

Пошкоджувальність матеріалів при пропорційному навантаженні

А.П. Грабовський¹ • О.А. Бондарець¹ • І.І. Бабієнко¹

Received: 4 June 2023 / Revised: 14 August 2023 / Accepted: 16 September 2023

Анотація. Робота присвячена дослідженню пошкоджуваності матеріалів під час пружнопластичного пропорційного навантаження, зокрема враховується вплив двох механізмів навантаження відрив та зсув. Ці механізми охоплюють в'язке, крихке та в'язко-крихке види руйнування.

Розглядається накопичення розсіяних пошкоджень як багатомасштабне і багатостадійне явище, що відбувається під час пропорційного навантаження на мікро- та мезорівнях руйнування металічного конструкційного матеріалу.

В рамках дослідження виконана кількісна оцінка деградації фізико-механічних властивостей матеріалів, зокрема змін модулів пружності E та G пропонується визначення еквівалентного пошкодження, що виникає від пружнопластичного пропорційного навантаження.

Розглядаються експериментальні дані кінетики накопичення пошкоджень на зразках сталі 12X18H10T, які були піддані осьовому навантаженню (розтяг), зсуву (кручення) та пропорційному навантаженню з параметром жорсткості напруженого стану $K=0,5$ до руйнування.

В роботі порівнюються експериментальні результати з теоретичними даними, накопичення пошкоджень. Отримані висновки сприяють більш глибокому розумінню механізмів руйнування матеріалів під дією пропорційного навантаження, а також можуть знайти практичне застосування при проектуванні та оцінці несучої здатності елементів конструкцій.

Ключові слова: модулі пружності; пошкоджуваність; кінетичні процеси; розпушення матеріалу; навантаження.

Вступ

Експлуатація інженерних об'єктів супроводжується структурними змінами в матеріалі, які сприяють зародженню, росту та накопиченню мікропошкоджень різної форми і природи, фізичною та хімічною флуктуацією в матеріалі викликаною рухом вакансій і дислокацій та їх концентрацією на границях кристалів і т.д. Це приводить до деградації основних фізико-механічних властивостей конструкційних матеріалів на мікrorівні. При належних вимогах до виготовлення і контролю дефектності в матеріалі елементів конструкцій на стадії запуску в експлуатацію, їх довговічність визначається процесами накопичення розсіяних мікропош-

коджень, які становлять до 90 % загальної довговічності. Ця стадія супроводжується явищем нелінійного накопичення розсіяних мікропошкоджень до утворення локалізованої магістральної макротріщини. Таким чином, довговічність експлуатації деталей обладнання і інженерних об'єктів визначається тривалістю стадії накопичення розсіяних мікропошкоджень і довговічністю стадії розповсюдження макротріщини – живучістю.

Фізичне трактування довговічності інженерних об'єктів, які знаходяться під навантаженням вимагає вивчення еволюції структури матеріалів, з яких вони виготовлені, аналізу взаємозв'язків елементарних актів деформації і руйнування, установлення закономірностей накопичення пошкоджень. Розробка методів дослідження мікроструктури та ідентифікація дефектів проходить одночасно з посиленням вимог до умов експлуатації, безпеки та економічності конструкцій. Таким чином проблема визначення критерію міцності в інженерних об'єктах на сьогодні не втрачає актуальності.

✉ І.І. Бабієнко
mtti_2@ukr.net

¹ КПІ ім. Ігоря Сікорського, Київ, Україна

Компоненти пошкоджуваності

Процес руйнування матеріалу розглядається як сукупність дії двох напружень в небезпечних найбільш навантажених перерізах нормальних – σ та дотичних – τ , як сукупність дії двох механізмів руйнування – відриву та зсуву.

Ефективні напруження при відриві – $\tilde{\sigma}$ та зсуві (крученні) – $\tilde{\tau}$ з врахуванням кінетики накопичення визначаються рівняннями [1–4]:

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{1 - D_\sigma}; \quad \tilde{\tau} = \frac{\tau}{1 - D_\tau}; \quad (1)$$

де D_σ та D_τ – скалярні параметри пошкоджуваності матеріалів за результатами дії відповідно нормальних та дотичних напружень, які визначають кінетику накопичення пошкоджень за нормальними та дотичними напруженнями і визначаються відношеннями [1, 2]:

$$D_\sigma = 1 - \sqrt{\frac{\tilde{E}}{E_0}}; \quad D_\tau = 1 - \sqrt{\frac{\tilde{G}}{G_0}} \quad (2)$$

де \tilde{E}, \tilde{G} – поточні модулі пружності при осьовому навантаженні та зсуві; E_0, G_0 – початкові модулі пружності матеріалу.

Матриця пошкоджуваності

Оцінка виробленого і прогноз залишкового ресурсу при експлуатації конструкційних об'єктів неможливо без розробки адекватних моделей домінуючих процесів розвитку пошкоджуваності для умов експлуатації конкретних інженерних об'єктів, що підлягають зовнішнім силовим навантаженням і викликають сукупну дію відриву та зрізу. Ефективне напруження для тривісного напруженого стану:

$$\tilde{\sigma}_{ik} = \sum_1^3 C_{iklm} \sigma_{lm} = C_{ijkl}(D) \sigma_{lm} \quad (i, k = 1, 2, 3). \quad (3)$$

де $\tilde{\sigma}_{ik} = \tilde{\sigma}_{ki}$ – симетричний тензор ефективних напружень;

C_{iklm} – тензор функції пошкоджуваності четвертого рангу;

σ_{lm} – тензор істинних напружень.

На сьогодні відсутнє єдине математичне формулювання матриці пошкоджень $C(D)$. Наприклад в роботах [9–11] запропоновані матриці, які характеризуються головними компонентами пошкоджень D_1, D_2, D_3 .

В роботі пропонується матриця пошкоджень, що містить вплив цих факторів на залежність напруження–деформація з врахуванням пошкоджень, що забезпечують відрив та зріз, як кількісний опис пошкодженого матеріалу.

Між тензором напружень та тензором деформацій існує взаємозв'язок [12], який виражається законом (3).

Вважаючи деформації малими, а процес ізотермічним розкладемо вільну енергію в ряд по ϵ_{ik} до членів другого порядку малості в околі недеформованого стану

$$f = f_0 + \left(\frac{\partial f}{\partial \epsilon_{ik}} \right)_0 \epsilon_{ik} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial \epsilon_{ik} \partial \epsilon_{lm}} \right)_0 \epsilon_{ik} \epsilon_{lm}, \quad (4)$$

де f_0 – вільна енергія недеформованого тіла. Перша похідна

$$\left(\frac{\partial f}{\partial \epsilon_{ik}} \right)_0 = (\sigma_{ik})_0 = 0, \quad (5)$$

так як у відсутності деформацій напруження дорівнюють нулю. Для другої похідної введемо позначення

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial \epsilon_{ik} \partial \epsilon_{lm}} \right)_0 = C_{iklm}. \quad (6)$$

Таким чином, вираз для вільної енергії при ізотермічній деформації приймає вигляд

$$f = f_0 + \frac{1}{2} C_{iklm} \epsilon_{ik} \epsilon_{lm}. \quad (7)$$

Після підстановки виразу для вільної енергії недеформованого тіла отримуємо узагальнений закон Гука для ізотермічної деформації

$$\sigma_{ik} = \sum_{l,m=1}^3 C_{iklm} \epsilon_{lm} \equiv C_{iklm} \epsilon_{lm} \quad (i, k=1, 2, 3). \quad (8)$$

Таким чином, пошкоджуваність тіла визначається тензором четвертого рангу C_{iklm} – тензор функції пошкоджуваності. В загальному випадку тензор четвертого рангу має 81 незалежну компоненту. Але в силу симетрії тензорів напружень та деформацій, а також симетрії виразу другої похідної число незалежних компонент тензора пошкоджуваності зменшується до 21. При симетричності тензорів $\sigma_{ik}, \epsilon_{ik}$ отримуємо:

$$C_{iklm} = C_{kilm} = C_{ikml} = C_{mlik}, \quad (9)$$

Симетрична матриця має вигляд:

$$C_{iklm} = \begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & C_{1123} & C_{1113} & C_{1112} \\ C_{2211} & C_{2222} & C_{2233} & C_{2223} & C_{2213} & C_{2212} \\ C_{3311} & C_{3322} & C_{3333} & C_{3323} & C_{3313} & C_{3312} \\ C_{2311} & C_{2322} & C_{2333} & C_{2323} & C_{2313} & C_{2312} \\ C_{1311} & C_{1322} & C_{1333} & C_{1323} & C_{1313} & C_{1312} \\ C_{1211} & C_{1222} & C_{1233} & C_{1223} & C_{1213} & C_{1212} \end{bmatrix} \quad (10)$$

При переході від тривимірного тензору четвертого рангу до шестимірної матриці, елементи якої залежать від двох індексів, шляхом заміни пари індексів, із значеннями 1, 2, 3 (з врахуванням їх симетрії), одним індексом, що позначаються індексами 1, 2, 3, 4, 5, 6 за наступною схемою:

$$(11) \leftrightarrow 1; (22) \leftrightarrow 2; (33) \leftrightarrow 3; (23)=(32) \leftrightarrow 4; (31)=(13) \leftrightarrow 5; (12)=(21) \leftrightarrow 6.$$

При цьому переході маємо: $C_{iklm} = C_{mn}$, причому в силу симетрії при $n \neq m$ $C_{nm} = C_{mn}$.

Запишемо для наглядності матрицю (5)

$$C_{mn} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \quad (11)$$

Компоненти пошкоджуваності матриці (11) в результаті зміни об'єму матеріалу при його деградації ΔV в наслідок прогресуючої пористості для репрезентативного елемента (РЕ) згідно моделі розпушення матеріалів [6–7] матричні компоненти замінимо $C_{mn} = \Delta V_{mn}$ об'ємним параметр пошкоджуваності D_{mn}

$$D_{mn} = \frac{V_{mn} - V_0}{V_{mn}} = 1 - \frac{V_0}{V_{mn}} = 1 - \frac{V_0}{\Delta V_{mn} + V_0} \quad (12)$$

В виразі (12) V_0 – початковий об'єм РЕ, ΔV_{mn} та ΔV_{mm} – величини зміни об'ємів (РЕ) викликані пошкоджуваністю, D_{mn} , D_{mm} – параметри пошкоджуваності матеріалу (РЕ).

Аналізуючи вираз (12), отримаємо зміни об'єму викликані деградацією матеріалу в результаті його розпушування під дією напружень відриву та зсуву.

$$\Delta V_{mn} = V_0 \left[\frac{1}{1 - D_{mn}} \right]; \quad (13)$$

В зв'язку з тим, що зсувні компоненти пошкоджуваності не викликають зміну об'єму виділеного РЕ, то:

$$\begin{aligned} \Delta V_{41} &= \Delta V_{51} = \Delta V_{61} = 0; \\ \Delta V_{42} &= \Delta V_{52} = \Delta V_{62} = 0; \\ \Delta V_{43} &= \Delta V_{53} = \Delta V_{63} = 0; \end{aligned} \quad (14)$$

Враховуючи дію навантаження, наприклад вздовж осі $x(y, z)$ (рис. 1а) на площадку, що перпендикулярна осям $z(y, x)$ не можуть змінювати кут між осями z та x . Звідси приріст об'єму РЕ у відповідних напрямках

$$\Delta V_{45} = \Delta V_{46} = \Delta V_{56} = 0; \quad (15)$$

З урахуванням всіх викладів матриця (5) через зміну об'єму РЕ виглядає таким чином:

$$C_{mn} = \Delta V_{mn} = \begin{bmatrix} \Delta V_{11} & \Delta V_{12} & \Delta V_{13} & 0 & 0 & 0 \\ \Delta V_{21} & \Delta V_{22} & \Delta V_{23} & 0 & 0 & 0 \\ \Delta V_{31} & \Delta V_{32} & \Delta V_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Delta V_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \Delta V_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Delta V_{66} \end{bmatrix}. \quad (16)$$

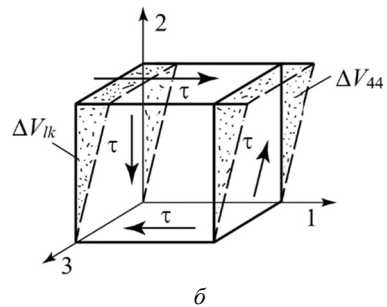
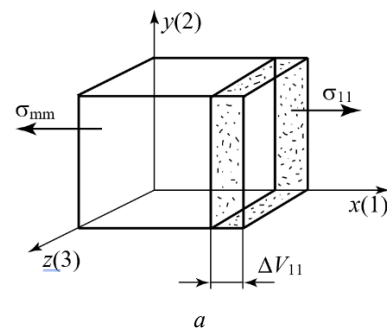


Рис. 1. Додаткові компоненти осевих складових зміни об'єму ΔV_{11} , ΔV_{22} , ΔV_{33} – а та компоненти складових зміни форми ΔV_{44} , ΔV_{55} , ΔV_{66} – б при розпушенні РЕ за рахунок пропорційного навантаження

Складові матриці ΔV_{44} , ΔV_{55} , ΔV_{66} з врахуванням напрямку зміни щільності матеріалу (рис. 1б) створюють пошкоджуваність зсуву, в вигляді зміни форми РЕ, яка створюється під дією зсувних напружень на РЕ.

$$D_{\tau_{23}} = D_{\tau_{32}} = 1 - \frac{V_0}{V_0 + \Delta V_{44}} \rightarrow \Delta V_{44} = \frac{V_0 D_{\tau_{32}}}{\frac{1}{2}(1 - D_{\tau_{32}})} \quad (17)$$

Аналогічно

$$\Delta V_{55} = \frac{V_0 D_{13}}{\frac{1}{2}(1 - D_{13})}; \quad \Delta V_{66} = \frac{V_0 D_{12}}{\frac{1}{2}(1 - D_{12})}$$

З врахуванням виразів (13) матрицю об'ємної пошкоджуваності (17) можна записати наступним чином

$$C_{iklm} = C_{mn} = V_0 \left[\frac{1}{1 - D_{mn}} \right] = V_0 \times$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{1-D_{11}} & \frac{1}{1-D_{12}} & \frac{1}{1-D_{13}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{1-D_{21}} & \frac{1}{1-D_{22}} & \frac{1}{1-D_{23}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{1-D_{31}} & \frac{1}{1-D_{32}} & \frac{1}{1-D_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2(1-D_{32})} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2(1-D_{13})} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2(1-D_{12})} \end{pmatrix} \quad (18)$$

Матриця (12) може бути трансформована об'ємною пошкоджуваністю D_{mn} наступним виразом

$$D_{mn} =$$

$$= \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & 0 \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & 0 \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}D_{32} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}D_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}D_{12} \end{pmatrix} \quad (19)$$

Враховуючі, що пошкоджуваність в поперечних напрямках PE, згідно [8, 9] виражається залежностями

$$D_{mn} = -h_{3mn} D_{mn}. \quad (20)$$

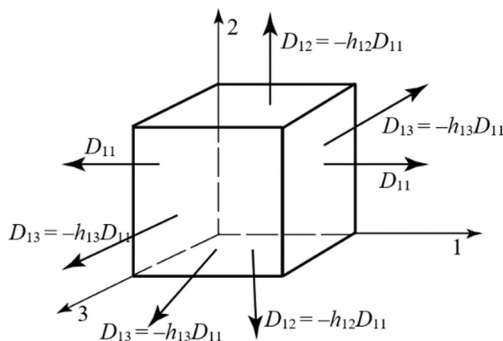


Рис. 2. Величини поздовжньої поперечної пошкоджуваності PE

Матриця еквівалентної пошкоджуваності при пропорційному навантаженні запишеться наступним виразом

$$D_{mn} = D_{екв} =$$

$$= \begin{pmatrix} D_{11} & -h_{12}D_{11} & -h_{13}D_{11} & 0 & 0 & 0 \\ -h_{21}D_{22} & D_{22} & -h_{23}D_{22} & 0 & 0 & 0 \\ -h_{31}D_{33} & -h_{32}D_{33} & D_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{32} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{12} \end{pmatrix} \quad (21)$$

На рис. 3. представлені криві залежності кінетики накопичення пошкоджень D від рівня інтенсивності пластичних деформацій для зразків ϵ_{ip} сталі 12X18H10T отриманих при розтязі – (крива 1), кручені – (крива 2), пропорційному навантаженні – крива 3 в порівнянні з розрахунковими згідно матриці (15) – крива 4, при пропорційному навантаженні при параметрі жорсткості напруженого стану (16)

$$K = \frac{\sigma_1}{3\sigma_i} = 0,5 \quad (22)$$

де $\sigma_i = \sqrt{\sigma_i^2 + 3\tau^2}$; а $\epsilon_i = \sqrt{\epsilon_i^2 + \frac{\gamma}{3}}$

Аналіз результатів експериментальних (крива 3) і розрахункових (крива 4) показує їх незначну розбіжність.

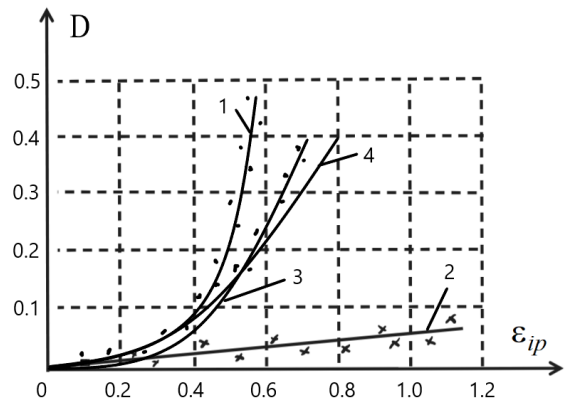


Рис. 3. Залежності кінетики накопичення пошкоджень від рівня інтенсивності пластичних деформацій для зразків сталі 12X18H10T

Висновки

Розглянута кількісна оцінка накопичення розсіяних пошкоджень, як багатомасштабне і багатовіснє явище при пружно-пластичному навантаженні при одночасній дії двох механізмів відриву та зсуву, що охоплює в'язке, крихке та в'язко-крихке руйнування конструкційного матеріалу, а саме:

- оцінка деградації фізико-механічних властивостей матеріалів через зміну модулів пружності G та E при пропорційному навантаженні;

- експериментальні дані по кінетиці накопичення пошкоджень на зразках сталі 12X18N10T для осьового навантаження (розтяг), зсув (кручення) та пропорційного навантаження з параметром жорсткості напруженого стану $K = 0,5$;
- порівнянні експериментально та теоретичні результати пошкоджуваності зразків сталі 12X18N10T при пропорційному навантаженні.

References

- [1] L. M. Kachanov, *Introduction to Continuum Damage Mechanics*, Martinus Nijhoff, Boston; Dordrecht, 1986. DOI: 10.1007/978-94-017-1957-5
- [2] Yu. N. Rabotnov, *Introduction to Damage Mechanics*, Nauka, Moscow, 1987.
- [3] M.I. Bobyr, O.P. Khalimon and O.A. Bondarets, “Modeling of scattered damage accumulation kinetics under combined stress,” *Strength of Materials*, No. 44(1), pp. 20–26, 2012. DOI: 10.1007/s11223-012-9344-y
- [4] A.P. Grabovskii and A.A. Bondaretc, “Deformatsionnye modeli kinetiki povrezhdaemosti konstrukcionnykh materia-lov pri uprugoplasticheskom deformirovanii,” *Vestnik Gomelskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. P.O. Sukhogo*, No. 1 (52), 2013.
- [5] O. Bondarets, A. Grabovskiy and I. Babiienko, “Damage model for calculating the failure of structural materials”, *Mech. Adv. Technol.*, no. 3(87), pp. 38–46, Dec. 2019. DOI: 10.20535/2521-1943.2019.87.189812
- [6] V.V. Novozhilov, I.I. Kadashevich, *Mikronapriazheniia v konstrukcionnykh materialakh*, Leningrad: Mashinostroenie, 1990.
- [7] V.V. Novozhilov, Iu.I. Kadashevich and O.G. Rybakina, “Razrykhenie i kriterii razrusheniia v usloviakh polzuchesti,” *Doklady AN SSSR*, Vol. 270, No. 4, pp. 831–835? 1983.
- [8] J. Lemaitre, *Damage mechanics*, The Bath Press, Great Britain, 1990, 556 p.
- [9] J. Lemaitre, R. Desmorat, *Engineering Damage Mechanics*, Springer Berlin, Heidelberg, 2005. DOI: 10.1007/b138882
- [10] A. Ganczarski and L. Barwacz, “Notes on Damage Effect Tensors of Two-Scalar Variables,” *International Journal of Damage Mechanics*, No. 13(3), pp. 287–295. 2004. DOI: 10.1177/1056789504045442
- [11] C.Y. Tang *et al.*, “Characterization of Isotropic Damage Using Double Scalar Variables,” *International Journal of Damage Mechanics*, No. 11(1), pp. 3–25, 2002. DOI: 10.1106/105678902023194
- [12] A.V. Khanef, *Osnovy teorii uprugosti. Teoriya uprugosti: uchebnoe posobie*, Kemerovskii gosudarstvennyi universitet, Kemerovo, 2009, pp. 70–75.
- [13] M.I. Bobyr, V.V. Koval' & D.K. Fam, “Phenomenological Criterion of the Limit State of Structural Materials with Account of their Damageability,” *Strength of Materials*, Vol. 52, pp. 821–831, 2020. DOI: 10.1007/s11223-021-00236-8
- [14] B. Erice and F.A. Galvez, “A coupled elastoplastic-damage constitutive model with Lode angle dependent failure criterion,” *Int. J. Solids Struct.*, No. 51, pp. 93–110, 2014. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2013.09.015

Damage of materials under proportional loading

A.P. Grabovskiy¹, O.A. Bondarets¹, I.I. Babiienko¹

¹ Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute, Kyiv, Ukraine

Abstract. The work is devoted to the study of material damage during elasto-plastic proportional loading, in particular, the influence of two loading mechanisms, detachment and shear, is taken into account. These mechanisms include viscous, brittle, and visco-brittle modes of failure. The accumulation of scattered damage is considered as a multi-scale and multi-stage phenomenon that occurs during proportional loading at the micro- and meso-levels of the destruction of the metal structural material.

As part of the study, a quantitative assessment of the degradation of the physical and mechanical properties of materials was performed, in particular, changes in the modulus of elasticity E and G , and the definition of equivalent damage arising from an elastoplastic proportional load is proposed. Experimental data on the kinetics of damage accumulation on 12X18N10T steel samples, which were subjected to axial load (tension), shear (torsion) and proportional load with the stiffness parameter of the stress state $K = 0.5$ before failure, are considered.

The work compares experimental results with theoretical data, damage accumulation. The obtained conclusions contribute to a deeper understanding of the mechanisms of destruction of materials under the action of a proportional load, and can also find practical application in the design and assessment of the load-bearing capacity of structural elements.

Keywords: elasticity modules; damage; kinetic processes; loosening of material.