УДК 62-932.4

Критерій граничного стану композиційних матеріалів

М.І. Бобир¹

Received: 5 September 2022 / Accepted: 14 November 2022

Анотація. Розглянута проблема розрахункової оцінки граничного стану композиційних матеріалів (КМ) на рівні зародження макротріщини. Показано, що на сьогодні відсутній метод прогнозування стадії їх розсіяного руйнування з врахуванням анізотропії механічних властивостей, а також не обґрунтовано вибір параметра пошкоджуваності. Цей параметр дає можливість інтегрально оцінювати деградацію КМ від дії термосилового експлуатаційного навантаження.

Мета досліджень — вибір і обтрунтування критерію руйнування КМ з врахуванням параметрів пошкоджуваності та анізотропії.

Використано феноменологічний підхід та основні положення термодинаміки незворотніх процесів і параметр пошкоджуваності Качанова-Работнова. Проведено порівняння двох енергетичних підходів, які базуються на гіпотезі додаткових напружень та термодинаміки незворотніх процесів. На основі проведеного комплексу експериментальних досліджень для пропорційних та непропорційних траєкторій циклічного навантаження в умовах плоского напруженого стану встановлено їх рівноцінність у використанні.

Показано, що для розрахунку довговічності елементів конструкцій необхідно враховувати порогове значення параметра пошкоджуваності на рівні границі витривалості КМ. Встановлені закономірності кінетики накопичення пошкоджень в залежності від виду напруженого стану та граничної пластичності матеріалу. Для металічних матеріалів основними напрямками накопичення розсіяних руйнувань є напрямки дії максимальних нормальних напружень. Для КМ необхідно враховувати дію дотичних компонентів тензора напружень. Описано модифікований критерій Мізеса для стадії руйнування в ефективних напруженнях.

Показана методика отримання параметрів пропонованого критерія. Встановлено, що значення параметра пошкоджуваності практично не залежить від рівня пружно-пластичного деформування. Це дає можливість зменшити кількість базових експериментів для використання критерію руйнування на стадії зародження макротріщини.

Показано, що використання концепції пошкоджуваності дає можливість суттєво уточнити критерій для анізотропного матеріалу.

Ключові слова: пошкоджуваність, руйнування, критерій граничного стану, континуальна механіка пошкоджуваності, анізотропія, вид напруженого стану.

Вступ

Експлуатаційне навантаження несучих елементів конструкцій різного призначення супроводжується накопиченням розсіяних пошкоджень (руйнувань) конструкційного матеріалу. На сьогодні все більше знаходять своє використання в названих елементах

⊠ M.I. Бобир m.bobyr@kpi.ua

¹ КПІ ім. Ігоря Сікорського, Київ, Україна

композиційні матеріали (КМ). Вони характеризуються різною технологією виготовлення та суттєвою анізотропією механічних властивостей.

Згідно [1–7], відомі підходи до розрахунків міцності КМ умовно можна розділити на дві групи. До першої відносяться методи розрахунку несучої спроможності, які базуються на використанні механічних характеристик композиції та критерії міцності анізотропних матеріалів [2–4], до другої [5–11] – характеристик окремого шару. Для розрахунку несучої здатності шаруватих композиційних матеріалів в інженерній практиці на сьогодні також широко використовується метод "руйнування першого шару" [2, 3, 9, 10]. В

ISSN 2521-1943 Mechanics and Advanced Technologies

© The Author(s).

The article is distributed under the terms of the license CC BY 4.0.

цьому випадку граничний стан композиту визначається стадією макроруйнування його першого шару. Однак тут залишаються невизначеними критерій руйнування з врахуванням накопичення пошкоджень та залишкова несуча здатність такого елемента конструкції. Детальний аналіз переваг та недоліків розглянутих моделей зроблено в роботі [1].

Прогнозування несучої здатності композитів з врахуванням закономірностей деградації одного або декількох шарів можливо за рахунок введення в систему визначальних рівнянь відповідних параметрів пошкоджуваності у вигляді тензора або вектора [11–16].

При феноменологічному підході неоднорідний композит розглядається як суцільне середовище, математична модель якого створюється на основі експериментально отриманих даних без пояснення механізмів, які визначають поведінку композита. Такий підхід зручний для інженерного опису властивостей матеріалу, як на локальному рівні так і поведінки матеріала в цілому. В той же час поєднання його з оцінкою міцності окремого шару приводить до підвищення точності опису деградації фізико-механічних властивостей КМ та його граничного стану на рівні мезо та макроруйнування.

Такий підхід, використаний в роботах [5–7, 11] для опису шаруватих платівок, коли дослідження окремих шарів можна рахувати механістичним, а дослідження шаруватої структури в цілому – феноменологічним. Однак тут треба врахувати, що руйнування КМ обумовлено локальними фізичними процесами. Тому для обґрунтування критерію руйнування при механістичному підході необхідно виконати ряд додаткових трудомістких досліджень [3, 10, 11], а саме:

 конкретизувати локальні нерегулярності взаємного розташування матриці і волокон;

розробити детально методику фізико-механічних досліджень поза рамками класичної механіки суцільних середовищ;

 вивчити фізичні механізми руйнування кожної із ізотропних фаз окремо.

В результаті видно, що для інженерних розрахунків переваги має підхід, коли КМ приймається однорідним та анізотропним. При цьому термомеханічне експлуатаційне навантаження приводить до руйнування КМ, як будь-якого візуального порушення суцільного середовища (стадія зародження першої макротріщини).

Геометрично критерій руйнування розглядається як деяка гранична поверхня в просторі напружень, а умова руйнування виконується в той момент, коли заданий вектор напружень перетинає цю поверхню. Критерій руйнування повинен задовільняти наступним вимогам [1, 2, 11]:

бути інваріантним по відношенню до вибору системи координат;

 – бути гнучким, щоб моделювати всі види (механізми) руйнування; – будь-яка траєкторія активного (простого і складного) навантаження повинна мати тільки одну точку перетину з поверхнею міцності;

 мати можливість його спростити стосовно бажаного рівня точності;

 бути математично зручним для опису як в просторі напружень, так і в просторі деформацій, а також мати можливість бути використаним для розрахунку елементів конструкцій;

– визначення головних осей міцності повинно бути однозначним.

Всі критерії руйнування КМ при термосиловому навантаженні умовно можна розділити на силові $f(\sigma_{ij}, F) = 0$, деформаційні $q(\varepsilon_{ij}, G) = 0$, та енергетичні $h(\sigma_{ij}\varepsilon_{ij}, H) = 0$, де F, G, H – характеристики КМ. Найбільш загальним є енергетичний підхід, але для феноменологічного опису руйнування КМ практично не використовується, враховуючи невиправдані ускладнення [1, 4–7].

Детальний аналіз відомих із літературних джерел феноменологічних критеріїв міцності КМ показав, що поки жоден із відомих у використанні критеріїв не дозволяє описувати руйнування всіх видів КМ відповідальних елементів конструкцій. Отже необхідно перевіряти границі використання різних критеріїв для окремих конструктивних елементів з врахуванням умов навантаження.

Метою роботи є розробка методу уточнення феноменологічного критерію руйнування КМ з врахуванням основних положень КМП. Використання концепції розсіяного руйнування (пошкоджуваності) розглянемо на прикладі критерія Мізеса, який широко використовується в сучасній інженерній практиці і не вимагає проведення відносно складних базових експериментів для конкретизації відповідних параметрів.

Результати досліджень

Процес накопичення розсіяних руйнувань (пошкоджень) в КМ визначається кінетикою напруженодеформованого стану, передісторією термосилового навантаження.

На сьогодні відомі два альтернативних формулювання феноменологічного опису процесу накопичення пошкоджень: у вигляді інтегральних операторів спадкового типу [12–14], або у вигляді кінетичних рівнянь для швидкості зміни параметру пошкоджуваності [15–17]. Вибір параметра пошкоджуваності для другого напряму базується на концепції додаткових напружень та основних положеннях термодинаміки незворотніх процесів.

Згідно концепції додаткових напружень кінетичне рівняння пошкоджуваності для скалярного параметра має вигляд:

$$\frac{dD}{dq} = \phi(\rho_{ij}, q, T, D), \ j = 1, ..., h,$$
(1)

де ρ_{ii} – компоненти девіатора додаткових напружень; *T* – температура; *q* – внутрішній параметр процесу (історія термосилового навантаження, число шиклів та інш.).

Питому енергію додаткових напружень р для умов активного навантаження можна записати за умов дії механізмів руйнування відриву та зсуву, відповідно:

$$\Psi = \int_{0}^{\varepsilon_{R}^{(p)}} \rho_{\sigma}(\varepsilon) d\varepsilon + \int_{0}^{\gamma_{R}^{(p)}} \rho_{\tau}(\gamma) d\gamma = \int_{0}^{\varepsilon_{i}^{(p)}} \rho_{i}(\varepsilon_{i}) d\varepsilon_{i}, \quad (2)$$

де $\rho_i = \sqrt{\rho_\sigma^2 + 3\rho_\tau^2}$ – інтенсивність додаткових напру-

жень, $\varepsilon_i^{(p)} = \sqrt{\left(\varepsilon_i^{(p)}\right)^2 + \left(\frac{\gamma^{(p)}}{\sqrt{3}}\right)^2}$ – інтенсивність плас-

тичних деформацій, $\varepsilon_{R}^{(p)}$ та $\gamma_{R}^{(p)}$ – гранична незворотня деформація на розтяг та зсув, відповідно.

Термодинамічний підхід, започаткований та розвинутий в роботах [15–19] базується на ряду гіпотез:

існує потенціал дисипації пошкоджуваності;

- сумарний потенціал дисипації дорівнює лінійній суперпозиції потенціалів дисипації пластичності та пошкоджуваності;

- змінна пошкоджуваності об'єднана з пластичною деформацією (в тому числі і локальною);

- пошкодження зосереджене в матеріалі на мікрорівні та його вплив обмежений появою макротріщини;

- пошкоджуваність впливає лише на напруження, сумарні деформації приймаються однаковими на мікро- і макрорівнях;

– для пошкодженого і непошкодженого станів КМ використовується однаковий набір визначальних рівнянь з відповідною заміною для першого випадку напружень на ефективні та використання рівнянь стану змінної пошкоджуваності. В якості термодинамічного потенціалу прийнято вільну енергію тіла ψ у вигляді:

$$\Psi = \Psi_e(\varepsilon_i^{(e)}, T, D) + \Psi_p(\varepsilon_i^{(p)} T), \qquad (3)$$

де $\varepsilon_i^{(e)}$, $\varepsilon_i^{(p)}$ – інтенсивність пружних та пластичних деформацій, відповідно. Якщо тензор пружності позначити E_{ijkl} , а густину ρ , то пружну складову вільної енергії можна записати у вигляді:

$$\Psi_e = \frac{1}{2\rho} E_{ijkl} \cdot \varepsilon_{ij}^{(e)} \cdot \varepsilon_{kl}^{(e)} \left(1 - D\right). \tag{4}$$

В результаті закон пружності з врахуванням пошкоджуваності запишеться:

$$\sigma_{ij} = \rho \frac{\partial \Psi_e}{\varepsilon_{ij}^{(e)}} E_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl}^{(e)} (1 - D).$$
(5)

Виходячи з поняття про вільну енергію Гельмгольца [17-19], термодинамічний потенціал для ізотермічного одновісного розтягу записується у вигляді $|d\Omega| = |-\sigma d\varepsilon|$. Тоді частина питомої енергії, яка "витрачається" на пошкоджуваність матеріалу при статичному активному одновісному розтязі $\Omega_D^{(\sigma)}$ запишеться [20]:

$$\Omega_{D}^{(\sigma)} = \int_{\varepsilon_{D}^{(p)}}^{\varepsilon_{R}^{(p)}} \sigma_{e\phi}(\varepsilon) d\varepsilon^{(p)} - \int_{\varepsilon_{D}^{(p)}}^{\varepsilon_{R}^{(p)}} \sigma_{icr}(\varepsilon) d\varepsilon^{(p)} =$$
$$= \int_{\varepsilon_{D}^{(p)}}^{\varepsilon_{R}^{(p)}} \sigma_{icr}(\varepsilon) \frac{D_{\sigma}}{1 - D_{\sigma}} d\varepsilon^{(p)}, \tag{6}$$

де $\varepsilon_D^{(p)}$ та $\varepsilon_R^{(p)}$ – порогове та граничне значення пластичної деформації, відповідно; D_{σ} – скалярний параметр пошкоджуваності від дії нормальних складових напружень.

Геометрично залежність типу (6) показана на рис. 1.



Рис. 1. Діаграми деформування при одновісному розтязі (а): 1 – умовна; 2 – істинна (σ_{icr}) ; 3 – ефективна ($\sigma_{e\phi}$); кінетична діаграма накопичення пошкоджень (δ)

Порогове значення напружень в конструкційному матеріалі $\varepsilon_D^{(p)}$ приймається в залежності від виду розрахунків. Для прогнозування ресурсу відповідальних елементів конструкцій на мало- багатоциклову втому за порогове значення необхідно брати локальну незворотню деформацію, яка виникає на рівні границі витривалості матеріалу σ_{-1} (рис. 2) [21].

Для проектування технологічних процесів методами обробки матеріалів тиском за порогове значення пошкоджуваності D_T приймають, як правило, на рівні границі текучості матеріалу з деформацією ε_T .



Рис. 2. Перші участки кінетичних кривих пошкоджуваності (1) та кривих розтягу (2) конструкційних матеріалів

Згідно концепції двох механізмів руйнування значення термодинамічного потенціалу у випадку чистого зсуву визначається аналогічно (6):

$$\Omega_D^{(\tau)} = \int_{\gamma_D^{(p)}}^{\gamma_R^{(p)}} \tau(\gamma) \frac{D_{\tau}}{1 - D_{\tau}} d\gamma^{(p)} \,. \tag{7}$$

Тоді частина питомої енергії, яка витрачається на утворення мікропошкоджень запишеться: $\Omega_D = \Omega_D^{(\sigma)} + \Omega_D^{(\tau)}$, а сумарне розсіяне руйнування \vec{D}_{Σ} прийме вигляд:

$$\vec{D}_{\Sigma} = D_{\sigma}\vec{i} + D_{\tau}\vec{i} . \tag{8}$$

Для визначення діаграм деформування в істинних та ефективних напруженнях використаємо гіпотезу постійності маси КМ: $V = \frac{q_0 V_0}{q}$, де q, V та q_0 , V_0 – поточне та початкове значення щільності і об'єму репрезентативного елементу матеріалу, відповідно.

Якщо поточну довжину робочої зони зразка записати у вигляді $l = (1+\varepsilon) \cdot l_0$, то поперечна деформація Ψ має вигляд:

$$\Psi = 1 - \frac{q_0}{q} \frac{1}{1+\varepsilon} \,. \tag{9}$$

Для одновісного розтягу запишемо відповідні компоненти тензора деформацій: за $\varepsilon_1 = \varepsilon$; $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = -\tilde{\mu}\varepsilon$, де $\tilde{\mu} = \frac{1}{2} - \frac{1-2\mu}{2E}\frac{\sigma}{\varepsilon}$ – коефіцієнт поперечної деформації, μ – коефіцієнт Пуассона.

В результаті заміни у виразі (9) співвідношення q_0/q через поточний об'єм та після перетворень отримаємо рівняння для істинної та ефективної діаграм деформування у вигляді:

$$\sigma_{\rm icr} = \frac{\sigma}{\left(1 - \tilde{\mu}\epsilon\right)^2}, \quad \sigma_{\rm e\varphi} = \frac{\sigma_{\rm icr}}{1 - D_{\sigma}}.$$
 (10)

Експериментальна перевірка обох підходів для різних траєкторій пропорційного та складного навантажень показана на рис. З. З нього видно, що задовільну кореляцію між питомими енергіями Ω_D та Ψ_{Σ} . При цьому граничні їх значення практично не залежить від виду напруженого стану та історії навантаження згідно класифікації О.А. Ілюшина [12]. Це дає можливість використовувати один із названих параметрів в якості узагальнюючого параметру пошкоджуваності.

Критерій Мізеса для анізотропного КМ запишемо у вигляді [10], але з врахуванням параметру пошкоджуваності:

$$B_{ijkl} \cdot \overline{\sigma}_{ij} \overline{\sigma}_{kl} = 1, \qquad (11)$$

де B_{ijkl} – постійні матеріалу, $\overline{\sigma}_{ij}$, $\overline{\sigma}_{kl}$ – ефективні граничні напруження на рівні границі міцності КМ у відповідних напрямках.

Для ортотропного матеріалу залежність (11) в декартовій системі координат прийме вигляд:

$$B_{1111}\overline{\sigma}_{x}^{2} + B_{2222}\overline{\sigma}_{y}^{2} + B_{3333}\overline{\sigma}_{z}^{2} + 4B_{1212}\overline{\tau}_{xy}^{2} + + 4B_{2323}\overline{\tau}_{yz}^{2} + 4B_{3131}\overline{\tau}_{zx}^{2} + 2B_{1122}\overline{\sigma}_{x}\overline{\sigma}_{y} + + 2B_{2233}\overline{\sigma}_{y}\overline{\sigma}_{z} + 2B_{3311}\overline{\sigma}_{z}\overline{\sigma}_{x} = 1.$$
(12)

Умовно розділимо компоненти тензора напружень $\overline{\sigma}_{ij}$ на компоненти девіатора \overline{S}_{ij} та середнє напруження σ_0 і підставимо в (12).

Приймемо, в першому наближенні, гіпотезу про пластичну нестискуваність. В результаті отримаємо додаткові рівняння у вигляді:



Рис. 3. Залежність питомої енергії додаткових напружень Ψ_{Σ} та $\Omega_{_D}$ від рівня інтенсивності пластичної деформації для сплаву Д16Т при T=293К [20]:



$$2B_{1111} + 2B_{1122} + 2B_{3311} = 0$$

$$2B_{2222} + 2B_{1122} + 2B_{2233} = 0$$

$$2B_{3333} + 2B_{2233} + 2B_{3311} = 0$$

$$B_{1111} + B_{2222} + B_{3333} + 2B_{1122} + 2B_{2233} + 2B_{3311} = 0$$
(13)

Наявність пластичної стискуваності передбачає в правій частині системи нової постійної матеріалу *c* ≠ 0 [13, 19].

3 перших трьох рівнянь системи (13) видно, що:

$$-2B_{1122} = B_{1111} + B_{2222} - B_{3333} -2B_{2233} = B_{2222} + B_{3333} - B_{1111} -2B_{3311} = B_{3333} + B_{1111} - B_{2222}$$
 (14)

Рівняння (14) задовільняють четвертому співвідношенню системи рівнянь (13). Підставимо (14) в критерій руйнування (12). Після перетворень отримаємо:

$$H(\overline{\sigma}_{x} - \overline{\sigma}_{y})^{2} + F(\overline{\sigma}_{y} - \overline{\sigma}_{z})^{2} + G(\overline{\sigma}_{z} - \overline{\sigma}_{x})^{2} + 2N\overline{\tau}_{xy}^{2} + 2L\overline{\tau}_{yz}^{2} + 2M\overline{\tau}_{zx}^{2} = 1, \qquad (15)$$

$$\text{de } H = \frac{1}{2} (B_{1111} + B_{2222} - B_{3333}), F = \frac{1}{2} (B_{2222} + B_{3333} - B_{1111}),$$

$$G = \frac{1}{2} (B_{3333} + B_{1111} - B_{2222}), N = 2 B_{1212},$$

$$L = 2 B_{2323}, M = 2 B_{3131}.$$

Подібний по структурі вираз для умовних напружень σ_{ij} , наведений в роботі [2], як умова пластичності ортотропного матеріалу.

Постійна КМ в умові (15) визначимо із серії базових експериментів у вигляді одновісних розтягів зразків в напрямку осей x, y, z та зсувів між цими осями (рис. 4). Тоді отримаємо:

$$H + G = \frac{1}{\overline{\sigma}_{xB}^2}; \quad H + F = \frac{1}{\overline{\sigma}_{yB}^2}$$

$$F + G = \frac{1}{\overline{\sigma}_{zB}^2}; \quad N = \frac{1}{2\overline{\tau}_{xyB}^2}$$

$$L = \frac{1}{2\overline{\tau}_{yzB}^2}; \quad M = \frac{1}{2\overline{\tau}_{zxB}^2}$$
(16)

Звідки отримаємо:

$$H = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\overline{\sigma}_{xB}^2} + \frac{1}{\overline{\sigma}_{yB}^2} - \frac{1}{\overline{\sigma}_{zB}^2} \right)$$

$$F = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\overline{\sigma}_{yB}^2} + \frac{1}{\overline{\sigma}_{zB}^2} - \frac{1}{\overline{\sigma}_{xB}^2} \right)$$

$$G = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\overline{\sigma}_{zB}^2} + \frac{1}{\overline{\sigma}_{xB}^2} - \frac{1}{\overline{\sigma}_{yB}^2} \right)$$
(17)

де $\overline{\sigma}_{xB}$, $\overline{\sigma}_{yB}$,..., $\overline{\tau}_{xyB}$ – ефективні значення границь міцності КМ у відповідних напрямках.



Рис. 4. Залежність кінетики накопичення пошкоджень та граничного стану сталі 12X18H10T при *T* = 293 К від рівня пластичного деформування: 1 – одновісний розтяг; 2 – кручення; 3 – пропорційне навантаження осьовою силою та крутним моментом [22]

Якщо підставити (17) та (16) в критерій граничного стану (15), то в результаті отримаємо:

$$\frac{\overline{\sigma}_{x}^{2}}{\overline{\sigma}_{xB}^{2}} + \frac{\overline{\sigma}_{y}^{2}}{\overline{\sigma}_{yB}^{2}} + \frac{\overline{\sigma}_{z}^{2}}{\overline{\sigma}_{zB}^{2}} - \left(\frac{1}{\overline{\sigma}_{xB}^{2}} + \frac{1}{\overline{\sigma}_{yB}^{2}} - \frac{1}{\overline{\sigma}_{zB}^{2}}\right)\overline{\sigma}_{x}\overline{\sigma}_{y} - \left(\frac{1}{\overline{\sigma}_{yB}^{2}} + \frac{1}{\overline{\sigma}_{zB}^{2}} - \frac{1}{\overline{\sigma}_{xB}^{2}}\right)\overline{\sigma}_{y}\overline{\sigma}_{z} - \left(\frac{1}{\overline{\sigma}_{zB}^{2}} + \frac{1}{\overline{\sigma}_{xB}^{2}} - \frac{1}{\overline{\sigma}_{yB}^{2}}\right)\overline{\sigma}_{z}\overline{\sigma}_{x} + \frac{\overline{\tau}_{xy}^{2}}{\overline{\tau}_{xyB}^{2}} + \frac{\overline{\tau}_{yz}^{2}}{\overline{\tau}_{xyB}^{2}} + \frac{\overline{\tau}_{zx}^{2}}{\overline{\tau}_{zxB}^{2}} = 1.$$
 (18)

Величину границі міцності для ефективних напружень σ_{vB} у випадку одновісного розтягу зразка, вісь якого v лежить в площині xy (рис. 4) та складає кут α з віссю x, отримаємо:

$$\overline{\sigma}_{xB} = \overline{\sigma}_{v} \cdot \cos^{2} \alpha ; \ \overline{\sigma}_{yB} = \overline{\sigma}_{v} \cdot \sin^{2} \alpha ; \ \overline{\sigma}_{z} = 0 ;$$
$$\overline{\tau}_{xy} = \overline{\sigma}_{vB} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha ; \ \overline{\tau}_{yz} = \overline{\tau}_{zx} = 0 .$$

Згідно рівняння (15) маємо:

$$\overline{\sigma}_{\nu B} = \left[F\sin^2\alpha + G\cos^2\alpha + H + (2N - F - G - 4H)\sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha\right]^{\frac{1}{2}}.$$
(19)

Аналіз залежності (19) показує, що екстремуми мають місце, коли зразки вирізані з листа КМ в напрямку x та y, а також для напрямку, який визначається кутом α

$$tg^2\alpha = \frac{N - G - 2H}{N - F - 2H}.$$
 (20)

Для використання критерію важливу роль відіграє кількість та складність проведення базових експериментів. Для металічних КМ встановлено, що залежність параметру пошкоджуваності від коефіцієнту анізотропії (рис. 5) практично не залежить від рівня пружно-пластичного деформування [23]. Це дає можливість звести кількість досліджень до визначення кінетики накопичення розсіяних руйнувань в КМ тільки для одновісного розтягу зразків в напрямку однієї із вісей ортотропії.

В свою чергу наявність залежності D = f(R)для більш широкого спектру рівнів анізотропії та де-

формацій дозволить в достатній мірі прогнозувати стадію зародження першої макротріщини та напрямок її росту в КМ.



на объедински наражера полиоджуваност від коефіцієнта анізотропії КМ: ightharpoondelta - 0°; ■ - 45°;<math>
ightharpoondelta - 90°

Висновки

 На базі критерію Мізеса, використовуючи основні положення континуальної механіки пошкоджуваності, запропоновано узагальнений феноменологічний критерій руйнування анізотропного КМ на стадії зародження макротріщини.

2. Обгрунтовано вибір енергетичного параметру пошкоджуваності, виходячи з двох механізмів руйнування: відрив та зріз. Показано, що для прогнозування ресурсу елементів конструкцій необхідно в якості порогового значення зародження мікротріщини, приймати локальну деформацію, яка відповідає границі витривалості КМ.

4. Встановлено, що на відміну від металічних конструкційних матеріалів, коли кінетика накопичення розсіяних руйнувань від дії нормальних напружень є визначальною (рис. 4), для композиційних матеріалів необхідно враховувати пошкоджуваність від дотичних напружень.

5. Показано, що для суттєвого зменшення кількості базових експериментів при конкретизації складових матриці пошкоджуваності, необхідно встановити їх залежність від характеристик анізотропії композиту.

References

- N.K. Kucher and M.N. Zarazovskii, "Opredelenie nesushchei sposobnosti sloistykh armirovannykh plastikov s uchetom degradatsii mekhanicheskikh parametrov otdel'nykh sloev", *Probl. prochnosti*, no. 2, pp. 111–124, 2010.
- [2] V.V. Panasiuk, "Mekhanika ruinuvannia ta mitsnist materialiv dosiahnennia ta perspektyvy", *Fizyky-khimichna mekhanika materialiv*, vol. 40, no. 3, pp. 5–18, 2004.
- [3] A.K. Malmeister, V.P.Tamuzh and G.A. Temers, Soprotivlenie polimernykh i kompozitnykh materialov, Riga: Zinatne, 1980.
- [4] V.A. Romashchenko, "Otsenka prochnosti kompozitnykh i metallokompozitnykh tsilindrov pri impul'snom nagruzhenii. Soobshch. 1. Pravila vybora i sravnitel'nyi analiz razlichnykh kriteriev prochnosti anizotropnogo materiala", *Probl. prochnosti*, no. 4, pp. 42–57, 2012.
- [5] P.P. Lepikhin and V.A. Romashchenko, "Metody i rezul'taty analiza napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya i prochnosti mnogosloinykh tolstostennykh anizotropnykh tsilindrov pri dinamicheskom nagruzhenii (obzor). Soobshchenie 3. Fenomenologicheskie kriterii prochnosti", *Probl. prochnosti*, no. 3, pp. 24–41, 2013.
- [6] P.P. Lepikhin, V.A. Romashchenko and E.V. Bakhtina, "Metody i rezul'taty analiza napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya i prochnosti mnogosloinykh tolstostennykh anizotropnykh tsilindrov pri dinamicheskom nagruzhenii (obzor). Soobshchenie 1. Eksperimental'nye issledovaniya", *Probl. prochnosti*, no. 1, pp. 17–32, 2013.
- [7] P.P. Lepikhin and V.A. Romashchenko, "Metody i rezul'taty analiza napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya i prochnosti mnogosloinykh tolstostennykh anizotropnykh tsilindrov pri dinamicheskom nagruzhenii (obzor). Soobshchenie 2. Teoreticheskie metody", *Probl. prochnosti*, no. 2, pp. 31–45, 2013.
- [8] T.A. Bogetti *et. al.*, "Predicting the nonlinear response and progressive failure of composite laminates", *Ibid.*, 64, no. 3–4, pp. 329–342, 2004. DOI: doi.org/10.1016/S0266-3538(03)00217-3
- [9] N.A. Alfutov, P.A. Zinovev and B.G. Popov, Raschet mnogosloinykh plastin i obolochek iz kompozitsionnykh materialov, Moscow: Mashinostroenie, 1984.
- [10] V.V. Vasileva, Iu.M. Tarnopolskogo, Eds., Kompozitcionnye materialy. Spravochnik, Moscow: Mashinostroenie, 1990.
- [11] L.P. Khoroshuna, Ed. "Statisticheskaya mekhanika i effektivnye svoistva mate-rialov", in *Mekhanika kompozitov*, A.N. Guzya Ed., vol. 3, Kiev: Nauk. dumka, 1993.
- [12] A.A. Iliushin, "O sviazi mezhdu napriazheniiami i malymi deformatciiami v mekhanike sploshnykh sred", Prikladnaia matematika i mekhanika, Vol. 18, No. 6, pp. 641–666, 1954.
- [13] Yu.N. Shevchenko and R.G. Terekhov, Fizicheskie uravneniya termovyazkoplastichnosti, Kyiv: Naukova dumka, 1982.
- [14] V.V. Novozhilov and Yu.I. Kadashevich, Mikronapryazheniya v konstruktsionnykh materialakh, Leningrad: Mashinostroenie, 1990.
- [15] L.M. Kachanov, "O vremeni razrusheniya v usloviyakh polzuchesti", Izv. AN SSSR. OTN, Vol. 8, pp. 26–32, 1958.
- [16] Yu.N. Rabotnov, "O mekhanizme dlitel'nogo razrusheniya", Voprosy prochnosti materialov i konstruktsii, Vol. 1, pp. 5-8, 1959.
- [17] J. Lemaitre and R. Desmorat, Engineering Damage Mechanics, Springer, 2005.
- [18] Q.M. Li, "Strain energy density failure criterion", *Intern. Journ. of Solids and Structures*, No. 38, pp. 6997–7013, 2001.
 DOI: doi.org/10.1016/S0020-7683(01)00005-1
- [19] N.I. Bobyr, B.O. Iakhno and A.P. Grabovskii, "Povrezhdennost konstrukteionnykh materialov pri slozhnom maloteiklovom nagruzhenii", Problemy prochnosti, No. 6, pp. 25–34, 2007.
- [20] B.O. Yakhno and M.I. Bobyr, "Rozrakhunok dovhovichnosti materialiv dlia umov skladnoho malotsyklovoho navantazhennia", Vis-nyk sumskoho DU, No. 12(58), pp. 184–189, 2003.
- [21] M. Bobyr and V. Koval, "Damage contribution to the assessment of the stress-strain state of structure elements", *Journ. Strength of materials*, vol. 49, No. 3, pp. 79–88, 2017. DOI: doi.org/10.1007/s11223-017-9876-2
- [22] M. Bobyr, A. Grabovskii and A. Timoshenko, "Kinetics of scattered fracture in structural metals under elastoplastic deformation", *Journ. Strength of materials*, Vol. 39, No. 3, pp. 237–245, 2007. DOI: doi.org/10.1007/s11223-007-0030-4
- [23] M. Bobyr, O. Bondarets and O. Khalimon, Modeling of scattered damage accumulation kinetics under combined stress, *Journ. Strength of materials*, No. 44, pp. 20–26,2012. DOI: doi.org/10.1007/s11223-012-9344-y

Criterion of the limit state of composites materials

M.I. Bobyr

Abstract. The problem of calculating the limit state of composite materials (CM) at the level of macrocrack initiation is considered. It is shown that today there is no method for predicting the stage of their scattered destruction, taking into account the anisotropy of mechanical properties, and the choice of the damage parameter is not justified. This parameter makes it possible to integrally evaluate the degradation of CM due to the action of thermodynamic operational load.

The purpose of the research is the selection and justification of the CM destruction criterion, taking into account the parameters of damage and anisotropy.

The phenomenological approach and the basic principles of thermodynamics of irreversible processes and the Kachanov-Rabotnov damage parameter were used. A comparison of two energy approaches based on the hypothesis of additional stresses and the thermodynamics of irreversible processes is carried out. On the basis of the complex of experimental studies for proportional and non-proportional trajectories of cyclic load under the conditions of a plane stress state, their equivalence in use has been established.

It is shown that in order to calculate the durability of structural elements, it is necessary to take into account the threshold value of the damage parameter at the level of the endurance limit of the CM. The regularities of damage accumulation kinetics depending on the type of stress state and ultimate plasticity of the material are established. For metallic materials, the main directions of accumulation of scattered fractures are the directions of action of the maximum normal stresses. For CM, it is necessary to take into account the effect of the tangential components of the stress tensor. The modified Mises criterion for the failure stage in effective stresses is described.

The method of obtaining the parameters of the proposed criterion is shown. It was established that the value of the damage parameter practically does not depend on the level of elastic-plastic deformation. This makes it possible to reduce the number of basic experiments for using the failure criterion at the macrocrack initiation stage.

It is shown that the use of the concept of damage makes it possible to significantly refine the criterion for an anisotropic material. **Keywords:** damage, damagedestruction, destructionlimit state criterion, limit state criterioncontinuum mechanics of damage, continuum mechanics of damageanisotropy, anisotropytype of stress state, type of stress state.