ПКМ незалежно від схеми укладання шарів при збільшенні величини бічного зазору

δ спостерігалася стійка тенденція до зменшення $\sigma_{\max} = \sigma_1$ (при фіксованому $\sigma_{\text{ном}}$), а також ККН: див. рис. 6. У діапазоні $\delta \in [0, 50]$ мкм це зменшення невелике, приблизно до 6% для практично значимої схеми укладання $[0/45/-45/90]_S$. Отримання загальної апроксимації таких зменшень на цій базі даних не проводили.

Усі розв'язки МСЕ показують, що пікові значення $\sigma_{\max} = \sigma_1$ реалізуються не строго в ослабленому отвором перерізі пластини, тобто не там, де застосовується формула (1). Але, оскільки експрес-аналіз є первірочним на міцність, то в таблицю 3 помістили й пікові значення σ_{\max} , не зважаючи на їхнє реальне розташування на поверхні отвору.

Стрічка 2 (ЭДТ-10 / ТС 36S-12K) має значно менше значення співвідношення E_{11} / E_{22} , ніж стрічка 3 (УОЛ-300-1А). Тому дані таблиць 3 та 4 показують, що для зменшення пікових значень $\sigma_{\max} = \sigma_1$ потрібно зменшувати співвідношення E_{11} / E_{22} у матеріалі шарів ПКМ.

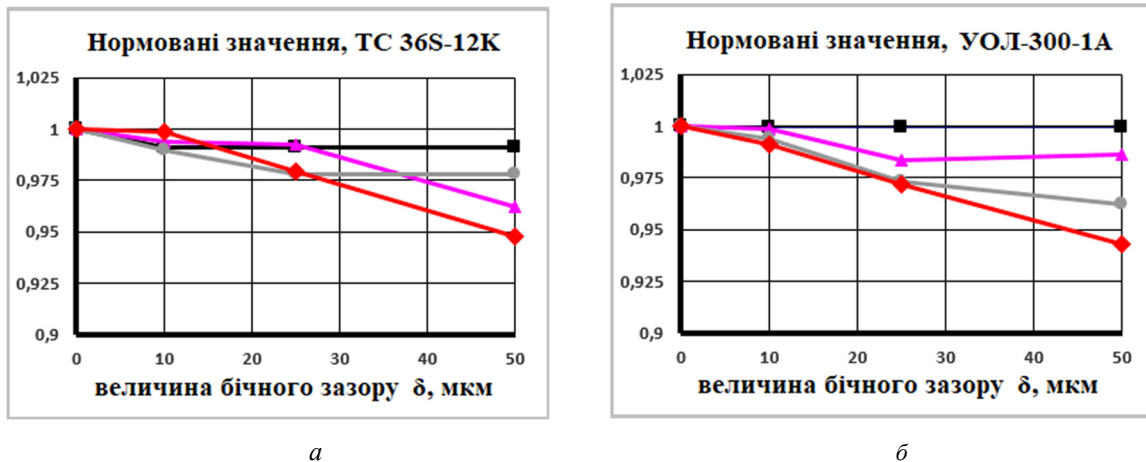


Рис. 6. Нормовані (відносно значення при бічному зазорі $\delta = 0$) максимальне напруження $\sigma_{\max} = \sigma_1$ на поверхні отвору в пластині, навантаженому жорстким циліндром (“болтом”). Схеми армування: \blacksquare – II ($[0/0/0/0]_S$); \bullet – III ($[90/90/90/90]_S$); \blacktriangle – IV ($[45/-45/45/-45]_S$); \blacklozenge – V ($[0/45/-45/90]_S$). ПКМ зі стрічки: (а) – УОЛ-300-1А; (б) – ЭДТ-10 / ТС 36S-12К

Формула (3) для однорідної по товщині пластини дала занижені результати, навіть для ізотропного матеріалу. Формула (5) для однорідної по товщині пластини дала результати з більшою точністю. Для пластини зі схемою укладання шарів $[0/45/-45/90]_S$ формули (3), (5) та (9) дали значно завищені результати, причому найменші відхилення дала формула (9).

Оскільки ортотропні шари з різними напрямками укладання повинні деформуватися без розривів в площинах сполучення, то виникає взаємовплив шарів, який знижує пікові значення напружень, що спостерігається у пластині з шарів V (схема укладання $[0/45/-45/90]_S$). Це позитивно впливає на міцність БЗ. Але, внаслідок взаємовпливу, як про це свідчать дані таблиці 3, при цій схемі укладання формуються зони з концентраціями $\sigma_{\max} = \sigma_1$ під трьома різними кутами, в яких пікові значення $\sigma_{\max} = \sigma_1$ відрізняються не дуже значно. А це означає, що руйнування (розрив) ниток, що армують, може початися в будь-якій з цих зон, яких у отворі налічується не три, а $K = 3k$, де k є кількістю повторів схеми укладки по товщині пластини. Тобто статистично ймовірність виникнення такого руйнування зростає у K разів. Враховуючи останню обставину, можна рекомендувати відійти від оцінювання міцності БЗ за формулою (1), а провести компіляцію формул (2) та (13) й отримати, згідно з критерієм міцності за максимальним напруженням, таку формулу:

$$\sigma_{\max} = \tilde{\alpha}_{\max} \sigma_{\text{nom}} = \tilde{\alpha}_{\max} \frac{N}{A} \cdot \frac{1}{1-\zeta} \cdot \frac{(E_{XX})_0}{(E_{XX})_{\text{ekv}}} \leq [\sigma]_t \quad (16)$$

для якої $\tilde{\alpha}_{\max}$ можна отримати будь-яким способом, зокрема застосуванням формул, або за МСЕ. Той факт, що всі три формули (3), (5) та (9) прогнозують для цієї схеми укладання значно завищені $\tilde{\alpha}_{\max}$, можна трактувати як додатковий запас міцності.

Висновки

З результатів дослідження можна зробити такі висновки (у порівнянні з розрахунками за МСЕ):

1. У пластині з ізотропного матеріалу виявлено систематичне збільшення ККН при збільшенні величини бічного зазору δ . У діапазоні $\delta \in [0, 100]$ мкм це збільшення невелике, приблизно на 7%, а лінія тренду описується наближенням (14).

2. Для практично значимої схеми укладання $[0/45/-45/90]_S$ можна прийняти, що відносно невеликі бічні зазори “болт”/отвір не змінюють величини пікових значень $\sigma_{\max} = \sigma_1$, оскільки незначне (приблизно до 6%) зменшення йде у запас міцності.

3. Для зменшення пікових значень $\sigma_{\max} = \sigma_1$, потрібно зменшувати співвідношення E_{11}/E_{22} в шарах ПКМ.

4. Взаємовплив шарів значно знижує реальне значення ККН у шарах у випадку неоднорідної по товщині композитної пластини.

5. Потрібні додаткові дослідження для встановлення більш точних формул експрес-аналізу міцності пластин із шаруватих ПКМ з отворами, які контактують з болтами, зокрема, при наявності вторинного вигину.

References

- [1] ECSS-E-HB-32-20, Part 2A. Structural materials handbook – Part 2: Design calculation methods and general design aspects, 2011. Available: http://www.ecss.nl/wp-content/uploads/handbooks/ecss-e-hb/ECSS-E-HB-32-20_Part2A.pdf
- [2] E.T. Vasilevskij *et al.*, “System of experimental support for strength calculation of composites mechanical joints”, *Otkrytye informacionnye i komp'juternye integrirovannye tehnologii*, No. 47, pp. 42–52, 2010.
- [3] A.Z. Dvejrin, “Review and analysis of problem state of experiment-calculated support of design of aircraft units from polymer composites with mechanical junction of parts”, *Otkrytye informacionnye i komp'juternye integrirovannye tehnologii*, No. 66, pp. 5–19, 2014.
- [4] P.M. Gagauz *et al.*, “Proektirovanie i konstruirovanie izdelii iz kompozitsionnykh materialov. Teoriya i praktika: uchebnik; pod obshch. red. Ya.S. Karpova” [Projection and constructing of articles from composite materials. The theory and practice: the textbook], 2015. Kharkov, Ukraine: Nats. aerokosm. un-t im. N.E. Zhukovskogo “Khar'k. aviats. in-t”. 672 p.
- [5] H.J. Grover, *NAVAIR 01-1A-13. Fatigue of Aircraft Structures*. NAVAL Air Systems Command Department of the NAVY, 1966. DOI: 10.21236/AD0660529
- [6] K. Rudakov and Y. Dyfuchyn, “About calculations of net-tension failure of a bolted joint on the weakened by hole cross-section of composite plate”, *Mechanics and Advanced Technologies*, No. 1(82). pp. 58–66, 2018. DOI: 10.20535/2521-1943.2018.82.121050
- [7] G.I. Savin, *Mekhanika deformiruemyykh tel. Izbrannyye trudy* [Mechanics of deformable bodies. The Selected transactions], Naukova dumka, Kiev, Ukraine, 1979.
- [8] W.C. Young, and R.G. Buynas, *Roark's Formulas for Stress and Strain. Seventh Edition*. McGraw-Hill, 2002.
- [9] K.L. Johnson, *Contact mechanics*. Cambridge University Press, Cambridge, Great Britain, 1985.
- [10] W. Milton Graeme, *The Theory of Composites*. Cambridge University Press, 2004.
- [11] K. Rudakov, Y. Dyfuchyn, S. Babienko, “Stress concentration factor near loaded hole contacting with the bolt in the monolayer of orthotropic composite material”, *Mechanics and Advanced Technologies*, No. 1(85). pp. 41–48, 2019. DOI: 10.20535/2521-1943.2019.85.155702
- [12] C. Echavarría, P. Haller and A. Salenikovich, “Analytical study of a pin-loaded hole in elastic orthotropic plates”, *Composite Structures*, Vol.79. pp. 107–112, 2007. DOI: 10.1016/j.compstruct.2005.11.038
- [13] T. DeJong, “Stresses around pin-loaded holes in elastically orthotropic or isotropic plates”, *J. Compos. Mater.*, Vol. 11, pp. 313–331, 1977. DOI: 10.1177/002199837701100306
- [14] C. Echavarría, H. Cañola and W. Echeverri, “Analysis of bolted ultra-high performance concrete joints”, *Lámpsakos*, No. 24, julio-diciembre, pp.15–22, 2020. DOI: 10.21501/21454086.3715
- [15] Crews, John H., Hong, Jr.C.S. and I.S. Raju, Stress-Concentration Factors for Finite Orthotropic Laminates with a Pin-Loaded Hole. *NASA Technical Paper 1862*, 1981.
- [16] W.D. Pilkey and D.F. Pilkey, *Peterson's Stress Concentration Factors. Third Edition*. John Wiley & Sons, Inc. Hoboken, New Jersey, Canada, 2008. DOI: 10.1002/9780470211106
- [17] Lehnickij, S.G. *Teorija uprugosti anizotropnogo tela*, [Theory of anisotropic elasticity], 2nd ed., Glavnaja redakcija fiz-mat. lit-ry izd-va “Nauka”, 1977. Moscow, Russia.
- [18] K. Rudakov and V. Maslyey, “To definition of elasticity modules of plate from unidirectional high-modules carbon fibre”, *Mechanics and Advanced Technologies*, No. 3(87). pp. 7–15, 2019. <https://doi.org/10.20535/2521-1943.2019.87.189220>
- [19] Y.N. Dyfuchyn and K.N. Rudakov, “Numerical Modelling of Bolted Joints from Composite. The Message 1. Creation of the Mixed 3D-Models”, *Journal of Mechanical Engineering NTUU “Kyiv Polytechnic Institute”*, No. 2 (77), pp. 100–107, 2016. DOI: 10.20535/2305-9001.2016.77.76975
- [20] K. Rudakov, and Y. Dyfuchyn, “Express estimation of stress concentration factor near the hole loaded with a bolt in a plate from a layered polymeric composite material. Impact of monolayers stacking sequence”, *Mechanics and Advanced Technologies*, No. 1(88). pp. 7–18, 2020. DOI: 10.20535/2521-1943.2020.88.200290
- [21] K. Rudakov, S. Babiienko and T. Scherban “Determination of stress concentration factor in the section of the composite plate weakened by the hole, upon contact of the hole with the cylinder”, *Mechanics and Advanced Technologies*, No. 2(89). pp. 48–54, 2020. DOI: 10.20535/2521-1943.2020.89.204546
- [22] K.N. Rudakov, *FEMAP 10.2.0. Geometricheskoe i konechno-elementnoe modelirovanie konstruktsii* [Geometrical and FEM of designs]. Kiev, Ukraine, 2011. Available: <http://www.cad.dp.ua/stats/FEMAP-102.php>

Concentration of stresses near the hole in contact with rigid cylinder in composite plate, taking into account lateral clearances

Konstantin Rudakov, Yury Dyfuchyn, Tymur Bakhtovarshoiev

Problems. When designing bolted joints (BJ), it is necessary, in particular, to carry out their verification calculations for strength. At the same time, it is desirable to use express analysis: calculations by simple formulas of sufficient accuracy. For BJ of plates made of layered polymer composite materials (PCM), the problem has not been solved yet.

The aim of the study. The task is to test the accuracy of three known formulas for quick calculation of the value of the stress concentration factor (SCF) in zone of contact of bolt-hole with a rigid cylinder (bolt). The study was carried out on contrasting examples of materials and schemes of reinforcement of plates made of PCM, taking into account possible values of clearance between bolt and hole in the real range: from zero to 1% of diameter.

Methodology of implementation. Numerical calculations were made using the finite element method (contact problem) for the BJ of plates made of layered PCM. 3D orthotropy of each monolayer was provided. Three simple formulas of express analysis were tested. The results are summarized in the tables and many illustrations are given.

Research results. Numerical estimates of dependence of the SCF in zone of the surface of the bolt-hole on considered factors are obtained. The factors are the material characteristics, the schemes of reinforcement of plates made of layered PCM and the values of the clearance between bolt and hole in the plates, as well as the accuracy of the considered formulas.

Conclusions. Changing the material and the scheme of reinforcement of plate made of layered PCM leads to a significant changes in the values of maximum stresses and SCF in zone of the bolt-loaded hole in the weakened by hole cross section of a plate. Considered formulas of the express analysis have insufficient accuracy for consideration of contrast properties of materials and schemes of reinforcement of a plate. Changing the size of clearance between bolt and hole in the range from zero to 1% of the diameter leads to relatively small changes in SCF: up to 10% maximum. Additional research is needed.

Keywords: bolted joints; clearance between bolt and hole; stress concentration factor; polymer composite material.

Концентрация напряжений у отверстия, контактирующего с жестким цилиндром, в композитной пластине, с учетом боковых

К. Н. Рудаков, Ю. Н. Дифучин, Т.А. Бахтоваршев

Проблематика. При проектировании болтовых соединений (БС) необходимо, в частности, проводить проверочные прочностные расчеты. При этом желательно применять экспресс-анализ: расчеты по простым формулам достаточной точности. Для БС пластин из слоистых полимерных композиционных материалов (ПКМ) проблема еще не решена.

Цель исследования. Провести проверку точности трех известных формул экспресс-анализа величины коэффициента концентрации напряжений (ККН) при контакте отверстия с жестким цилиндром (болтом), на контрастных примерах материалов и схем армирования пластины из ПКМ, с учетом возможных боковых зазоров болт/отверстие в практически актуальном диапазоне: от нулевого до 1% от диаметра.

Методика реализации. Были проведены численные расчеты с применением метода конечных элементов (контактная задача) для БС пластины из слоистого ПКМ. Предполагалась 3D-ортотропия каждого монослоя. Проверялись три простые формулы экспресс-анализа. Результаты сведены в таблицы, приведены иллюстрации.

Результаты исследования. Получены числовые оценки, характеризующие степень влияния на концентрацию напряжений на поверхности отверстия характеристик материала, схемы армирования и величин зазора болт/отверстие в пластине из слоистого ПКМ, а также точность рассмотренных формул.

Выводы. Изменение материала и схемы армирования слоистого ПКМ приводит к существенному изменению значений максимальных напряжений и ККН у нагруженного болтом отверстия в ослабленном отверстием сечении пластины, а рассмотренные формулы экспресс-анализа имеют недостаточную точность для контрастных случаев материалов и схем армирования пластины. Изменение величины зазора болт/отверстие в диапазоне от нуля до 1% от диаметра приводит до относительно незначительных изменений ККН: до 10% максимум. Необходимы дополнительные исследования.

Ключевые слова: болтовое соединение; зазор; коэффициент концентрации напряжений; полимерный композиционный материал.