

Дослідження лінійних та кутових коливань рухомої платформи наземного роботизованого комплексу

С.В. Струтинський¹ • Р.В. Семенчук¹

Received: 10 February 2023 / Revised 20 March 2023 / Accepted: 30 March 2023

Анотація. Сучасні наземні роботизовані комплекси мають значну швидкість переміщення, що приводить до виникнення коливань платформи та маніпулятора. Проблема полягає у розробленні високоефективних транспортних засобів, що враховують динамічні процеси, а їх вплив мінімізується за допомогою конструктивних рішень та демпферів.

Метою роботи є дослідження динаміки рухомої платформи роботизованого комплексу та встановлення її динамічних параметрів. При цьому необхідно визначити характеристики коливальних процесів, зокрема лінійні та поперечно-кутові переміщення платформи.

Розроблено динамічну модель платформи, що має три ступені вільності та враховує робочі процеси гусениць та катків. Використана розрахункова схема, що передбачає наявність шести точок опирання на поверхню. Методика базується на знаходженні положення катків, що визначаються профілем дорожнього полотна. У моделі враховано пружно-дисипативні властивості гусениці та поверхні. Проведено дослідження платформи при її переміщенні по поверхні зі складним профілем. Для її опису використані полігармонічні залежності із випадковими параметрами.

Розроблена модель дозволила визначити динамічні характеристики роботизованої платформи при її взаємодії із нерівностями довільної форми. На основі знайдених рівнянь сферичного руху проведено математичне моделювання робочих процесів, визначені кутові координати та кутові швидкості повороту платформи.

Результати моделювання сферичного руху платформи відповідають фізичній суті робочих процесів. Ці дані необхідні для дослідження динаміки маніпулятора рухомого роботизованого комплексу. Врахування коливань платформи забезпечує покращення характеристик наземних роботизованих комплексів, що переміщуються із високою швидкістю.

Ключові слова: транспортний засіб; гусениця; частоти; математична модель; перехідні процеси; коливання.

Вступ

Дослідження динаміки наземних роботизованих комплексів, є достатньо актуальними для вирішення практичних задач. На даний час спостерігається зростаючий інтерес до використання роботів у різних галузях, включаючи логістику, виробництво, медицину та оборону. Наземні роботизовані комплекси знаходять широке застосування у цих галузях і є важливою частиною індустрії майбутнього.

Сучасні роботизовані системи мають велику швидкість переміщення. Це робить їх більш продуктивними та конкурентоспроможними. Проте разом з цим виникає

проблема коливань, яка може вплинути на точність та надійність роботів. Демпфування коливань механічних систем являє собою важливу наукову задачу.

У багатьох сферах діяльності роботизовані комплекси використовуються для виконання завдань, що вимагають високої точності та надійності. Коливання платформи можуть вплинути на результати роботи, тому необхідно встановити їх параметри та за необхідності знизити їх рівень.

Дослідження динаміки наземних роботизованих комплексів є комплексною науковою задачею, яка вимагає розробки оптимальних рішень, що дозволять підвищити продуктивність та точність таких систем. Результати наукових досліджень можуть сприяти розробці нових технологій та методів управління, що поліпшать функціональні характеристики роботів.

З розвитком автономних систем, таких як автономні автомобілі та наземні роботизовані комплекси,

✉ С.В. Струтинський
strutynskiy@gmail.com

¹ КПІ ім. Ігоря Сікорського, Київ, України

важливо розуміти, як динаміка платформи впливає на їх характеристики. Дослідження в цій області мають велике значення для подальшого розвитку безпілотних та дистанційно-керованих систем.

Типові рішення роботизованих комплексів забезпечують переміщення по пересіченій місцевості та призначені для спостереження. Значна кількість комплексів оснащена маніпулятором, або іншим допоміжним обладнанням, що суттєво збільшує функціональність таких систем. Такі конструкції мають розширені можливості, що зокрема забезпечують маніпулювання об'єктами при переміщенні платформи.

При русі роботизованого комплексу по пересіченій місцевості він повинен мати високі динамічні характеристики які досягаються спеціалізованими конструктивними рішеннями та за допомогою керованих демпферних пристроїв. Дослідження динамічних процесів, визначення параметрів коливань платформи та маніпулятора є пріоритетною задачею, що дає можливість реалізувати демпфування за допомогою інтелектуальної системи управління.

Аналіз літературних даних та постановка проблеми

Для наземних роботизованих комплексів, що мають значну швидкість переміщення характерний високий рівень коливань платформи, маніпулятора та навісного обладнання. У літературних джерелах досліджені кінематичні характеристики колісних транспортних засобів [1]. Встановлені переваги рухомих платформ різних типів та визначено обмежуючі фактори. Одним із важливих параметрів сучасних роботизованих комплексів є низький рівень вібрацій [2]. Дослідження показують, високі динамічні характеристики покращують дистанційне керування роботом та розширюють його функціональність

Для механічних систем, що використовують механізми паралельної структури характерні кращі динамічні параметри [3]. Однак їх недоліком є менший робочий простір, значні габарити та більш складні алгоритми керування. Наземні роботизовані комплекси зазвичай маніпулюють об'єктами при нерухомому шасі. Такий режим роботи викликаний низькими динамічними характеристиками механізмів та обмежує область їх застосування [4, 5]. Перспективним напрямком вдосконалення роботизованих комплексів є врахування їх динамічних параметрів при керуванні, що дозволяє усунути вказаний недолік.

На технічні параметри типових маніпуляторів роботизованих комплексів впливає велика кількість чинників. При значних динамічних навантаженнях, ключовим фактором, що визначає точність механізму є рівень коливань механічної системи [4]. За умови використання комплексів у польових умовах необхідно враховувати характеристики поверхні [6]. Вплив даного

фактору на динамічні параметри рухомої системи є достатньо значним.

Зниження рівня коливань механізмів потребує врахування особливостей їх робочих процесів [7, 8]. Вирішення цієї задачі пов'язано із розробленням математичних моделей, що відповідають конструктивній реалізації та умовам функціонування роботизованого комплексу.

Основною науковою проблемою є розроблення високоєфективних роботизованих комплексів, що можуть працювати у складних динамічних режимах. Досягнення високих динамічних характеристик потребує використання спеціальних конструктивних рішень та регульованих демпферів. Для ефективного гасіння коливань необхідно застосувати систему управління яка побудована на базі динамічної моделі роботизованого комплексу.

Мета і задачі дослідження

Метою роботи є дослідження динаміки рухомої платформи роботизованого комплексу та встановлення закономірностей, що визначають параметри коливальних процесів, зокрема лінійних та поперечно-кутових переміщень шасі. Для досягнення мети були поставлені наступні задачі:

1. Визначити кінематичні характеристики рухомої платформи роботизованого комплексу на основі його конструктивних параметрів.
2. Дослідити взаємодію катків із поверхнею та знайти параметри, що впливають на поперечно-кутові переміщення шасі.
3. Розробити динамічну модель рухомої платформи, врахувавши особливості конструктивної реалізації та відповідність реальним умовам її застосування.
4. Провести моделювання лінійних та поперечно-кутових переміщень платформи використовуючи системи рівнянь сферичного руху, оцінити можливість застосування отриманих даних для вирішення практичних задач.

Матеріали та методи дослідження

В наземних роботизованих комплексах застосовуються рушії із гусеницями, що виконані із еластичних полімерних матеріалів. Шасі має гусеничний рушій із передніми і задніми опорними катками (рис. 1). Типова реалізація рушії передбачає використання двох катків, причому один із них є привідним. Шасі роботизованого комплексу може мати додаткові опорні катки, що використовуються для підвищення натягу та збільшення площі контакту платформи із поверхнею.

Гусениці взаємодіють із дорожнім покриттям в результаті чого виникають значні деформації. Для типового роботизованого комплексу спостерігається змі-

на форми гусениці при його переміщенні по пересіченій місцевості.



Рис. 1. Фото рухомого роботизованого комплексу

Гусениця являє собою гнучку масивну стрічку складної форми із виступами і отворами. Вона здійснює складний рух під дією приводів швидко змінюючи свою конфігурацію, адаптуючись до циліндричних поверхонь катків та дорожнього полотна. Зміни форми гусениці, її кінематичні параметри та навантаження описуються складними математичними моделями [9].

При дослідженнях кінематичних параметрів платформи доцільно застосувати двокомпонентну модель, одна частина якої описує рівномірний усталений рух гусениці в спрощених умовах, зокрема рух гусениці по рівній дорозі. Друга компонента визначає відхилення параметрів, що обумовлені особливостями дорожнього покриття. Модель має враховувати поведінку гусениці при дії відцентрових сил, що виникають при охопленні гнучкою стрічкою ведучого і веденого опорних катків.

В статичному стані гусениці вільно розміщуються на катках і утримуються їх ребордами та отворами перфорації виконаними у гусеницях в які входять виступи ведучого катка. При незначній швидкості руху гусениця прилягає до дорожнього покриття, повторюючи його форму. Це впливає із аналізу фотографій нерухомого комплексу та при його переміщенні із незначною швидкістю.

При русі роботизованого комплексу по пересіченій місцевості має місце взаємодія шасі із дорожнім полотном складної форми. Відповідно зміна форми нижньої і верхньої частини гусениці має невизначений характер і залежать від швидкості та параметрів поверхні. У реальних умовах наявне провисання верхньої частини гусениці, що відповідає криволінійній поверхні, а на нижній частині наявна незначна хвилястість.

При русі комплексу із значною швидкістю гусениця навантажена суттєвим динамічним зусиллям. Її верхня частина переміщується із більшою швидкістю ніж швидкість руху комплексу. Висока динаміка роботизованого комплексу стабілізує форму гусениці.

При швидких переміщеннях відбувається зміна форми гусениці, що викликано відцентровими силами, що виникають при її взаємодії із поверхнею опорних катків. Другою причиною підвищення зусилля натягу є взаємодія нижньої частини із нерівностями дорожнього покриття. Динамічні процеси руху визначаються взаємодією гусениць із поверхнею та масожорсткісними характеристиками шасі.

Конструкція шасі, що містить додаткові катки забезпечує покращення взаємодії із поверхнею та стабілізує конфігурацію гусениці в статичних і динамічних режимах. Платформа роботизованого комплексу має значну масу та жорстку рамну конструкцію. Гусениці виконані із еластичного матеріалу, мають поперечні ребра та отвори внаслідок чого рушії мають незначні показники жорсткості та характеризується суттєвими дисипативними властивостями.

Дорожнє покриття, по якому переміщується комплекс, як правило, є нерівним та деформується. Питома вага матеріалу гусениці та покриття є набагато меншою за середню питому вагу шасі. Об'єм гусениці та дорожнього покриття є несуттєвим. Тому інерційні сили, які виникають при зміні форми гусениці та дорожнього покриття, є незначними. Відповідно ними можна знехтувати при аналізі динамічних процесів роботизованого комплексу.

На основі представленого підходу розроблена математична модель динаміки гусеничного шасі. Запропонована модель включає жорстку платформу прямокутної форми з відповідною масою, що опирається на чотири основні та два проміжні катки які розташовані по вершинам прямокутника в точках $P_1 P_2 P_3 P_4$ (рис. 2).

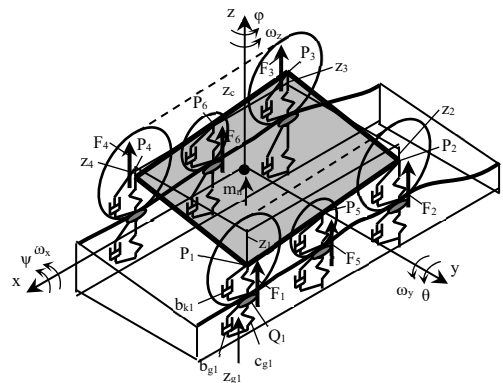


Рис. 2. Схема переміщення платформи обумовлених нерівностями дорожнього покриття та деформацією ґрунту під катками

У динамічній моделі платформа шасі подано у вигляді твердого тіла масою m_n , що має три ступені вільності. В якості цих ступенів вільності прийнято вертикальні переміщення центра мас платформи z_c та поперечно-кутові переміщення платформи ψ, θ відносно вісей координат x і y . Для опису вертикальних коливань платформи використаємо рівняння:

$$m_n \cdot \frac{d^2 z_c}{dt^2} = \sum_{i=1}^6 F_i, \quad (1)$$

де F_i – динамічні зусилля, які діють на платформу в точках опирання катків ($i = 1, 2, \dots, 6$).

Після перетворення рівняння по Лапласу одержимо:

$$Z_c(s) = \frac{1}{m_n s^2} \sum_{i=1}^6 F_i(s), \quad (2)$$

де $F_i(s)$ – зображення по Лапласу зусиль, які діють з боку всіх шести катків на шасі.

Дана операторна залежність подана у вигляді структурної математичної моделі (рис. 3).

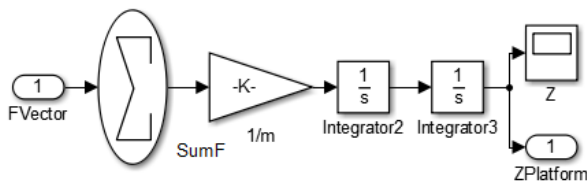


Рис. 3. Структурна модель для визначення вертикальних переміщень центра мас платформи

Зусилля, які діють на шасі з боку катків, враховують пружно-дисипативні властивості гусениці та дорожнього покриття. Зважаючи на незначну деформацію гусениці і покриття в першому наближенні використана лінійна пружно-дисипативна характеристика. Розглянемо схему деформацій гусениці та дорожнього полотна в області одного із катків (рис. 4).

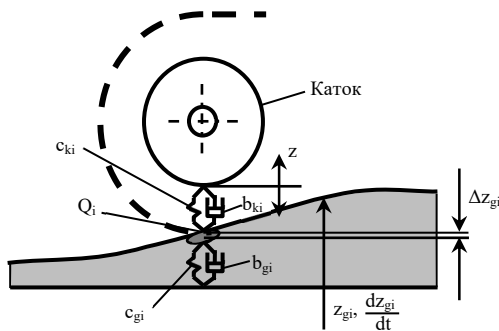


Рис. 4. Схема деформацій гусениці та дорожнього покриття в області опорного катка гусениці

Переміщення z_i опорного катка гусениці будуть залежати від нерівності дороги z_{gi} , деформацій гусениці, деформації дорожнього полотна Δz_{gi} , швидкості переміщення катка dz_i/dt , а також швидкості зміни профіля дорожнього полотна dz_{gi}/dt .

Динамічні зусилля F_i при деформації дорожнього полотна складуться:

$$F_i = c_{gi} \cdot \Delta z_{gi} + b_{gi} \left(\frac{d\Delta z_{gi}}{dt} - \frac{dz_{gi}}{dt} \right) + m_{gi} \left(\frac{d^2 \Delta z_{gi}}{dt^2} - \frac{d^2 z_{gi}}{dt^2} \right), \quad (3)$$

де c_{gi} – жорсткість дорожнього полотна при його зминанні під дією навантаження; b_{gi} – коефіцієнт опору зминанню дорожнього полотна.

Перетворимо дане співвідношення по Лапласу і одержимо:

$$F_i(s) = \Delta Z_{gi}(s) (c_{gi} + b_{gi}s + m_{gi}s^2) - (b_{gi}s + m_{gi}s^2 \cdot z_{gi}(s)). \quad (4)$$

Звідси знайдемо зображення по Лапласу динамічних деформацій дорожнього полотна:

$$\Delta Z_{gi}(s) = \frac{1 \cdot F_i(s)}{(c_{gi} + b_{gi}s + m_{gi}s^2)} + \frac{(b_{gi}s + m_{gi}s^2)}{(c_{gi} + b_{gi}s + m_{gi}s^2)} \cdot z_{gi}(s). \quad (5)$$

Диференціальне співвідношення, яке визначає пружно-дисипативний процес деформації гусениці записується у вигляді:

$$F_i = c_{Ki} \cdot (z_i - \Delta z_{gi}) + b_{Ki} \left(\frac{dz_i}{dt} - \frac{d\Delta z_{gi}}{dt} \right), \quad (6)$$

де c_{Ki} – жорсткість гусениці в області опорного катка; b_{Ki} – коефіцієнт опору опорного катка.

Перетворимо дане співвідношення по Лапласу:

$$F_i(s) = Z_i(s) (c_{Ki} + b_{Ki}s) - \Delta Z_{gi} (c_{Ki} + b_{Ki}s), \quad (7)$$

Підставимо у дане рівняння зображення по Лапласу динамічних деформацій дорожнього полотна та одержимо:

$$F_i(s) = \frac{(c_{Ki} + b_{Ki}s)(c_{gi} + b_{gi}s)}{c_{Ki} + c_{gi} + s(b_{Ki} + b_{gi})} \cdot Z_i(s) + \frac{b_{gi}s(c_{Ki} + b_{Ki}s)}{c_{Ki} + c_{gi} + s(b_{Ki} + b_{gi})} \cdot Z_{gi}(s). \quad (8)$$

У отриману залежність входять вертикальні переміщення платформи в точках, де розташовані опорні катки гусениці. Вони знаходяться із врахуванням переміщення центра мас платформи z_c та поперечно-кутових переміщень платформи відносно вісі $x - \psi$ та відносно вісі $y - \theta$. Нижче наведено залежності переміщень точок опирання катків $P_1 \dots P_6$ від зміни положення платформи:

- для точок P_1, P_2, P_5 : $Z_i = z_c + \psi B / 2 - \theta x_{pi}$,
- для точок P_3, P_4, P_6 : $Z_i = z_c - \psi B / 2 - \theta x_{pi}$.

Де B – ширина платформи визначена у вигляді відстані між точками опирання катків; x_{pi} – координати точок опирання катків у напрямку вісі x .

Враховуючи симетрію гусеничних рушіїв, прийнято: $x_{p1} = x_{p4}, x_{p2} = x_{p3}, x_{p5} = x_{p6}$.

Наведені лінійні залежності реалізовані у вигляді структурної математичної моделі (рис. 5).

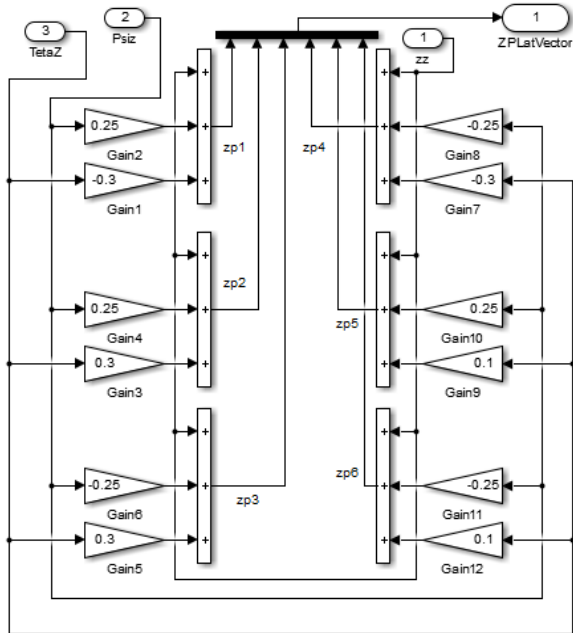


Рис. 5. Структурна модель для розрахунку поточних координат точок платформи

Динамічні зусилля F_i залежать від номінального профілю дорожнього полотна який встановлено окремим для кожної гусениці. Для катків відповідних точкам P_1, P_2, P_5 (ліва гусениця) профіль задано залежністю $z_{ge}(x)$, а для правої частини гусениці і точок P_4, P_3, P_6 профіль дороги задано залежністю $z_{gw}(x)$.

Ординати профілю відповідні різним точкам визначено із врахуванням зміщення по координаті та зміщенням у часі згідно співвідношення $x = V \cdot t$.

Для правої гусениці приймемо:

$$z_{g3}(x) = z_{gw}(x), z_{g3}(t) = z_{gw}(t),$$

$$z_{g6}(x) = z_{gw}(x - L_n), z_{g6}(t) = z_{gw}\left(t - \frac{L_n}{V}\right), \quad (9)$$

$$z_{g4}(x) = z_{gw}(x - L_K), z_{g4}(t) = z_{gw}\left(t - \frac{L_K}{V}\right).$$

де L_n – відстань між заднім та середнім опорними катками; L_K – відстань між крайніми катками.

Аналогічно для лівої гусениці:

$$z_{g2}(x) = z_{gl}(x), z_{g2}(t) = z_{gl}(t),$$

$$z_{g5}(x) = z_{gl}(x - L_n), z_{g5}(t) = z_{gl}\left(t - \frac{L_n}{V}\right), \quad (10)$$

$$z_{g1}(x) = z_{gl}(x - L_K), z_{g1}(t) = z_{gl}\left(t - \frac{L_K}{V}\right).$$

Наведені залежності подані у вигляді структурної схеми (рис. 6).

В дану структурну модель входять блоки призначені для обчислення ординат профілю колій дорожнього полотна в області правої та лівої гусениць. В загальному вигляді профілі колій описані полігармонічними залежностями з випадковими амплітудами, частотами і фазами.

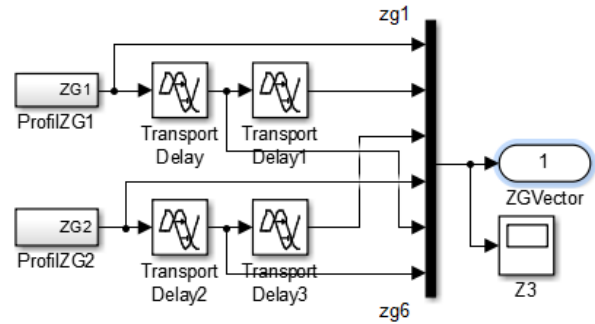


Рис. 6. Структурна математична модель призначена для обчислення координат профілю дорожнього полотна в областях розташування опорних катків гусениці

На основі отриманих залежностей побудована математична модель визначення динамічних зусиль, що діють на платформу (рис. 7).

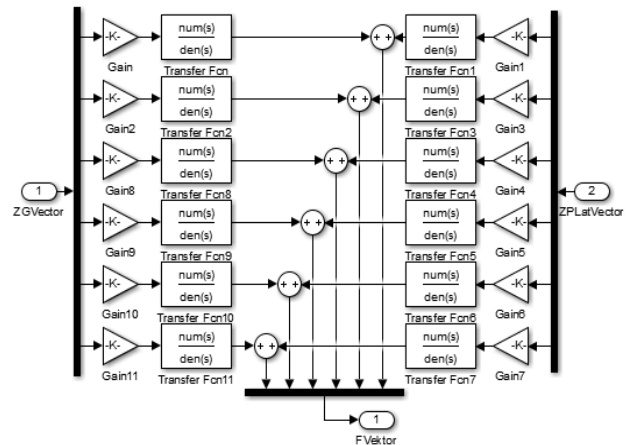


Рис. 7. Структурна схема для визначення динамічних зусиль, що діють на платформу з боку опорних катків

Кількість катків рухомої платформи роботизованого комплексу суттєво впливає на його динамічні параметри. Рівень коливань при переміщенні по пересіченій місцевості залежить від характеристик поверхні та кількості точок опори. Отримані залежності та математичні моделі дають можливість знайти параметри поперечно-кутових переміщень платформи. Результати розрахунків можуть бути застосовані у складі

системи керування. Врахування особливостей робочих процесів роботизованого комплексу, що містить маніпулятор дозволяє суттєво підвищити точність при переміщенні об'єктів [10].

Результати дослідження лінійних та кутових коливань рухомої платформи

Визначення поперечно-кутових переміщень платформи роботизованого комплексу потребує застосування спеціалізованого математичного апарату. Для аналізу переміщень платформи у динаміці використаємо систему рівнянь сферичного руху:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{L} = \vec{M} \quad (11)$$

де \vec{L} – вектор кінетичного моменту платформи; $\vec{\omega}$ – вектор кутової швидкості платформи; \vec{M} – вектор головного моменту сил, що діє на платформу.

Кінетичний момент, який входить в формулу (11) дорівнює добутку тензора інерції I_{ij} на вектор кутової швидкості:

$$\vec{L} = I \cdot \vec{\omega} \quad (12)$$

У проєкціях на осі координат, рівняння сферичного руху платформи:

$$\begin{cases} \frac{dL_x}{dt} + \omega_y L_z - \omega_z L_y = M_x, \\ \frac{dL_y}{dt} + \omega_z L_x - \omega_x L_z = M_y, \\ \frac{dL_z}{dt} + \omega_x L_y - \omega_y L_x = M_z. \end{cases} \quad (13)$$

Де M_x, M_y, M_z – проєкції головного моменту зовнішніх сил які діють на платформу відносно осей координат x, y, z ; $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ – проєкції кутової швидкості платформи при її сферичному русі.

Проєкції кінетичного моменту L_x, L_y, L_z знаходяться із (12) у вигляді:

$$\begin{cases} L_x = I_{xx}\omega_x - I_{xy}\omega_y - I_{zx}\omega_z; \\ L_y = -I_{xy}\omega_x + I_{yy}\omega_y - I_{yz}\omega_z; \\ L_z = -I_{zx}\omega_x - I_{zy}\omega_y + I_{zz}\omega_z. \end{cases} \quad (14)$$

Коефіцієнти у даних залежностях є компонентами тензора інерції платформи [7]:

$$(I_{ij}) = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Поперечно-кутові переміщення шасі відносно вісі z є незначними у порівнянні з переміщеннями

навколо вісей x і y , що дозволяє ними знехтувати. Відповідно в системі рівнянь сферичного руху $\omega_z = 0$. Тоді:

$$\begin{cases} \frac{dL_x}{dt} + \omega_y L_z = M_x \\ \frac{dL_y}{dt} - \omega_x L_z = M_y \\ \frac{dL_z}{dt} + \omega_x L_y - \omega_y L_x = 0 \end{cases} \quad (16)$$

Проєкції кінетичного моменту, які входять в дану систему, визначені залежностями:

$$\begin{cases} L_x = I_{xx}\omega_x - I_{xy}\omega_y \\ L_y = -I_{xy}\omega_x + I_{yy}\omega_y \\ L_z = -I_{zx}\omega_x - I_{zy}\omega_y. \end{cases} \quad (17)$$

Підставимо значення проєкцій кінетичного моменту у рівняння системи (16) і одержимо:

$$I_{xx} \frac{d\omega_x}{dt} - I_{xy} \frac{d\omega_y}{dt} - \omega_y \omega_x I_{zx} - \omega_y^2 I_{zy} = M_x \quad (18)$$

$$-I_{xy} \frac{d\omega_x}{dt} + I_{yy} \frac{d\omega_y}{dt} + \omega_x^2 I_{zx} + \omega_x \omega_y I_{zy} = M_y \quad (19)$$

Одержані залежності є нелінійними і включають змінні у другій степені та їх добутки. Виконаємо лінеаризацію виразів $\omega_x^2, \omega_y^2, \omega_x \omega_y$ шляхом їх розкладу в ряди в околиці $\omega_x = 0, \omega_y = 0$. При цьому замість дотичних в точці розкладу використаємо січні. Відповідно:

$$\begin{cases} \omega_x^2 \approx \omega_x \cdot 2\omega_x I_0, \quad \omega_y^2 \approx \omega_y \cdot 2\omega_y I_0, \\ \omega_x \omega_y = \omega_x \cdot \omega_y I_0 + \omega_y \cdot \omega_x I_0, \end{cases} \quad (20)$$

Введемо коефіцієнти $k_x = \omega_x I_0, k_y = \omega_y I_0$, що містять постійні значення кутових швидкостей які є осередненими величинами кутових швидкостей. Із врахуванням лінеаризації рівняння набудуть вигляду:

$$\begin{cases} I_{xx} \frac{d\omega_x}{dt} - I_{xy} \frac{d\omega_y}{dt} - k_y I_{zx} \omega_x - k_x I_{zx} \omega_y - 2k_y I_{zy} \omega_y = M_x \\ -I_{xy} \frac{d\omega_x}{dt} + I_{yy} \frac{d\omega_y}{dt} + 2k_x I_{zx} \omega_x + k_y I_{zy} \omega_x + k_x I_{zy} \omega_y = M_y \end{cases} \quad (21)$$

Перетворимо дану систему рівнянь по Лапласу і одержимо в зображеннях по Лапласу:

$$\begin{cases} (I_{xx}s - k_y I_{zx})\omega_x(s) - (I_{xy}s + k_x I_{zx} + 2k_y I_{zy})\omega_y(s) = M_x(s) \\ (-I_{xy}s + 2k_x I_{zx} + k_y I_{zy})\omega_x(s) + (I_{yy}s + k_x I_{zy})\omega_y(s) = M_y(s) \end{cases} \quad (22)$$

Розв'яжемо дану систему рівнянь відносно $\omega_x(s), \omega_y(s)$ для чого введемо позначення:

$$A_x = I_{xx}s - K_y I_{zx}, B_x = -I_{xy}s - 2K_x I_{zx} + I_{zy},$$

$$A_y = -(I_{xy}s + K_x I_{zx} + 2K_y I_{zy}), B_y = I_{yy}s + K_x I_{zy}. \quad (23)$$

У результаті розв’язання отримаємо:

$$\omega_x(s) = \frac{\begin{vmatrix} M_x(s) & A_y \\ M_y(s) & B_y \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_x & A_y \\ B_x & B_y \end{vmatrix}}, \quad \omega_y(s) = \frac{\begin{vmatrix} A_x & M_x(s) \\ B_x & M_y(s) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_x & A_y \\ B_x & B_y \end{vmatrix}},$$

$$\omega_x(s) = \frac{B_y M_x(s)}{A_x B_y - A_y B_x} - \frac{A_y M_y(s)}{A_x B_y - A_y B_x},$$

$$\omega_y(s) = \frac{-B_x M_x(s)}{A_x B_y - A_y B_x} + \frac{A_x M_y(s)}{A_x B_y - A_y B_x}. \quad (24)$$

Враховуючи дані вирази, визначимо операторні залежності між моментними навантаженнями та кутовими переміщеннями платформи:

$$\omega_x(s) = W_{\omega x M_x}(s) \cdot M_x(s) + W_{\omega x M_y}(s) \cdot M_y(s), \quad (25)$$

$$\omega_y(s) = W_{\omega y M_x}(s) \cdot M_x(s) + W_{\omega y M_y}(s) \cdot M_y(s).$$

Передавальні функції, що входять в праві частини залежностей визначено виразами:

$$W_{\omega x M_x}(s) = \frac{B_y}{A_x B_y - A_y B_x}, \quad W_{\omega x M_y}(s) = \frac{-A_y}{A_x B_y - A_y B_x},$$

$$W_{\omega y M_x}(s) = \frac{-B_x}{A_x B_y - A_y B_x}, \quad W_{\omega y M_y}(s) = \frac{A_x}{A_x B_y - A_y B_x}. \quad (26)$$

Знаменники передавальних функцій визначено залежністю:

$$A_x B_y - A_y B_x = (I_{xx}s - k_y I_{zx})(I_{yy}s + k_x I_{zy}) +$$

$$(I_{xy}s + k_x I_{zx} + 2k_y I_{zy})(-I_{xy}s + 2k_x I_{zx} + k_y I_{zy}) \quad (27)$$

Між кутовими швидкостями і кутовими переміщеннями наявні диференціальні залежності:

$$\omega_x = \frac{d\psi}{dt}, \quad \omega_y = \frac{d\theta}{dt}.$$

Після перетворення даних співвідношень по Лапласу, одержимо:

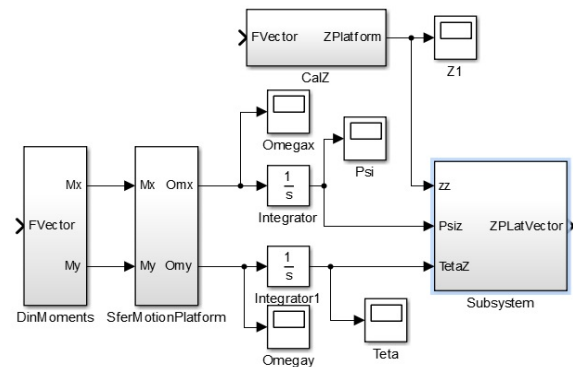
$$\psi(s) = \frac{\omega_x(s)}{s}, \quad \theta(s) = \frac{\omega_y(s)}{s}. \quad (28)$$

Знайдені залежності реалізовані у вигляді блок-схеми (рис. 8).

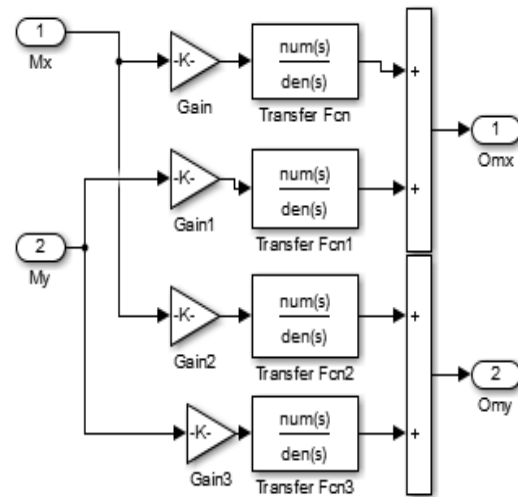
Лінеаризовані рівняння сферичного руху платформи є наближеними. Математична модель сферичного руху платформи потребувала додаткової перевірки. Саме тому було проведено її апробацію при подачі на вхід сигналів, що відповідають реальним умовам

функціонування роботизованого комплексу. Для цього виконувалося моделювання поперечно-кутових переміщень платформи під дією ступінчастого вхідного сигналу, що відповідало ступінчастій зміні моменту:

$$M_x = M_0 \cdot 1(t). \quad (29)$$



a



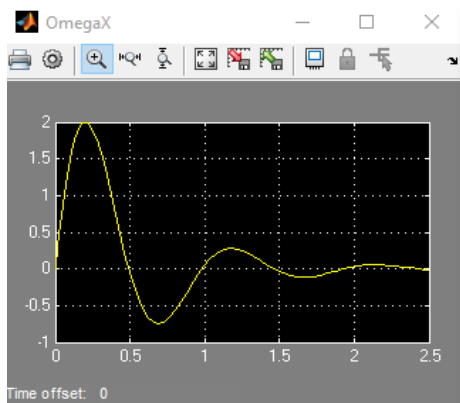
б

Рис. 8. Блок-схеми для визначення кутових швидкостей та кутових переміщень платформи (а) та структура блока відповідна лінеаризованим рівнянням сферичного руху платформи (б)

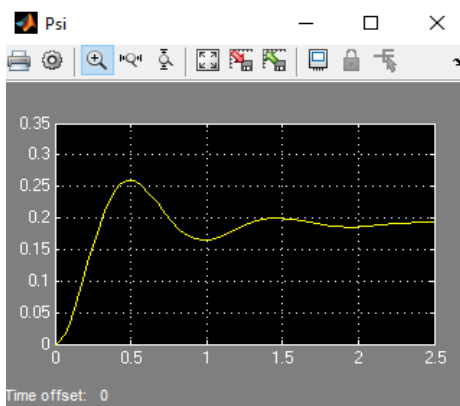
Розглянутий режим роботи характеризує типовий випадок ударної взаємодії платформи із нерівностями дорожнього полотна. У результаті застосування моделі визначено зміни кутової швидкості платформи та кута її повороту навколо вісі *x* (рис. 9).

Подібні результати отримуються при визначенні параметрів поперечно-кутових переміщень відносно вісі *y*. Отримані дані підтвердили достовірність припущень та доречність застосування спрощених залежностей при розробленні математичної моделі сферичних рухів платформи наземного роботизованого комплексу. Розроблена математична може бути використана для вирішення зворотної задачі, зокрема для знаходження

крутних моментів за поперечно-кутовими переміщеннями платформи.



а



б

Рис. 9. Розрахункові значення кутової швидкості повороту платформи навколо вісі x (а) та зміни кутового положення платформи (б) при ступінчастій зміні крутного моменту відносно вісі x

Висновки

1. Кінематичні параметри платформи роботизованого комплексу, зокрема тип шасі та кількість катків у повній мірі визначають особливості динамічних процесів системи та дозволяють розробити її математичну модель. При застосуванні моделі можна враховувати поперечно-кутові переміщення платформи лише у двох площинах.

2. Числові параметри, що характеризують взаємодію катків із поверхнею дають змогу провести аналіз динаміки платформи та визначити числові характеристики коливальних процесів. У результаті досліджень встановлено, що кількість точок опори є визначальним фактором, що впливає на поперечно-кутові переміщення шасі.

3. Вхідними даними для моделювання є конструктивні параметри рухомої платформи та характеристики поверхні по якій переміщується роботизований комплекс. Числові значення перехідних процесів визначаються початковими даними та коефіцієнтами математичної моделі. Отримані у результаті досліджень рівняння дають можливість вирішити пряму та зворотну задачі при моделюванні, що надає ряд переваг, зокрема дозволяє здійснити перевірку моделі.

4. Застосування розробленої динамічної моделі показало, що розрахунки поперечно-кутових переміщень платформи на основі лінеаризованих рівнянь сферичного руху відповідають фізичній суті задачі, причому алгоритм забезпечує отримання достатньо точних результатів. Математична модель роботизованого комплексу надає можливість врахувати коливальні процеси та мінімізувати їх рівень, зокрема шляхом врахування робочих процесів при проектуванні. Використати розроблених математичних моделей у складі системи управління, що забезпечує керування демпферними пристроями дозволить значно покращити динамічні характеристики рухомої платформи.

References

- [1] Jun Qian *et al.*, “The design and development of an omni-directional mobile robot orientated to an intelligent manufacturing system”, *Sensors*, 17, 2073, 2017. DOI: 10.3390/s17092073
- [2] T. Kot & P. Novak, “Application of virtual reality in teleoperation of the military mobile robotic system TAROS”, *International journal of advanced robotic systems*, 1–6, January-February, 2018. DOI: 10.1177/2F1729881417751545
- [3] L. Rybak *et al.*, “Computer-Aided Modeling of Dynamics of Manipulator-Tripod with Six Degree of Freedom”, *World Applied Sciences Journal*, No. 25(2), pp. 341–346, 2013.
- [4] Xiaogeng Jiang & Robert J. Cripps, “A method of testing position independent geometric errors in rotary axes of a five-axis machine tool using a double ball bar”, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 89, pp. 151–158, 2015. DOI: 10.1016/j.ijmachtools.2014.10.010
- [5] Li Baoquan *et al.*, “Model-Free Unified Tracking and Regulation Visual Servoing of Wheeled Mobile Robots”, *Journal Sensors and Actuators A: Physical, IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 24(4), pp. 1328–1339, 2016. DOI: 10.1109/TCST.2015.2495234
- [6] V.B. Strutynsky, A.A. Hurzhi, O.V. Kolot and V.E. Polunichev, “Determination of development grounds and characteristics of mobile multi-coordinate robotic machines for materials machining in field conditions”, *Scientific Bulletin of the National Mining University*, No. 5 (155), pp. 43–51, 2016.
- [7] P.O. Kirichok, S.V. Strutynsky & V.G. Olynyk, *Spetsialni metody naukovykh doslidzhen*. Artek, 2016.

- [8] S.V. Strutynskiy and A.A. Hurzhii, "Definition of vibro displacements of drive systems with laser triangulation meters and setting their inte-gral characteristics via hyper-spectral analysis methods", *Scientific Bulletin of the National Mining University*, No. 1, pp. 43–51, 2017.
- [9] S. Strutynskiy, V. Kravchuk & R. Semenchuk, "Mathematical modelling of a specialized vehicle caterpillar mover dynamic processes under condition of the distributing the parameters of the caterpillar", *International Journal of Engineering & Techology*, 7(4/3), pp. 40–46, 2018. DOI: 10.14419/ijet.v7i4.3.19549
- [10] S. Strutynskiy & R. Semenchuk, "Investigation of the accuracy of the manipulator of the robotic complex constructed on the basis of cycloidal transmission", *Technology audit and production reserves*, 4(1(61)), pp. 6–14, 2021. DOI: 10.15587/2706-5448.2021.237326

Study of linear and angular oscillations of the moving platform of the ground robotic complex

S. Strutynskiy¹, R. Semenchuk¹

¹ Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute, Kyiv, Ukraine

Abstract. Modern ground robotic complexes have a significant speed, which leads to the occurrence of vibrations of the platform and the manipulator. The problem is to develop highly efficient vehicles that take into account dynamic processes, and their impact is minimized by constructive solutions and dampers.

The purpose of the work is to study the dynamics of the moving platform of the robotic complex and establish its dynamic parameters. At the same time, it is necessary to determine the characteristics of oscillatory processes, in particular, linear and cross-angular movements of the platform.

A dynamic model of the platform has been developed. It has three degrees of freedom and takes into account the working processes of caterpillars and rollers. The calculation scheme has six points of support on the surface. The method is based on finding the position of the rollers determined by the profile of the road surface. The elastic-dissipative properties of the track and the surface are taken into account in the model. A research of the platform during its movement on a surface with a complex profile was carried out. Polyharmonic dependencies with random parameters are used to describe it.

The developed model determine the dynamic characteristics of the robotic platform during its interaction with irregularities of arbitrary shape. Based on the found equations of spherical motion, mathematical modeling of work processes was carried out, angular coordinates and angular speeds of platform rotation were determined.

The results of modeling the spherical movement of the platform correspond to the physical essence of work processes. These data are necessary for studying the dynamics of the manipulator of the mobile robotic complex. Minimization of platform oscillations improves the characteristics of ground robotic complexes moving at a high speed.

Keywords: vehicle; caterpillar; frequencies; mathematical model; transient processes; oscillations.
