

Визначення стану плинності по зміні знаку деформації

М.М. Тормахов¹

Received: 24 February 2023 / Revised: 25 September 2023 / Accepted: 10 October 2023

Анотація. При пропорційному навантаженні елемента тіла його по-різному орієнтовані матеріальні волокна можуть знаходитися в стані розтягу, стиску або не змінювати своєї довжини. Напрямок матеріальних волокон, які не змінюють своєї довжини, є нейтральним. Цей напрям є лінією поділу між напрямками, в яких волокна стискаються та тими, що розтягуються. В межах границі плинності нейтральний напрям не змінює своєї орієнтації відносно матеріальних волокон, а поза цією границею відбувається його поворот. Окремі матеріальні волокна, нахил яких близький до нейтрального, при цьому змінюють знак свого деформування і ця зміна свідчить про досягнення елементом тіла стану плинності.

Запропонований спосіб визначення стану плинності продемонстровано на прикладі одновісного напруженого стану. Немонотонність деформування матеріальних волокон, що орієнтовані близько до нейтрального напрямку підтверджена розрахунками та експериментами на розтяг циліндричних зразків.

Використання запропонованого способу визначення стану плинності матеріалу при пропорційному навантаженні дозволяє фіксувати набуття цього стану без вимірювання величин деформацій чи напружень лише по зміні знаку деформації матеріальних волокон, орієнтованих близько до нейтрального напрямку.

Ключові слова: стан плинності, пропорційне навантаження, немонотонність деформування, матеріальні волокна.

Вступ

В елементах конструкцій будівель, машин та механізмів, що виготовлені з пластичних матеріалів, можуть виникати залишкові деформації [1].

В теорії плинності вважають, що елемент конструкції досяг цього стану тоді, коли деформації в ньому зростають при постійній величині напружень або коли залишкові деформації досягають величини 0,2% [1]. Щоб визначити в таким чином наявність стану плинності треба одночасно вимірювати напруження та деформації в елементі конструкції та будувати залежність між цими величинами, або періодично розвантажувати конструкцію і вимірювати в ній залишкові деформації, що технічно не завжди можливо.

Наявність стану плинності можна встановити порівнюючи величину напружень чи деформацій в елементі конструкції з їх граничними значеннями [2]. Але величина граничних значень напружень чи деформацій залежить від виду напруженого стану [3–7], швидкості деформування [8, 9], температури [10], термообробки [11], історії навантажень елемента конструкції [12] та інших факторів. Цей метод не є надійним, бо врахувати всі ці чинники досить складно.

Досягнення границі плинності можна встановити термоелектричним методом [13]. Але його можна застосовувати лише в динамічних, адіабатичних процесах навантаження.

Однією з ознак переходу від пружного до пружно-плинного стану матеріалу є зміна коефіцієнту поперечної деформації в процесах одновісного розтягнення та стискання [14]. В межах границі плинності цей коефіцієнт є сталою величиною, а за цією межею він зростає, наближаючись до 0,5. Вимірюючи коефіцієнт поперечної деформації можна визначити стан елемента конструкції. Недоліком цього способу є те, що він може бути застосований лише при одновісному напруженому

✉ М.М. Тормахов
n.n.tormakhov@gmail.com

¹ Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка Національної академії наук України, Київ, Україна

стані, потребує вимірювання головних деформацій та обчислення коефіцієнта поперечної деформації.

Актуальність дослідження полягає в необхідності моніторингу стану плинності в елементах конструкцій, які виготовлені з пластичних матеріалів і в яких не припустима поява залишкових деформацій.

Метою роботи є створення ефективної методики визначення стану елемента конструкції в процесі простого (пропорційного) навантаження.

Результати дослідження

В роботах [15] на основі геометричного аналізу процесу пропорційного навантаження було показано, що незалежно від фізичної природи матеріалу його пропорційне деформування можливе лише для пружного тіла при малих деформаціях. Покажемо, що в процесі пропорційного навантаження, деформування деяких матеріальних волокон відбувається немонотонно і зміна знаку деформації цих волокон може слугувати ознакою переходу матеріалу від пружного до пружно-плинності стану. Під поняттям “матеріальні волокна” ми розуміємо лінії, що з’єднують сусідні матеріальні частинки і деформуються в процесі навантаження спільно із навколишнім середовищем.

При пропорційному навантаженні, в залежності від своєї орієнтації матеріальні волокна елемента тіла можуть знаходитися в стані розтягу, стиску або взагалі не змінювати своєї довжини. Напрямок матеріальних волокон, які не змінюють своєї довжини, є напрямом, який поділяє напрями матеріальних волокон, що стискаються та розтягуються, і його можна назвати нейтральним. В межах пружності нейтральний напрям не змінює свого напрямку відносно матеріальних волокон, а за його межею відбувається його поворот. Окремі матеріальні волокна, нахил яких близький до нейтрального, при пропорційному навантаженні можуть змінювати знак свого деформування. Отже, зміна знаку деформації цих матеріальних волокон може свідчити про досягнення елементом тіла стану плинності. Розглянемо цей спосіб визначення стану матеріалу на прикладі одновісного навантаження елемента тіла за допомогою розрахунково-експериментального методу [16].

Деформацію матеріального волокна ε_α , який орієнтовано під кутом α відносно вектора одновісного навантаження, можна обчислити за формулою [2]:

$$\varepsilon_\alpha = \varepsilon_x \cos^2 \alpha - \varepsilon_y \cos^2 (90 - \alpha), \quad (1)$$

де ε_x , ε_y – повздовжні та поперечні деформації. Якщо поперечну деформацію записати через повздовжню та коефіцієнт поперечної деформації ν , то в (1) ми отримаємо:

$$\varepsilon_\alpha = \varepsilon_x (\cos^2 \alpha - \nu \cos^2 (90 - \alpha)), \quad (2)$$

Привірюючи деформацію ε_α в (2) нулеві та розв’язуючи цей вираз відносно кута α ми отримаємо орієнтацію нейтрального напрямку α_n відносно вектора навантаження

$$\alpha_n = \arctg(1/\nu^{0.5}). \quad (3)$$

В табл. 1 подано величини кутів нахилу нейтрального напрямку α_n відносно вектора одновісного навантаження для різних значень коефіцієнта поперечної деформації ν , які розраховано по (3).

Таблиця 1. Величини кутів нейтрального напрямку α_n для різних значень коефіцієнтів поперечної деформації ν

| ν | 0,28 | 0,3 | 0,34 | 0,42 | 0,45 | 0,5 |
|-------------------|------|------|------|------|------|------|
| α_n , град | 62,1 | 61,3 | 59,8 | 57,1 | 56,1 | 54,7 |

Якщо, наприклад, в межах границі плинності коефіцієнт поперечної деформації дорівнює 0,28, то матеріальні волокна, що розташовані під кутом більшим $62,1^\circ$ відносно вектора осьового навантаження, стискаються, а ті, що орієнтовані під кутом меншим ніж $62,1^\circ$, – розтягуються. Якщо після переходу елемента тіла в пружно-плинний стан, коефіцієнт поперечної деформації стає рівним 0,45, то нейтральним вже стає напрям, який орієнтовано під кутом $56,1^\circ$.

Знаючи з експерименту на розтяг або стиск величини повздовжньої ε_x та поперечної деформації ε_y , можна по (1) розрахувати деформацію матеріальних волокон ε_α для різних кутів нахилу матеріальних волокон α .

В якості прикладу розглянемо експеримент на розтяг вуглецевої конструкційної сталі 30, що має площадку плинності [14]. На рис. 1 подано залежності осьового напруження σ , коефіцієнта ν та деформацій ε_α від повздовжньої деформації ε_x . Можна бачити, що сталь 30 досягає площадки плинності при деформації $\varepsilon_x = 0,0035$. В границях границі пружності коефіцієнт ν для цієї сталі дорівнює 0,3, а при $\varepsilon_x = 0,015$ стає рівним 0,46. Матеріальні волокна, що орієнтовані під кутом $\alpha = 55^\circ$ та меншим від нього, як в стані пружності, так і в стані пружно-плинності постійно знаходяться в розтязі, а ті, що орієнтовані під кутом $\alpha = 62^\circ$ та більшим від нього, стискаються. Матеріальні волокна, що орієнтовані в проміжку між 56° та 62° , при переході від пружності до пружно-плинності змінюють знак свого деформування від розтягу до стиску. Отже, слідкуючи за зміною знаку деформації матеріальних волокон, що розташовані в проміжку між 56° та 62° , можна встановити в пружному чи пружно-плинному стані знаходиться елемент тіла.

Розглянемо в якості прикладу розтяг зразків з левованої сталі X18H10T, яка може деформуватися до великих деформацій і не має площадки плинності [17].

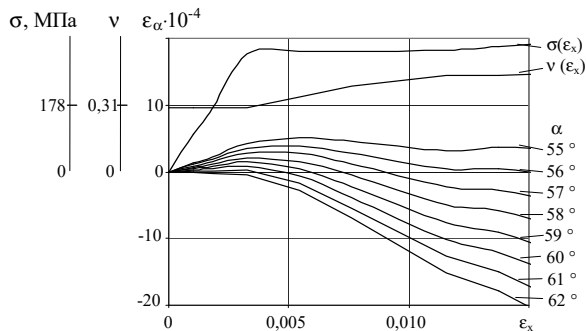


Рис. 1. Осьове напруження σ , коефіцієнт поперечної деформації ν та деформація ϵ_α в залежності від повздовжньої деформації ϵ_x для сталі 30

На рис. 2 подано залежності осьового напруження σ , коефіцієнта ν та деформації ϵ_α від повздовжньої деформації ϵ_x при розтязі зразків з цієї сталі.

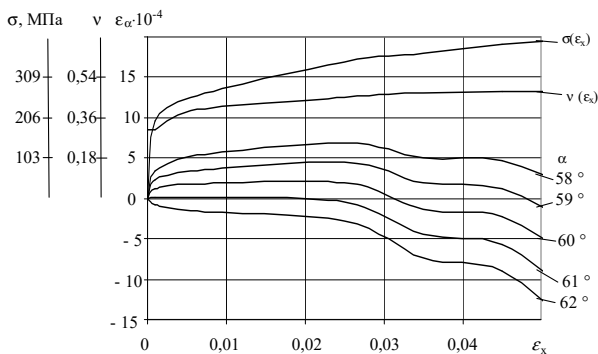


Рис. 2. Осьове напруження σ , коефіцієнт поперечної деформації ν та деформація ϵ_α в залежності від повздовжньої деформації ϵ_x для сталі X18H10T

В границях плинності коефіцієнт поперечної деформації ν для цієї сталі дорівнює 0,3, а при деформації $\epsilon_x = 0,05$ його величина досягає 0,46. Матеріальні волокна, що орієнтовані під кутами меншими 58° і більшими 62° перебувають, відповідно, в стані розтягу чи стиску і не змінюють знаку деформації як в стані пружності, так і в пружноплинному стані. Матеріальні волокна, що орієнтовані в проміжку між кутами 58° та 62° , спочатку видовжуються а потім стискаються.

Таким чином, згідно наведеним розрахункам процес деформування матеріальних волокна, що орієнтовані в околі нейтрального напрямку при переході від пружного до пружноплинного стану матеріалу є немо-

тонним. Ефект зміни знаку деформації окремих матеріальних волокон було перевірено в експерименті.

Експериментальна перевірка немонотонності деформування

Експеримент на розтяг виконували із зразками зі сталі X18H10T, які зображено на рис. 3. В середній частині зразка під кутом α до його осі за допомогою клею ціакрін було закріплено фольговий тензорезистор 2ФКПА - 3-100ХВ. Тензорезистор при деформуванні зразка змінює свій електричний опір R_ϵ [18]:

$$R_\epsilon = R_{\epsilon 0} (1 + \mu e_\alpha), \tag{4}$$

де $R_{\epsilon 0}$, $\mu = 2,13$ – початковий опір та коефіцієнт чутливості тензорезистора.

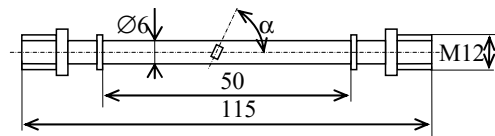


Рис. 3. Зразок зі сталі X18H10T

Тензорезистор R_ϵ було включено в неврівноважену мостову схему, яку зображено на рис. 4 [19]. Мостова схема складається з резисторів R_1 , R_3 , балансувального резистора R_2 та тензорезистора $R_{\epsilon 0}$. До однієї діагоналі мосту було приєднано джерело стабілізованої напруги U , а до другої – мілівольтметр МВ. Значення величин електричного опору тензорезисторів та напруження U подано в таблиці 2.

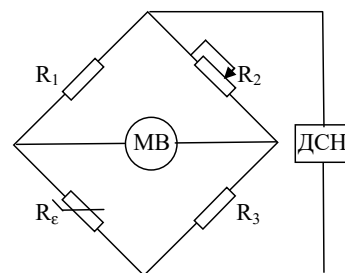


Рис. 4. Неврівноважена мостова схема

Таблиця 2. Параметри мостової схеми

| R_1 , Ом | R_2 , Ом | R_3 , Ом | $R_{\epsilon 0}$, Ом | U , В |
|------------|------------|------------|-----------------------|---------|
| 1650 | 1650 | 100 | 100 | 30 |

Електричну напругу U_p на мілівольтметрі МВ можна вирахувати за наступною формулою [19]

$$U_p = \frac{UR_p(R_\epsilon R_1 - R_2 R_3)}{R_p(R_\epsilon + R_2)(R_1 + R_3) + R_1 R_3(R_2 + R_\epsilon) + R_2 R_\epsilon(R_1 + R_3)} \quad (5)$$

Підставляючи в (4) окремі значення ϵ_α , а розраховані по (4) величини електричного опору тензорезистора R_ϵ в (5), отримуємо для даної мостової схеми залежність $\epsilon_\alpha(U_p)$, яку на рис. 5 зображено точками.

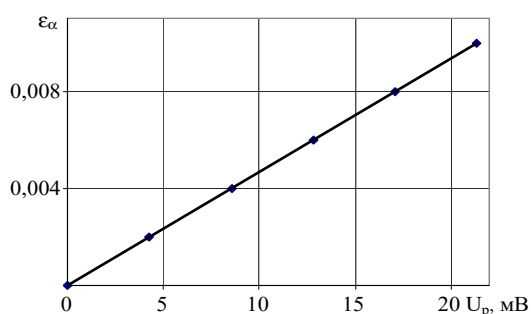


Рис. 5. Залежність деформації ϵ_α від електричної напруги U_p

Залежність $\epsilon_\alpha(U_p)$, що отримана з рівнянь (4) та (5), близька до лінійної і її апроксимували виразом

$$\epsilon_\alpha = 4,68 \times 10^{-4} U_p. \quad (6)$$

Залежність (6) зображено на рис. 5 лінією.

Випробування на розтяг зразків зі сталі X18H10T проводили на машині ZDM 5. Було проведено 8 випробувань зразків з різними кутами α орієнтації тензорезистора. Вимірювання кута α проводили за допомогою великого інструментального мікроскопа. Зразок зі сталі X18H10T розтягували за межі границі плинності та реєстрували в процесі навантаження зусилля розтягу та електричну напругу U_p . Користуючись апроксимацією (6) по отриманим в експерименті величинам U_p , було розраховано деформацію ϵ_α , а по величинам зусилля розтягу - осьові напруження σ .

На рис. 6 подано результати експерименту на розтяг зразка з тензорезистором, який було приклеєно під кутом $\alpha = 58^\circ$. Лінією зображено експериментально отриману та розраховану по (6) залежність деформації $\epsilon_\alpha(\epsilon_x)$. Точками подано цю ж залежність, що була розрахована по формулі (1) для $\alpha = 58^\circ$. Розсіювання

даних при обчислення ϵ_α по формулі (1) викликано зростанням похибки, яка виникає через те, що результат розрахунку має величину на два порядки менші ніж величини ϵ_x та ϵ_y . Можна бачити, що дані експерименту на розтяг та результати розрахунку по формулі (1) добре співпадають, що підтверджує припущення про немонотонність деформування окремих матеріальних волокон при розтязі зразка.

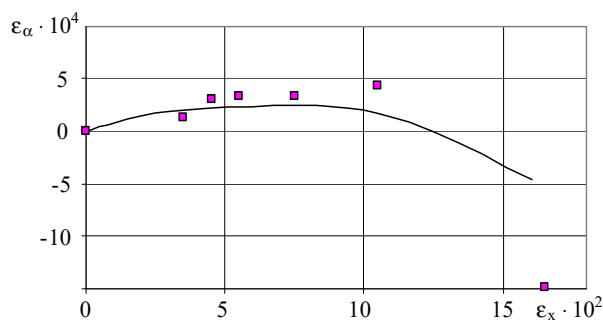


Рис. 6. Експериментальна (лінія) та теоретична (точки) залежності $\epsilon_\alpha(\epsilon_x)$

Висновки

В процесі пропорційного навантаження в залежності від своєї орієнтації матеріальні волокна елемента тіла можуть знаходитися в стані розтягу, стиску або взагалі не змінювати своєї довжини. Напрямок матеріальних волокон, які не змінюють своєї довжини, є нейтральним. Розрахунки, що були виконані на основі даних експериментів на розтяг зразків зі сталі 30 та сталі X18H10T, продемонстрували немонотонність деформування матеріальних волокон, орієнтація яких близька до нейтрального напрямку при переході від пружного до пружноплинного стану. Результати розрахунків було підтверджено в експерименті на розтяг зразків з сталі X18H10T. Співставлення результатів експерименту та розрахунку показало принципову та технічну можливість застосування ефекту зміни знаку деформації матеріальних волокон, що орієнтовані під кутами близькими до нейтрального напрямку для моніторингу стану плинності в елементі тіла. Використання запропонованого способу визначення стану плинності матеріалу дозволяє фіксувати цей стан без вимірювання величини деформації чи напружень тільки по зміні знаку деформації матеріальних волокон.

References

- [1] A.A. Lebedev, B.I.Kovalchuk, F.F. Giginyak and V.P. Lamashevsky, *Mechanicheskie svojstva konstrukcionnyh materialov pri slozhnom napryazhennom sostojanii: Spravochnik* [Mechanical properties of structural materials under complex stress state: Handbook], A.A. Lebedev Ed., Naukova dumka, Kiev, Ukraine, 1983.

- [2] G.S. Pysarenko, A.P. Yakovliev and V.V. Matveev, *Spravochnyk po soprotivleniu materialov* [Handbook of Strength of Materials], G.S. Pysarenko Ed., Naukova dumka, Kiev, Ukraine, 1988.
- [3] N.N. Tormakhov, "Yield limit dependence of titanite alloy VT14 from the stress state parameters," *Mechanics and Advanced Technologies*, vol. 76, no. 3, pp. 91–97, 2018. DOI: 10.20535/2521-1943.2018.84.127194
- [4] N.N. Tormakhov, "Geometric interpretation of parameters of the stress state mode," *Zbirn. nauk. prac' Dniprodzerzhins'kogo derzh. tehn. universitetu, Dniprodzerzhins'k*, 1 (26), appl. 2, pp. 54–61, 2015.
- [5] O.V. Tymoshenko, V.V. Koval and R.V. Kravchuk, "Influence of the stress state mode on the critical value of fracture for constructive materials at elastic-plastic deformation," *Visnik NTUU«KPI». Mashinobuduvannya*, 63, pp. 103–107, 2011.
- [6] G. Rousselier, "Lode-dependent second porosity in porous plasticity for shear-dominated loadings," *Int. J. of Plasticity*, vol. 159, December, 2022. DOI: 10.1016/j.ijplas.2022.103446
- [7] M. Ganjiani and M. Homayounfar, "Development of a ductile failure model sensitive to stress triaxiality and Lode angle," *Int. J. of Solids and Structures*, vol. 225, 2021. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2021.111066
- [8] C.B. Finfrook, M.M. Thrun and D. Bhattacharya, "Strain rate dependent ductility and strain hardening in Q&P steels," *Metall Mater Trans A.*, vol. 52, pp. 928–942, 2021. DOI: 10.1007/s11661-020-06127-y
- [9] V.V. Skripniak, "Mechanical behavior of CP-Ti at high strain rates and under stress triaxiality," *Eng. Fracture Mechanics*, vol. 274, October. 12(8), 1300, 2022. DOI: 10.3390/met12081300
- [10] J.Sun, T. Nitschke-Pagel and K.Dilger, "Influence of temperature- and phase-dependent yield strength on residual stresses in ultra-high strength steel S960 weldments," *Journal of Materials Research and Technology*, vol. 15, pp. 1854–1872, 2021. DOI: 10.1016/j.jmrt.2021.09.050
- [11] L. Sharma and R. Chhibber, "Effect of heat treatment on mechanical properties and corrosion behaviour of api x70 linepipe steel in different environments," *Trans Indian Inst Met.* vol. 72, pp. 93–110, 2019. DOI: 10.1007/s12666-018-1465-y
- [12] Yu.N. Shevchenko, M.E. Babeshko and R.H. Terekhov, *Termoviazkoupruhoplastycheskiye protsessy slozhnoho deformirovaniya elementov konstruktsiy* [Thermoviscoelastic-plastic processes of complex deformation of structural elements], Ya.M. Gryhorenko Ed., Naukova dumka, Kiev, Ukraine, 1992.
- [13] V.Ia. Bash, *Issledovaniye napriazheniy v deformatsii termoelektrycheskym metodom*, [Investigation of stresses and deformations by thermoelectric method], Naukova dumka, Kiev, Ukraine, 1984.
- [14] A.M. Zhukov, *O koeffitsyente Puassona v plastycheskoi oblasti*, [On the Poisson's ratio in the plastic region], *Yzv. AN SSSR OTN*, no. 12, pp. 86–91, 1954.
- [15] L.Y. Siedov, "On the concepts of simple loading and possible ways of deformation," *Prikl. Math. and Mech.*, vol. 22, no. 2, pp. 400–402, 1959.
- [16] M. Dyman, A. Moltasov and S. Kaliuzhnyi, "Calculation and experimental procedure for determining the modulus of elasticity of porous coatings on a substrate during bending. Part 1. Theoretical foundations," *Mech. Adv. Technol.*, vol. 6, no. 2, pp. 139–142, 2022. DOI: 10.20535/2521-1943.2022.6.2.261923
- [17] Yu.N. Shevchenko and N.N. Tormakhov, "Constitutive equation of thermoplasticity including the third invariant," *Int. Appl. Mech.*, vol. 46, no. 6, pp. 613 – 624, 2010. DOI: 10.1007/s10778-010-0349-6
- [18] N. Fidrovskaya, E. Slepuzhnikov and I. Varchenko, "Preparation of tensor resistors and measuring equipment for experimental research," *Norw. J. of Development of the Int. S.*, vol. 45, pp. 69–72, 2020. Available: <http://reposit.sc.nuczu.edu.ua/handle/123456789/11233>
- [19] A.M. Turychyn, *Elektrycheskiye yzmereniya neelektrycheskykh velichyn* [Electrical measurements of non-electric quantities]. M.-L. Enerhiya, Moskou, USSR, 1966.

Monitoring of the plastic state by changing of a deformation sign

M.M. Tormakhov¹

¹ Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute, Kyiv, Ukraine

Abstract. When a body element is proportionally loaded, its differently oriented material fibers can stretch, compress or not change their length. The direction of material fibers that do not change their length is neutral. Neutral direction divides compressed and stretched directions of the fibers. Within the limits of elasticity, the neutral direction does not change its orientation, and beyond the limit of elasticity, it rotates relative to the material fibers. Some material fibers, the slope of which is close to neutral, can change their deformation sign, and this change indicates that the element of the body has reached the plastic state.

The proposed technique of the plastic state monitoring is demonstrated on a uniaxial stress state. The non-monotonicity of the close to the neutral direction material fiber deformation that oriented is confirmed by calculations and in an experiment on the tension of cylindrical specimen.

The proposed technique allows fix plastic state of the material at proportional loading without value deformations or stresses measuring but by changing the sign of the deformation of the material fibers, the slope of which is close to the neutral direction.

Keywords: plastic state, proportional load, non-monotonicity of deformation, material fibers.