# Альтернативні технології композитних високонавантажених авіаконструкцій: якісний метод прийняття багатокритеріальних рішень. IV частина. Рівновага та стійкість динамічної моделі АДС

В. Ф. Забашта<sup>1</sup>

Received: 5 July 2024 / Revised: 19 August 2024 / Accepted: 24 September 2024

Анотація. Основним напрямом четвертої частин роботи є дослідження автономної динамічної системи в царині авіаційної технології, спираючись на положення якісної теорії диференціальних рівнянь з залученням метода фазового портрета. Матеріали та результати статті виходять із відправних положень в задачі прийняття рішень (ЗПР), зазначених [1], [3] емпірико-формалізованого напряму досліджень в зіставленні за превалюванням (найперше – якість) препрего-автоклавних (ПАВ) та безавтоклавних VARTM технологій при виготовленні вуглепластикових авіаконструкцій (АК) типу високонавантажених стрингерних панелей кесона крила (ВСП) магістральних літаків. Тобто йдеться про велику багатоетапну (на основі ЧТП) технологічну систему. В основі дослідження в цілому – системний аналіз (SA) та інтерпретоване структуро – функціональне моделювання АТП. Застосований оцінний інструментарій і критеріально-оцінний апарат на основі макрорівневої АДС та низки технологічних конструктів та інших конфігурацій [2]. Досліджені особливі точки, стійкість та фазовий портрет АДС (квадратична функція), з залученням інтерпретованих елементів топології многовидів, а також точки біфуркації системи.

**Ключові слова:** *SA, AK, ПКМ, АДС, альтернативні ТП, многовиди, критеріальні оцінки, фазовий простір, точки рівноваги сепаратриси, стійкість, біфуркації, переймання, засоби топології.* 

# Вступ

1.1. Найбільш конструктивним з напрямків системних досліджень у технологічній галузі композитних АК [1]–[14] в даний час вважається системний аналіз (SA). Саме, як практичне направлення теорії систем, що застосовується при рішеннях складних слабоформалізуємих проблем. Важлива функція (SA) – робота з цілями, організація процесу цілеутворення, тобто дослідження чинників, що впливають на мету (формулювання, структуризацію або декомпозицію узагальненої мети) та спирається на комплекс загальнонаукових, експериментальних, формалізованих методів. Для великих і складних технологічних систем (BTC) необхідність синтетичних методів випливає з принципу емерджентності, який є подальшим розвитком оптимальності [4]. Він вказує на необхідність в

⊠ В. Ф. Забашта zabashtaeugeniy@gmail.com цілях досягнення глобальних результатів приймати рішення і вести розробки дослідницьких систем не тільки на основі даних аналізу, а і їх синтезу. Цим вимогам в достатній мірі задовольняє якісний аналіз автономних динамічних систем (АДС) з залученням методу фазових портретів (МФП) [4], [16], [22]-[26], [33]-[35]. Цей метод ефективно використовується в різних областях науки для вивчення синтезованих етапів станів АДС, так як замкнута крива на фазовій плоскості – спрощена альтернатива аналітичним методам інтегрованих диференціальних рівнянь. Ясно, що ВТС можна розглядати, як стаціонарну складну ДС [2]-[4], [23]-[26], але для якої неможливо вказати число ступенів свободи чи координат, в просторі яких визначаються стан системи. Однак, можливість інтегровано описати АДС, як системи з неперервним часом на основі цілісної функції, безумовно існує.

1.2. В заявленому комплексі статей дослідницької роботи йдеться про вирішення задачі оптимального вибору, тобто з максимальною кількісною і/або якісною оцінкою зазначених в [1]–[14] досліджуваних композитних об'єктів. Серед перших[2, рис. 2]: вакуум – автоклавне формування (ВАФ) в ПАВ – технологіях та

ISSN 2521-1943 Mechanics and Advanced Technologies

© The Author(s).

The article is distributed under the terms of the license CC BY 4.0.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> АТ "Український науково-дослідний інститут авіаційної технології" УкрНДІАТ, Україна, Київ, Україна

вакуумне формування (ВФ) у VARTM технологіях (табл. 1). В статті розглянуто результати якісного технологічного дослідження представленою в [2], [3] багатоетапної АДС, тобто на основі часткових ТП (або ЧТП) процесів з жорсткими зв'язками (табл. 1 – стрілки), які змінюються в часі дискретно. Зазначена система, яка описуються одним нелінійним диференціальним рівнянням. АДС по своїй природі, її еволюцію в часі й просторі відбиває процес розвитку системи за допомогою її якісних і кількісних характеристик в серійному (строго неперервному) виробництві ВСП. В спрощеному вигляді ця система формалізовно представлена на рис. 1 (спрощений графік гладкої квадратичної функції з направленим віттям вниз). Цей підхід перекликається з поняттям холізма, як позиції в філософії та науці проблеми частини і цілого, виходячи з якісної своєрідності частині цілого й пріоритету цілого по відношенню до неї. Зазначена АДС розглядається як, множина А, її етапи, як підмножини; Ф – сімейство підмножин А. Так як початкове дослідження великої системи полягає в розкладанні її на підсистеми (а підсистеми – на частини чи етапи), то вивчення кожного з них окреслює і взаємодію їх з іншими, дає в цілому інтегральну картину досліджуваної системи. І структура тут це сукупність зв'язків і відношень між частинами цілого.

Таблиця 1. Дві групи технологічних систем за характером обладнання

Технології АДС	Етап 3*	-	Етап 4
([2],рис. 2)	(E <sub>3</sub> )		(E4)
VARTM	ATC*	-	ATC
	(центр)	$\rightarrow$	(піч)
ПАВ	MTC*	-	ATC
			(автоклав)

\*Центр етапу 3  $\epsilon$  оснащенням в етапі 4 [1]–[3].

\*АТС – апаратні технологічні системи.

\*MTC – машинна технологічна система автоматичної викладки препрега.

Таким чином, ДС в [2], [3] представлено, як складна система, що має низку процесних етапів і описує в цілому їх динаміку, як відображення траєкторію руху точки в фазовому просторі системи, тобто при переході з одного стану (етапу) в другий. Закон симетрії ставить вимогу розподілу складної діючої системи на підсистеми з метою можливості перегрупування (трансформації) у нові системи для забезпечення їх ефективного функціонування [4]. Тут систему АДС можна розглядати, як дві підсистеми: технологічну розглядаючи, як окрему систему і оцінювальну першу. При цьому кожна з них може бути розподілена на ланки. Перша підсистема представлена в [2], [3] і об'єднує п'ять технолого-процесних етапів.

Для ВТС виготовлення середньо – і високонавантажених композитних АК правдивий закон нерівномірності розвитку, стверджуючи, що в зазначених ДС, 317

водночас, в тій чи іншій мірі наявні еволюціонуючи (прогресуючі підсистеми) відносно стабільних і регресуючих підсистем.

Логіка взаємодії великої ДС з її підсистемами виражена законом взаємного відображення частини в цілому: кожна частина несе на собі інформацію про структуру, функціональні характеристики та властивості цілого [4]. Звідси витікає закон системної кореляції ДС: різноманітні частини цієї великої системи відповідають і доповнюють друг друга. В цьому напрямку в АДС [2] виділений її базис – три етапи (3, 4, 5) з високим змістом інформації про систему, а з нього виділений етап 4 "термосилове формування, як точки локального екстремуму системи, що також додає цю інформацію в достатній мірі.

1.3. Динамічні системи в технології композитних АК і їх властивості (систематизоване представлення АДС). Цілісність (емерджетність). У системі окремі частини функціонують спільно, складаючи в сукупності процес функціонування системи, як цілого.

Структура АДС. Вона постає як спосіб опису АК. За своєю природою структура динамічна, її еволюція в часі і просторі відображає процес цілеспрямованого розвитку цієї складної системи.

Нескінченість пізнання системи. Тобто неможливість повного пізнання системи і всебічною її подання кінцевою множиною описів. Ієрархічність АДС. Кожен елемент у декомпозиції цієї системи може розглядатись, як цілісна система.

Стан системи. Стан АДС визначається станом її елементів, а саме сполучно матеріало-технолого та конструктивними станами необхідно врівноважених етапів (ЧТП) та їх технолого-організаційними зв'язками. Зміна стану може відбуватись неявно або з частковими перервами. Поведінка системи. АДС є динамічною системою оскільки її поведінка в часі визначена диференціальними рівняннями. Тут розуміється заданий технологією перехід кожного етапу з одного стану в послідовно інший, будучи обумовлений властивостями елементів і структурою. Кардинальний фазовий перехід, або просто М-перехід станів в АДС ([4], р.4, рис. 2) пов'язаний найперше зі зміною агрегатного стану зв'язуючого (від рідинної складової до твердого тіла); з повногабаритним деформаційним пропресуванням панелі, а також з максимальними при цьому енерговитратами. На рис. 1 – це точка М (максимум квадратичної функції – параболи).



Рис. 1. Фазова траєкторія АДС зі стаціонарними точками

Стійкість та стан рівноваги АДС. Як відомо, якісне дослідження динамічних систем є складним зокрема стосовно проблеми їх стійкості. Дослідження, опис та формалізоване представлення цих характеристик системи є основним напрямом статті (pp. 2–4). Тут же наданий загальнообразний графік (рис. 1) та коротко зазначено, що досить важливою характеристикою відкритих систем є встановлення в них стаціонарних станів, де виникають такі питання:

 а) чи існують в системі стаціонарні стани і скільки їх;

б), яка їх стійкість і як вона залежить від параметрів системи. Тут важливим є визначення початкового стану системи;

в) як веде себе система поблизу стаціонарних станів, чи можливий між ними перехід.

В статті ці питання досліджуються на основі посилань та положень якісної теорії диференціальних рівнянь[2]–[4], [22]–[27]. Як відомо [4], [32], цей підхід найбільш ефективний при залученні автономних диференціальних рівнянь, наприклад характеристичного рівняння типу:

$$Ax^2 + Bx + C = 0.$$
 (1)

Тут йдеться про однорідне алгебраїчне рівняння другої степені відносно змінної x з загальним видом (1). Тобто до цього типу належить і досліджувана в роботі [2], [3] макромодель технолого-оцінювальну АДС [2], яка побудована на основі квадратного рівняння ([2], рис. 2), де a = -2; b = 3; c = 5;  $n_1 = 10$ : де  $n_1$  – сума абсолютних значень коефіцієнтів:

$$\frac{dx}{dt} = \dot{x} = y = -2x^2 + 3x + 5 \tag{2}$$

Графік функції відносно осі ординат несиметричний і поділений на ліву (-x; 0) з позначенням f(-x) та праву (0; 2,5) з позначенням f(x) частин, як областей її технологічного визначення, де  $f(-x) \neq f(x)$ . Спрощений графік цього рівняння представлено на рис. 1, насамперед, маючи на увазі "чисто" технологічну частину АДС.



**Рис. 2.** Стійкість для динамічної системи *Б* – точка біфуркації

Йдеться про одномірну лінійну автономну динамічну систему другого порядку  $\dot{x} = f(x)$ ,  $t \ge 0$ , зазначаючи цим залежність функції X від змінної x. Тут напрям зображуючої точки на фазовій плоскості співпадає з напрямом лінійного руху ТП при обході замкненої фазової траєкторії. Глобальним дослідженням АДС є питання про структуру траєкторій, а також про те, яким чином розташовані траєкторії в фазовому просторі, а локальним – знаходження та дослідження станів рівноваги АДС.

В залежності від власних чисел матриці А (рис. 3) рівняння (2), а також рівняння (3) і (3а) розрізняють чотири типи невироджених особливих точок положення рівноваги динамічної системи: "вузол", "сідло", "фокус", "центр". Причому, йдеться про стан рівноваги динамічної системи, який не змінюється з часом [4], [23]–[27], та ін. Далі розглядаються фазові портрети (р.р. 5, 6) та локальні біфуркації в одновимірній динамічній системі – АДС, а саме питання локальної біфуркації рівноваги в загальному (рис. 2), а конкретно в р. 5 рис. 14 – у вигляді сідло – вузлової біфуркації рівноваги етапу 3 системи VARTM [4], [10], [24]–[30] та ін. шляхом роздвоювання течії зв'язуючого при збільшенні швидкості його подачі (біфуркаційний параметр) в технологічну оснастку.



Рис. 3. Фазова пряма і діагоналізована матриця квадратного рівняння

В статті також при технологічній інтерпретації АТП (накладання умов АДС) залучена (р. 3) низка ідей та положень теорії гомотопних відображень з орієнтацією на технологічну практику, тобто з виявленням цілей типу "від теорії до практики" [4], [17]. Йдеться про топологічний простір, або просто простір, а в поєднувальній формі – про асоаційний технолого-топологічний простір.

В загальному в статті на основі ідей топології йдеться про такі вихідні положення:

а. АДС – топологічний простір. Це пара (А,  $\Phi$ ), в якій А – множина, а  $\Phi$  – сімейство підмножин множини А, що задовольняють певним умовам (п. 3.3).

б. Етапи АДС – підпростори (підмножини) АДС, причому підпростір знову є простором;

в. Декілька підпросторів утворюють сімейство або групу підпросторів.

#### Мета статті

На основі принципів порівняльно-аналітичних досліджень:

1. Визначити характеристики технологічної АДС з залученням положень якісної теорії автономних диференціальних рівнянь, тісно пов'язаних з топологією многовидів [15]–[35], а також інтерпретативного конструктивізму, а саме:

особливі точки фазового портрета АДС та її рівень стійкості;

 можливі точки біфуркації в альтернативних ЧТП. Найперше йдеться про вплив критичного значення пористості (поровмісту), як біфуркацію технологічної стійкості композитних АК.

2. Упровадити підходи до формалізації технологічних відношень та з'єднань на основі ідей топології.

# 2. Особливі точки в технологічній одновимірній АДС: вихідні позиції технологічної інтерпретації

Особливими точками АДС найперше є точки, в яких права частина диференціального рівняння (2) приймає нульове значення. З точки зору якісної теорії диференціальних рівнянь важливим є поведінка системи в особливих точках (стійка, нестійка, тощо). Точки рівноваги відіграють важливу роль при дослідженні якісної поведінки АДС (р. 4) та табл. 2.

2.1. Парабола. Класичні динамічні системи, що одержані на базі теорії звичайних диференціальних рівнянь, продовжують залишатися основою при формалізації рішень багатьох практичних задач. В роботі досліджуються квадратична функції однієї змінної. Це поліномінальна функція з старшим членом другого порядку, а саме функція (2). Графіком квадратичної функції служить парабола з віссю паралельно осі 0у. Детально вона представлена в ([2], рис. 2), а в спрощенні в п. 1 на рис. 1. Так як, парабола відкривається вниз  $(\alpha < 0)$ , то її вершина M (етап 4) представляє найвищу точку. Тобто  $M(x_0)$ , де  $0x_0 = 0,75$  функція має максимум. При  $x < x_0$  функція монотонно зростає, а при  $x > x_0 -$ монотонно спадає. Таким чином, робота з квадратичними функціями може бути менш складною, ніж робота з функціями більш високого ступеня, тому що вони дають хорошу можливість для детального вивчення поведінки функції [2].

2.2. Загальний обрис руху відображуючої точки по фазовій траєкторії.

Зазначена в [2] квадратична функція пов'язана з особливостями відображуючої кривої та характером руху по ній зображуючої точки у фазовому просторі АДС, як сукупності всіх допустимих станів з визначеними звичайними та особливими точками.

Кожна динамічна система має свій фазовий портрет, як сукупність фазових траєкторій. На ньому реєструються особливі точки (стаціонарні, точки положення рівноваги або спокою системи, критичні (нерухливі точки та ін.). В якісному аналізі відмічають передусім, точки рівноваги (спокою), які відповідають стаціонарним режимам системи. Фазова траєкторія системи (2) є гладкою кривою. Це графік параболи (ліва та права гілки та вершина M) без самопересічень, не проходячи через початок координат. Цей графік перетинається з віссю 0у в точці y = c = 5 (етап 3 – утворення панелі – сирця), а також перетинає вісь 0x в двох точках 1 та 3 (різні дійсні корені квадратичного рівняння  $\lambda_1 = -1$ , а  $\lambda_2 = 2,5$  (формалізації в п. 3.4.2, рис. 8). Ці точки визначаються, як стаціонарні розв'язки особливі точки або точки рівноваги.

Тобто віссю 0у верхня півплощина ( $y \ge 0$ ) при технологічному відображенні розділяється на дві області, або на лівий Л та правий П види з краєм (перша та друга чверті координатної площини). Це пов'язується з кардинально різними станами композита та ВСП на його основі (формальне представлення в р. 3). Вважається [4], що до кожної точки зазначеної гладкої кривої є дотична в цій точці (етапи АДС). В статті відзначені (рис. 1) три типи таких дотичних з кутами нахилу:  $\alpha_1 > 0; \alpha_m = 0; \alpha_3 < 0,$ що опосередковано в подальшому пов'язується зі стійкістю АДС (р. 3). По аналогії, переміщення об'єктів по етапам АДС в певній мірі відповідає характеру переміщення в розглянутому в [2] прикладі – руху кульки, пущеної вгору по похилій площині (вісь 0у направлена вверх). При  $t = t_1$  (початок) кут нахилу  $90^{\circ} > \alpha_1$  і tg  $\alpha_1 > 0$ . З плином часу нахил графіка і швидкість руху зменшується. Тобто ліва віта (вітка, гілка) параболи відповідає рівноуповільненому руху. Далі при повороті на вершині (точка М – етап 4 "термосилове формування"), нахил графіка стає рівним нулю, тобто кулька на мить зупиняється ( $\alpha_m = 0$ ). При  $t = t_2$  кут нахилу  $\alpha_2 < 0$  і tg $\alpha_2 < 0$  – кулька рухається вниз по похилій площині. Тобто права віта відповідає рівноприскореному руху. Причому, при ході вгору кути нахилу вважаються позитивними і відлічуються проти часової стрілки від осі 0х, а негативні кути нахилу при ході вниз відлічуються по часовій стрілці. В контексті графіка параболи йдеться про зростаючі  $(\alpha > 0$ або  $\Delta t(x) > 0$  та спадаючі  $\alpha < 0$ ) або  $\Delta t(x) < 0$  її дві криві (віти).

Таким чином, в "кутово-процесному" технологічному трактуванні, положення зображуючої точки АДС залежить від параметра – кута  $\alpha$ , який є її внутрішньою координатою. Цей параметр своїми значеннями може мати застосування при визначенні положення точки рівноваги АДС, як нерухомої точки фазового простору, що відповідає стану спокою динамічної системи. В статті це також найбільше значення функції на всій області дійсних значень, тобто її локальним екстремумом (п. 2.4). Це дозволяє характер описаного переміщення зображуючої точки *Sn* впродовж дискретної технологічної послідовності етапів АДС у варіанті кутів нахилу трьох типів дотичних до параболі тобто у неперервному серійному процесі виготовлення ВСП: *Sn*( $\alpha$ )  $\approx$  ( $\alpha_{1i} \rightarrow \alpha_m \rightarrow \alpha_{2j}$ ), *i*, *j* = (1...*n*).

#### 2.3. Стаціонарність точок АДС

*А. Стаціонарність за умовою*  $\dot{x} = 0$ . Визначення стаціонарних точок вихідної АДС [2] за умовою  $\dot{x} = 0$  означає, що вони є коренями квадратного характеристичного рівняння (3):

$$-2x^2 + 3x + 5 = 0, (3)$$

Тоді а цим першим визначенням стаціонарними точками АДС є два корені вказаного рівняння:  $\lambda_1 = -1$ , а  $\lambda_2 = 2,5$ . Тобто тут (має місце) існує дві стаціонарні точки: 1 і 3 (рис. 1).

Далі, аналогічно до виділеного рівняння (3) йдеться про дещо спрощене квадратне рівняння (3а) для дослідження виокремлено (основної) технологічної системи АДС і, як наслідок, саме зі зменшеними значеннями чисельних коефіцієнтів; (a = -1, b = 2, c = 3,  $n_2 = 6$ ) з відповідним до них рівнянням:

$$-x^2 + 2x + 3 = 0, (3a)$$

Тут також мають місце два корені  $\lambda_1 = -1$ , а  $\lambda_2 = 3,0$ . Таким чином, для обох квадратних рівнянь (2) та (3) перший корінь однаковий ( $\lambda_1 = -1$ ), а другі тут мають близькі значення: ( $\lambda_2 = 2,5$  і  $\lambda_2 = 3,0$ ).

Відомо, що два рівняння називаються еквівалентними або рівносильними, якщо кожен корінь одного рівняння є коренем другого рівняння і навпаки. Водночас, система рівнянь, яка має лише один розв'язок називається суміщеною, або визначеною [4]. Таким чином, можна вважати, що рівняння (3 і 3а) є технологічно суміщеними (а навіть за технологічною сутністю доволі близькими до еквівалентності).

Додатково, в технологічному сенсі можна говорити про сумісність базисів ПОПР і, як наслідок, в АДС в обох варіантах систем (3 і 3а) мають взаємоблизьку сутність і кількісний базис ПОПР. У першому варіанті це етапи 3, 4, 5, тобто b = 3, а в другому спрощеному варіанті, два найважливіших етапи (b = 2), а саме етап 3 (виготовлення панелі – сирця та етап 4 (термосилове формування).

В ряді випадків досліджується поведінка інтегральних кривих динамічної системи. Для цього рівняння типу (3a) розкладають на лінійні співмножники. Тобто має місце:

$$-x^{2} + 2x + 3 = (x + 1)(3 - x).$$

Загальний їх вигляд широко розповсюджений і для простих систем мають визначену стандартну форму при цьому з (об'ємними розрахунками).

*Б*. Третя точка *М* кривої ( $x_2 = x_0$ ) в обох варіантах також є стаціонарною (розв'язкою особливою) або точкою рівноваги, але за іншими умовами (п.п. 2.4 і 2.5). Тут, в першу чергу, визначення стаціонарності точки *М* встановлюється функцією (3), або (3а) в яких перша похідна дорівнює нулю [4]:

перший варіант:

$$3-4x=0$$
 ( $x_0=0,75$ );

другий варіант:

$$2 - 2x = 0 \ (x_0 = 1) \tag{4}$$

При визначенні в подальшому критичних точок і точок рівноваги (спокою) АДС та їх стійкості залучаються [4], [22]–[27] та ін. характеристики та значення, як окремих коренів так і їх чисельне сполучення:  $\lambda_1 \neq \lambda_2$ ;  $\lambda_1 < 0$ ,  $\lambda_2 > 0$ ;  $\lambda_1 < \lambda_2$ ;  $\lambda_1 \lambda_2 < 0$ .

2.4. Критично (нерухливо) точка локального екстремуму АДС: точка максимуму

Інтерес до нерухливих точок полягає в тому, що точки, де функція має локальний екстремум відносять до критичних. Тобто критична (нерухлива) точка диференціюємої функції дійсної змінної – будь-котре її значення  $x_0$ , при якому всі часткові похідні дорівнюють нулю  $f^1(x_0) = 0$  [4]. Ця умова еквівалентна обертання при диференціації в дальній точці, а також наявності горизонтальної дотичної до графіка функції [4].

Тобто точка M відповідає остаточному признаку максимуму: похідна дорівнює нулю, при цьому знак похідної змінюється з плюса на мінус при переході аргумента через точку  $x_2 = x_0$ . Таким чином точка M на рис. 1 – критична точка. Максимізація точки локального екстремуму M пов'язана з її околом – точками 3 і 5.

2.5. Точка рівноваги (спокою) технологічної системи: усталено – незмінний стан АДС

В літературі приймається тотожність змісту понять точки рівноваги або спокою динамічної системи. Ці точки насамперед пов'язують з кардинальною (принциповою) перехідною змінною станів в процесно – динамічній системі. Наприклад, в хімічній промисловості та в технологіях композитних АК – це перехід з нерівноважного стану (на рівні компонентів продукту) в незворотній рівноважний стан (готовий продукт) [4], [16]. Формально особлива точка векторного поля визначає положення рівноваги. В ній векторне поле дорівнює нулю і цим – положення рівноваги, або точки спокою динамічної системи.

Необхідною і достатньою умовою того, що точка фазового простору є точкою спокою, є виконання умови  $V_i(V_0, t) = 0$ , або інакше, фазова швидкість системи в цій точці спокою дорівнює нулю [2], [4], [35]. Тобто за цим визначенням точка спокою є також точка M, співпадаючи з точкою екстремума функції.

Вивчення руху автономної системи ближче до точки спокою в багатьох випадках (наприклад квадратне рівняння) можна в лінійному наближенні, розклавши в ряд функцію  $f(x_0)$  в околі розглядаємої точки і обмежуючись лінійними членами.

Саме тип особливої точки положення рівноваги в АДС визначається, наприклад, умовами:  $\lambda_1 \lambda_2 < 0$  і detA < 0. Цим умовам відповідає АДС тип рівноваги під назвою "сідло" [4], [23]–[27], [31]–[36] з деталізацією р. 4, табл. 3, рис. 10–12. Ясно, що залучений формалізм не охоплює всю повноту в складній багатоетапній АДС. Адже тут йдеться про рівну навантаженність етапів за принципом простоти, тобто уникаючи нерівномірність їх скупчення в єдиному етапі (так званого нами технологічного "тромбозу"). По-друге, як наслідок, наявність рівнопридатного контролю в процесі та об'єктів по всіх етапах АДС. Тобто йдеться про своєрідний аналог гладкої кривої. Доповненням до особливостей технологічної рівноваги належить симетрія структури етапів АДС відносно точки рівноваги *M*, або гармонію структури АДС.

Таблиця 2. Палітка підмножин АДС під загальною назвою проміжки (інтервали)

Назва проміжку	Позначення	Примітки
інтервал	$(a,b) = \{ x \in \mathbb{R}_1 \ a < x < b \},\$	відкритий
півзакритий	$[a,b] = \{x \in \mathbb{R}_1 \ a \le x \le b\},\$	замкнений
сенглетон	$[a,b) = \{x \in \mathbb{R}_1 \ a \le x \le b\},\$	підзамкнутий
сінглетон	$(a,b) = \{x \in \mathbb{R}_1 \ a = x = b\}.$	$a = b^*$

<sup>\*</sup> Відомо [3], [40], [45], що (a, b) означає не тільки інтервал, але і пару елементів у вигляді точки в  $R^2$ . Тобто у випадку a = b відрізок вироджується в множину із однієї точки.

Наприкінці потрібно відмітити залежність від особливих точок рівноваги грубої (G) та негрубої динамічної системи в напрямку визначення їх стійкості.

Для грубих динамічних систем другого порядку виконуються такі умови [4]:

1. В області G  $\subset$  R<sup>2</sup> розташовуються тільки прості особливі точки стану рівноваги типу сідло, вузол, фокус та ін. Тобто такі, для яких дійсні частини коренів характеристичних рівнянь, наприклад (3), лінеаризованої системи відмінні від нуля. Такі особливі точки називають грубими.

 В області G відсутні сепаратриси, що йдуть від сідла до сідла. При порушенні цих умов динамічна системи стає негрубою [4].

Більш строго введені поняття пов'язуються з біфуркаціями (р. 5). Тут критичним значеннями біфуркаційного параметра таке його значення, при якому динамічна система стає негрубою, тобто структурно – нестійкою.

# 3. Макромоделі перехідних станів АДС: технологічна інтерпретація топології відображень

3.1. Технолого-гомотопічні аспекти моделювання. Відправна ідея дослідження. Йдеться про застосування важливої в практиці технологічної інцидентності положень методу утворення деформативно-трансформативної конструкції, який заснований на геометричних перетвореннях простору й геометричних об'єктів, що в ньому знаходяться, як однієї з основних ідей алгебраїчної топології. Вона полягає в тому, щоб розглядати два простори, як еквівалентні, якщо вони мають "одну форму" у деякому сенсі, більш широкому, ніж гомеоморфізм [4], [18], [29]. Далі, в топології діюче неперервне відображення деформує простір не розриваючи його, при цьому окремі точки або частини простору можуть *склеїтися (поєднатися)*, але близькі точки залишаються близькими [3], [4], [15], [19], [29]. На цих вихідних точках в багатьох задачах виявляється можливість не розрізняти відображення, одне з яких можна "плавно" змінити в друге, найперше за умовами теорії гомотопії, яка формалізує поняття неперервної деформації одного об'єкта в інший де дозволена "склейка" і заборонені "розриви".

3.2. Залучені вхідні поняття та позначення при формалізації відображень згідно [4], [15], [28].

3.2.1. Розглядається множина С(X, Y) всіх неперервних відображень із топологічного простору X, в топологічний простір Y композитних середовищ АТП. Йдеться про виокремлений інтегральний ланцюг АТП (локально – зв'язний континіум в евклідовому просторі) та стадійно – становій трансформації в ньому. Легко показати [4], [15], що будь-яке неперервне відображення:

 $\alpha$ : [*a*. *b*]  $\rightarrow$  X, де [*a*. *b*] – зв'язаний замкнутий інтервал із R, гомотопне деякому шляху  $\beta$ : [0, 1]  $\rightarrow$  X. Шукана гомотопія така ([15], рис. 4]): H(*t*, *s*) = (1 – *s*)  $\alpha(t) + s \beta(t)$ .



**Рис. 4.** Формальна схема залучених в технології неперервних відображень лінійних просторів

Тут представлена формальна схема залучення в технології композитних АК неперервних відображень топологічних лінійних просторів, або просто лінійних просторів.

А. В загальному вигляді сімейство в множині C(X, Y) неперервних відображень двох просторів у вигляді  $F_i: X \rightarrow Y, t = [0, 1]$ , тобто неперервно залежним від параметра t, який є "шляхом" в просторі F(X, Y) всіх неперервних відображень [4], [21], [28], [29]. В статті – це хід ТП в межах "початок-кінець" (наприклад п. 3.2.2, рис. 5) і тут при формалізації технологічного простору застосовується нове пристосовано – специфічне поняття (термін) "технолого-гомотопічна еквівалентність".

Якщо поняття гомотопічної еквівалентності є "огрубленим" поняттям гомеоморфізму двох просторів, то запропонований вище термін – сполучання (ТГЕ) є "огрубленням" саме гомотопічної еквівалентності, оскільки в технології композитних АК має місце тільки пряма форма такої еквівалентності, а зворотня не існує. Наприклад, неможливо зворотно розділити (розподілити) одержаний препрег на сухе волокно і рідинне зв'язуюче до їх первинного (початкового) виді і якості. В цьому зазначений термін – сполучання має більш конкретну лексему в дослідженні.

Далі, позитивним вихідним конструктом в технологічній інтерпретації є топологічний простір, що стягується. Його реалізм базується на понятті опуклої множини, яка виглядає як дещо здеформоване по окружності коло з обмежуючою ним внутрішньою частиною.

В спрощенні опукла множина X простору  $\mathbb{R}^n$  стягується в точку. Формально простір стягуємий тоді і тільки тоді, коли він має тип одно точкового простору [4], [28]. Прикладом може служити стягування диска в з'єднувальну точку двох кінців тора 4в на рис. 5*a*. Тобто досліджуване надалі це поняття надано при інтерпретації етапу 3 (панель–сирець) та етапу 4 в п. 3.4.1, рис. 5*a*.

Б. Важливим, доволі широко поширеним конструктивним інструментом інтерпретації дійсності є також поняття циліндра відображення. Це топологічна конструкція, яку можна застосовувати до будь-яких неперервних відображень між топологічними просторами [4], [28], [29]. Інтуїтивно циліндр відображення  $(M_f)$  одержується склеюванням одного кінця X × [0, 1] до Y через відображення f (неперервна функція між топологічними просторами X і Y. Таким чином "верх" циліндра { 1 } × X є гомеоморфним простору X, а "низ" є простором  $f(x) \subset Y$  [4]. В пристосуванні до практики ці поняття залучені зі спрощеними уточненнями, тобто менш формально. Водночас, якщо вихідний простір є цільовим, то широко застосованому в топології і в даній роботі тору відповідає карта (відображаючої тор), яка є фактором циліндра між його кінцями [4], [29]. Приклад застосування циліндра відображення та стягуванням опуклої множини у згадану вище в з'єднувальну точку приведений в (п. 3.4.1, рис. 5а). Як спрощений варіант у технолого-топологічному просторі це точка, в першу чергу, як фактор з'єднань є одноточковою множиною. Далі, тут можна легко представити два топологічних простори Х (тор 4в) та Ү (тор 4к) з гомотопічною еквівалентністю і без  $M_f$  ([28], рис. 2). Вочевидь, тор з диском, натягненим на меридіан, гомотопічно еквівалентні букету S<sup>1</sup> V S<sup>2</sup>. Тобто тут гомотопічна еквівалентність є композицією еквівалентностей між торами 4в і 4к, зображеними на рис. 5а.

#### 3.2.2. Передмодельна технолого-процесна формалізація.

А. В загальному представлена АДС і її цільовий фазовий простір характеризується головним зв'язком "початок-кінець" з її проміжними станами, як системи в цілому, так і між парами АТП (в спрощенні можливий зв'язок типу "петля", тобто із зв'язаними кінцями). Петля в топологнічному просторі – це неперервне відображення одиничного відрізка f = [0, 1] в X таке, що f(0) = f(1). Іншими словами це шлях, початкова точка якого збігається з кінцевою.

Тут в технолого-інтерпретативному розумінні формалізації взяті до уваги (в узагальненні, в тій чи іншій мірі) такі взаємопов'язані фактори трьох процесів:

а. процес "початок-кінець" послідовного збирання/складання воєдино найпоширеніших "сирих" складників ВСП в проміжку станів [0, 1] 3-го етапу. Якість цих проміжних виробів та ВСП в цілому включає: продуктивність, темповість, запобігання пористості, зручність, точність в багатьох аспектах та легкість управління, екологічність та ін.;

b. процес *отвердіння* зв'язуючого – в проміжку [0, 1];

с. процес кінцевих з'єднань – в проміжку [0, 1] етапа 4.

Процеси *b* і *c* відображаються замкненими поверхнями зі з'єднувальними кінцями.

В композитних АК широко використовуються точкові, лінійні та поверхневі з'єднання, в яких навантаження концентруються в силових точках - (на болтах, заклепках), чи на певних лініях і поверхнях (клейові з'єднання), а також клейові чи клейомеханічні з'єднання. При цьому найбільш ефективним шляхом зниження маси при інших рівних умовах є мініатюризація кріпильних елементів. Тобто йдеться про точкові механічні з'єднання, в т.ч. застосованих у широкому побутовому вжитку точкового типу кінцевих гачкових з'єднань. Ця структура конструктивно-технологічних з'єднань надає можливість їх інтерпретованого представлення, як різного типу з'єднань, найперше, поверхонь у топологічному просторі. Тут йдеться про встановлення відносин між елементами фігури та окремими фігурами.

В спрощенні відкритим (замикаючим) відрізком з кінцями в елементах *x*, *y* лінійного простору відповідно є множинами елементів цього простору [4]:

 $[\lambda_x + (1 - \lambda) y: \lambda \in (0, 1)] = (x, y); \lambda_x + (1 - \lambda) y: \lambda \in (0, 1)] = [x, y].$ 

Детальніше це надано в п. 3.4.1, табл. 1.

Б. Деталізація. На визначеній вище основі йдеться про перехід станів типу "один в другий" двох базових етапів АДС ([2], рис. 2), а саме етапа 3 (E<sub>3</sub>) виготовлення "панелі–сирця" в етап 4 (E<sub>4</sub>) "вакуум-автоклавне формування" цього об'єкта. Позначення E<sub>3</sub>, як відображення  $\alpha$ , а E<sub>4</sub> – як відображення  $\beta$ . Для кожного  $t \in [0, 1]$  і покладемо згідно [15]:

$$(\beta \cdot \alpha) \cdot (t) = \begin{cases} \alpha(2t), \ t \in \left[0, \frac{1}{2}\right] \\ \beta(2t-1), \ t \in \left[\frac{1}{2}, 1\right] \end{cases}$$

Відображення  $\beta \alpha$  називається в статті конкатенацією шляхів  $\beta$  і  $\alpha$ . Ілюстрація цієї операції представлена на рис. 5. Результат конкатенації шляхів також є шляхом. Як було раніше зазначено [2], [3], процеси етапів 3 та 4 відображаються на спільній для них технологічній оснастці. В Е<sub>4</sub> йдеться, наприклад про пакет нашарованого препрега з епоксидним зв'язуючим в ПАВ – технології. По мірі затвердіння епоксидна смола переходить з рідинного стану в гель, а потім в затверділий стан. Тут наявність тривимірного каркаса (сітка матриці) надає гелю властивостей твердого тіла.



Рис. 5. Ілюстрація технолого-топологічної операції конкатенації двох шляхів (станів)

Надалі застосовуються такі позначення:  $3\kappa - кін$ цевий стан (панель–сирець);  $4\pi -$  початок гарячого формування, причому  $3\kappa = 4\pi$ ; технологічний проміжок процесу гарячого формування ( $4\pi$ –4в), тобто з початком переходу полімера в склоподібний стан (попереднє затвердіння). Температура скловання є одним із важливіших властивостей ПКМ, наприклад, основним параметром, що характеризує теплофізичні властивості полімерів. Водночас, зазначений стан в термодинамічному значенні є нерівноважним. В подальших стадіях до закінчення процесу і остаточного від формування конструкції об'єкт має стан твердого тіла. Тобто тут при технолого-формалізованій інтерпретації йдеться про двостадійний перехід  $E_3 \rightarrow E_4$  (п. 3.4, рис. 5*a*).



Рис. 5а. 3 групно-базові етапи 3, 4: технологогомотопне відображення ~ знак технолого-гомотопної еквівалентності

В скороченій формі йдеться про одностадійний перехід в двох різних формалізованих варіантах (п. 3.4.2, рис. 5–7 та п. 3.4.3, рис. 8).

3.2.3. Многовид. Цей об'єкт, який локально має характер евклідового простору розмірності *n*, вказуючим скількома параметрами (коефіцієнтами) можна описати окіл довільної точки многовида. Ідея полягає в тому, що геометрія гладкої поверхні "у малому", тобто в околі кожної її точки, нагадує геометрію евклідового простору. Одномірний многовид – це крива наприклад задіяна в АДС парабола. З диференціюваності рівняння для цієї лінії випливає, що у кожній її точці, цілком означена дотична, яка неперервно залежить від точки. Поверхні в геометрії топології – це двовимірний топологічний многовид.

Найбільш важливими прикладами поверхонь є границі геометричних тіл в звичайному тривимірному

просторі. Так, при формалізованій (гомотопія) інтерпретації етапів АДС залучені мало вимірні многовиди – циліндр і круговий тор. Тут циліндр відображення (п. 3.4.1, рис. 5*a*) ретрагується на об'єднання дна (перекриття) і стінки. Ця стандартна ретракція напіввідкритого циліндра в заданому вигляді:

$$D^n \times 1 \longrightarrow D^n \times 0 \cup \partial D^n \times 1$$
 [4], [29].

Тобто границя круга є окружність S<sup>1</sup>, а простий циліндр  $1 \times S^1$  і окружність S<sup>1</sup> між собою гомотопно еквівалентні.

3.3. Вербальні моделі кардинального перехідного стану АДС: множинне відображення.

Із контексту публікації [1]–[3] ясно, що в [2] на рис. 2 йдеться про центр симетрії (точка М) числового інтервалу її семи етапів АДС.

Числова послідовність цих етапів із точкою згущенності – кінцевий етап 7. Графік вихідної функції та похідних [2] розташований у верхній половині координатної площини. В наближеній формалізації це булеан множини А (технологічна АДС). Тобто це множина всіх підмножин (етапів АДС). При її декомпозиції умовного першого поділу по осі 0у, йдеться про утворення сімейства лівого та правого топологічних просторів Л і П.

Тоді множина A складається з двох елементів (це також стосується сімейства підмножин  $\Phi$ ) саме множин – лівої Л та правої П. Тобто A = {Л, П}; (l A l) = 2; Л  $\subset$  A; П  $\subset$  A,  $\Phi$  ={Ø, A, Л, П}.

Ясно, що елементи Л і П є множинами. Вони представлені на рис. 8 у вигляді геометричних множин (тобто з замкнутими формами), а саме – прямокутниками з розташуванням в першій та другій чверті координатної площини. Таким чином, в рамках макромоделі реальної системи, точка максимума і водночас точка рівноваги ділять графік функції (параболи) на дві геометричні криві – зростаючу Л (переважно f(-x)) та спадаючу  $\Pi$  (переважно f(x)), а в геометричному представлені – лівий Л та правий П прямокутники, як топологічні простори. Таке розташування надає можливість наочно та формально відобразити трансформаційний перехід станів (позначення – і). В загальному – лівої групи Л (діє зліва в просторі А вправу), тобто і:  $\Pi \rightarrow \Pi$ , а в деталізації – Е<sub>3</sub> (панель – сирець  $\Pi_1$ ) в Е<sub>4</sub> (відформована панель П<sub>2</sub>), як неперервний процес тривалого і глибокого перетворення однієї форми в іншу за початкових (вихідних) умов 3к ≈ 4п (п. 3.4.1, рис. 5 та рис. 5а).

Надалі, при формалізації цей перехід у виготовленні ВСП, надано у двох варіантах: у більш детальному і =  $3\kappa \rightarrow 4\pi \rightarrow 4B \rightarrow 4\kappa$  та звуженому і =  $3\kappa \rightarrow 4\pi \rightarrow 4\kappa$ (п. 3.4.1, рис. 5*a*). За умовами формалізації тут йдеться про споріднені між собою об'єкти кардинального переходу, маючи: загально – близький продукт процесу виготовлення. Це повноструктурні панелі П<sub>1</sub> і П<sub>2</sub>, а також одна спільна для двох суміжних 3-го та 4-го етапів АДС технологічна оснастка. Причому, тут відсутні можливості зворотних процесів. Все це в змістовній деталізації надає можливість, відобразити, як результат, перехід полімерної матриці ПКМ з рідинної невеликої густини стану з утворенням панелі–сирця (кінцевий результат третього етапу – 3к) в твердий стан (полімерізація) при її термосиловому формуванні: тиск, температура та час процесного фазового переходу.

В подальшому, вербальна модель представлена на основі ідей топології многогранників, гомотопії та симпліційного комплексу.

Докладніше, в безперервному строго послідовному ритмі серійного виробництва (тобто з оптимально – обмеженим часом) панель [2] з малозв'язною структурою (не стягуюча міжшарова липкість армуючих стрічок композита) з попередньо утвореною формою перетворюється в технолого-фізико-хімічного процесі в готовий продукт – багатошарову стрингерну панель [2] закінченої форми і структури.

Тобто, логічна інтерпретація кардинального переходу в загальному вигляді з одного стану в інший ототожнюється в спрощенні з топологічною трансформацією одного вибраного многогранника в інший, наприклад, тіла циліндричної форми в тор.

3.4. Інтерпретація непереривних відображень в просторі: топологічні конструкції в процесі склеювання

3.4.1. Варіант двостадійного переходу " $E_3 \rightarrow E_4$ " (рис. 5а). Йдеться про технолого-гомотопічні підходи до формалізації М – переходу станів в АДС, як неперервної деформації з одного об'єкта в інший.

З метою спрощення при геометричній інтерпретації цього переходу на вищому рівні, препрего-автоклавні та преформо-інфузійні процеси не розрізняються. Стандартним прикладом підмножин у метричній топології є інтервал, а для замкнених підмножин зі стандартною топологією – сегменти (відрізки). В табл. 1 приведена палітра задіяних підмножин АДС з назвою "проміжки". Тут приймається, що двома основними ототожнюваними фігурами при типологічній інтерпретації етапів 3 та 4, причім кожна у кількох модифікаціях (варіантах) є циліндр та круговий тор. А саме: циліндр з відкритими кінцями (початковий етап 3п) і напівзакритий циліндр, де на один кінець циліндра натягнутий диск (етап 3к). Далі – круговий тор зі з'єднуваними кінцями (етап 4 – його середина 4в і кінець 4к). Тобто, як результат, трактування на макрорівні – це пов'язується з трьома чинниками щодо конструктивно-технологічної готовності ВСП.

По-перше, "наявність – відсутність" в укрупненні структурної наявної готовності (повнота набору компонентів панелі). Наприклад, в етапі 3 – це обшивка (стінка циліндра) і стрингерний набір ("вмонтований" в циліндр диск), по-друге, формалізоване опосередковане представлення в напрямку отвердіння зв'язуючого (замкнені поверхні). По-третє, закінченість процесів в їх сполучувані зумовлене вибором з'єднувальних кінців замкнутих поверхонь (п. 3.3.2). На рис. 5*а* представлений приклад для двох сполучених пар гомотопних відображень у вигляді двох послідовних станів термосилового формування панелей в ПАВ – VARTM технологіях, а саме:  $\Gamma_1 = 3\kappa \rightarrow 4B$ ,  $\Gamma_2 = 4B \rightarrow 4\kappa$ .

Згідно [45] два неперервних відображень  $f_0$ ,  $f_1$ : X  $\rightarrow$  Y називається гомотопними, якщо існує неперервне відображення F: X  $\times$  1  $\rightarrow$  Y, таке, що F(x, 0) =  $f_0(x)$ i F(x, 1) =  $f_1(x)$ .

При цьому, по-перше, відображення F є гомотопність між  $f_0$  і  $f_1$ , тобто F:  $f_0 \sim f_1$ . По-друге, тут існує сімейство проміжних неперервних відображень t: X $\rightarrow$ Y, де  $0 \ge t \le 1$  непрервнозалежних від t. В конкретному прикладі – це  $\Gamma_1$  та  $\Gamma_2$ .

Таким чином зі спрощенням (відсутня зворотна еквівалентність) в парі Г<sub>1</sub> має місце відображення напівзамкнутого циліндра в торову поверхню зі склеєними кінцями з натягненим на меридіан диском, а в парі Г<sub>2</sub> – торову поверхню з'єднувальною точкою (початок – кінець процесу) шляхом стягнення циклової петлі в точку. Таким чином, на Г<sub>1</sub> – стадії, як початку термосилового формування панелі при її формалізації, йдеться про гомотопне неперервне переформування (перетворення) циліндричної (поверхні з диском) у підкововидну торову, як це має місце, наприклад, в [4], [21], [28] зі зведенням і склеюванням кінців поверхні в стик. Як відомо [4] для підвищення якості при отвердінні товстостінних ПКМ (> 5 мм) рекомендується застосування оптимальних режимів, наприклад, із двох ступенів. В [2], [4]-[13] відмічено до десяти причин утворення пор і методів їх об'ємного зниження. В статті ж зазначені наявність двох протилежних факторів, наприклад якості при термосиловому формуванні панелі. З однієї сторони ущільнення, спресування та отвердіння багатошарової панелі-сирця, а з другої сторони виділення при цьому летивих речовин із наявних розчинників, а також газ, що виникає під час хімічної реакції з зародженням пор із розчинених газів в смолі.

3.4.2. Технологічне трактування об'єднання просторів: одностадійний перехід " $E_3 \rightarrow E_4$ "

А. Технологічна сума. Склейка двовимірних поверхонь. В теорії розглядається топологічна сума W = X + Y = XUY просторів X і Y. За означенням W – це диз'юктивне об'єднання двох множин X і Y[4], [21], [28]. В статті йдеться про об'єднання двох прямокутників Л і П (рис. 8). Для цього попередньо розглянемо прямокутники П (рис. 6 поз. *a* і рис. 7) в площині R<sup>2</sup>. Очевидно, кульові точки  $x \in \Pi$  складається із пересічень з П відкритих кругів з центром в точці *x*. Таким чином, достатньо малі кульові точки x – відкриті круги (рис. 6, поз. *a*), якщо *x* не лежить на границі (межі) многокутника, із секторів відкритого круга (разом з обмежувальними радіусами), якщо х лежить на межі (рис. 7, 8). Також це стосується і стрічки Мьебіуса (рис. 6, поз. б).



**Рис. 6.** Приклади двовимірних многовидів з краєм: *a*) прямокутник з внутрішніми та крайовими точками, *б*) стрічка Мьебіуса

Щодо задання методу склейки (рис. 7), то тут мають місце два многокутники (П і П'), і відмічено дві їх сторони *a* і *a*'. Можна склеїти П і П' по цим сторонам, задаючи гомеоморфізм  $a: a \to a'$  і об'явити еквівалентними образ і прообраз [38]. Топологія цього утвореного нового простору<sup>6</sup> (П U П')/R по цій еквівалентності складається із відкритих кругів для внутрішніх точок  $x \in \Pi, x' \in \Pi'$ , та із клеєних секторів, та із множин, що містять вказані околи [4].



Рис. 7. Топологічна склейка двовимірних поверхонь: П, П' – многокутника з поєднаними сторонами

Таким чином, рис. 7 ілюструє випадок, коли ототожнення виконується склеюванням многокутників по рівним сторонам a, a'.

Розглядається хаусдорфовий топологічний простір зі зліченою базою, кожна точка якого належить одному із двох класів:

 – клас точок, кожна з них володіє околом гомеоморфним евклідовому простору; – клас точок (рис. 6 та 8), кожна з яких володіє околом, гомеоморфним півпростору евклідового простору(рис. 8, x' і x''). Далі йдеться про направлене технологічне склеювання прямокутників (множин, підпросторів), а саме споріднених Л і П (рис. 8). Вище було зазначено, що практично (допустиме спрощення) місцем стику прямокутників Л (етап 3) і П (етап 4) є координатна вісь 0y, а саме: правої сторони (відрізка) як границя (межа) в прямокутнику Л (стан 3 $\kappa$ ) та лівої сторони (відрізка) як границі (межі) в прямокутнику П (стан 4 $\pi$ ).

Тобто в операції склеювання з'єднується дві прямокутні поверхні з краєм Л і П, де виділяється деякі гомеоморфні між собою дві границі  $\partial Л$  і  $\partial \Pi$ , які є підпросторами просторів Л і П. Відповідні при даному гомеоморфізмі межеві точки  $x' \in \partial Л$  і  $x'' \in \partial \Pi$  ототожнюється, тобто вважається за одну точку x (рис. 8, центральна точка M). Водночас, склеюються і їх околи. При цьому утворюється нова поверхня з краєм, яка склеєна з двох поверхонь Л і П.



**Рис. 8.** Технолого-формалізоване представлення многовиду та екстремальної точки АДС у вигляді візуальної моделі

Б. Технологічний конструкт (ТК) "симліційний комплекс". В практиці зазначений ТК стосується варіанта симпліційного комплексу К, що побудований "склеюванням до купи" двох трикутників. В технологічній інтерпретації АДС йдеться про етапи Е<sub>3</sub> та Е<sub>4</sub>, як симплекси. На рис. 9 представлений цей комплекс з узгодженою орієнтацією двох зазначених симплексів.

Загальні вихідні положення. Стандартним двомірним симплексом називають замкнутий трикутник на площині. У цього симплекса є одномірні грані – сторони трикутника та нульмірні грані – його вершини. об'єднання одномірних граней становить край або границю трикутника. Стандартний симплекс називають орієнтовним, якщо заданий напрям його граней (на рис. 9 – "проти часової стрілки"). Якщо два симплекси перетинаються по одномірній грані, то два напрями, що індуцьовані на цій грані орієнтаціями двох симплексів, мають бути протилежними ([20], рис. 12.3, с. 133).

Технологічне трактування. На ТК рис. 9 представлені два об'єднаних трикутника зі сторонами: УПЦ (утворюючий ціленаправлений процес), ОБ (обладнання) і ОС (оснащення) [3], характерних для етапів 3 та 4 АДС. Під склейкою тут розуміється наступне. Взято два симплекси, в яких виділені по одній грані (однакової розмірності, а в статті – це спільна технологічна оснастка для етапів  $E_3$  та  $E_4$ , але з різним для них призначенням при використанні) з наступним ототожненням цих граней за допомогою лінійного відображення. Тут  $\Pi_1$  – панель-сирець;  $\Pi_2$  – відформована панель.



Рис. 9. Формалізоване технолого-узгоджене поєднання по загальній одномірній грані двох етапів АТП у вигляді орієнтованих симплексів

# 4. Характер стійкості АДС та особливі точки моделі: формалізоване представлення

Відомо, що для простих динамічних систем часто достатньо знати траєкторію, але більшість з них занадто складні, щоб їх розуміти в якості тільки окремих траєкторій. Адже показники (функції відгуку) системи суттєво різні (якість виробу, продуктивність ТП, в тому числі його обладнання, рівень витрат, тощо). Стійкість динамічних систем означає, що існує клас моделей, або початкових умов, для яких траєкторії будуть лише достатньо наближеними, а в крайньому випадку – еквівалентними, тому реальні експерименти рідко дають точні відповіді на питання про поведінку моделі, а тому в багатьох випадках ставиться питання, якою буде залишатись система поблизу особливої точки  $x_0$ , наприклад рівняння (2), де  $X(x_0) = 0$ . Тому за основу дослідження взяті макромоделі (2), (3), (3а) з визначенням по стандартній методології стану рівноваги в трьох точках: 1, М, З (рис. 1) з залученням значення першої похідної, значення x0 та дійсних коренів квадратного рівняння представлених в р. 2 та в табл. 3.

Таблиця 3. Умови наявності особливої точки типу "сідло"

Векторне	Характеристичне рівняння		
поле*	Дійсні корені	Матриця А	
f(x) = 0	$\lambda \neq \lambda$ $(\lambda = \lambda = \lambda = \lambda = 0, \lambda = 0)$	detA < 0	
$x = x_0$	$\lambda_1 \neq \lambda_2,  \lambda_1 \in \lambda_2;  \lambda_1 < 0,  \lambda_2 < 0, \\ \lambda_1 = \lambda_2 < 0$	trA – будь-яке	
	$\kappa_1  \kappa_2 < 0$	значення	

\*Векторне поле інтерпретується, як спосіб завдання рухів АДС: вектор у даній точці описує напрям і швидкість руху по фазовій кривій.

Тут має місце типова ситуація, коли всі стани рівноваги є ізольованими, тобто для кожного стану рівноваги існує окіл, в якому немає інших станів рівноваги. Зазвичай, для графічної інтерпретації стійкості станів рівноваги на відповідному фрагменті області визначення функції f(x) відмічають досліджуваний стан рівноваги і стрілками "показують" еволюцію зображуючи точок у малому околі цього стану рівноваги (рис. 3).

Існує декілька варіантів визначення стану рівноваги особливої точки. У випадку опису динамічної системи одним диференціальним рівнянням, питання про стійкість точок рівноваги можна вирішити за допомогою аналізу графіка самої функції, наприклад [2], або рис. 1 та рис. 3. Для АДС мають місце три випадки [4], [24]:

Якщо поблизу стану рівноваги функція f(x) змінює знак з "+" на "–" при зростанні x, то стан рівноваги стійкий (стаціонарна точка 3). Якщо поблизу стану рівноваги функція f(x) змінює знак з "–" на "+" при зростанні x, то стан рівноваги нестійкий (стаціонарна точка 1). Якщо поблизу стану рівноваги функція f(x) не змінює знак, то стан рівноваги напівстійкий (стаціонарна точка M).

Другий варіант пов'язаний з залученням якісних методів дослідження зі значеннями першої похідної. Тобто тут стан рівноваги визначається з рівняння f(x) = 0 (3):

Стаціонарна точка l(x, -1). Тут стан рівноваги АДС є нестійким, оскільки існує такий його окіл, що всі зображуючи точки досліджуваної одновимірної динамічної системи, які знаходяться в ньому, прямують від цього стану рівноваги в ході еволюції. За умови, якщо в малому околі стану рівноваги  $x^*$  функція f(x)зростає, то стан рівноваги  $x^*$  буде нестійким. Формально це стається у випадку  $f'(x^*) > 0$ . Для АДС f'(-1) = 7.

Стаціонарна точка екстремуму M ( $x_0 = 0,75$ ). Стан рівноваги напівстійкий, оскільки існує такий його окіл, що після вилучення стану рівноваги з цього околу всі зображуючи точки, досліджуваної одномірної динамічної системи, які знаходяться в одній частині прямують до цього стану рівноваги в ході еволюції, а в іншій частині прямують від цього стану рівноваги. Формально, якщо стан рівноваги  $x^*$  є точкою екстремуму то стан рівноваги  $x^*$  за умов  $\alpha_{\rm M} = 0$ ;  $f'(x^*) = 0$ , тобто f'(0,75) = 0 буде напівстійким [4], [33].

Стаціонарна точка ( $x_3 = 2,5$ ). Тут стаціонарна точка рівноваги АДС є стійким, оскільки існує такий його окіл, що всі зображуючи точки досліджуваної одномірної динамічної системи, які знаходяться в ньому, прямують до цього стану рівноваги в ході еволюції. За умовою, якщо в малому околі стану рівноваги  $x^*$  функція f(x) спадає, то стан рівноваги  $x^*$  буде стійким. Це також має місце у випадку  $f'(x^*) < 0$ . Для АДС f'(2,5) = -7,0.

Встановлено [2], [4]–[11], що структурною дефектністю є пористістьа, яка формується в ході повного технологічного циклу виготовлення композита, але особливо це відноситься до етапів виготовлення панелі – сирця та її термосилового формування. Надалі це питання деталізується.

А. Особливі точки типу "сідло" відіграють важливу роль в різних системах [2]-[4], [14], [16] та ін., які мають три особливі стаціонарні точки (рис. 1). Так, в АДС (р. 5) це точка 1 (нестійка), точка 3 (стійка) і між ними точка М (напівстійка). Тобто саме йдеться про точку "сідло", як локальну точку р<sub>0</sub>. Умови визначення цієї точки наведені табл. 3, а її фазові портрети в лінійних і нелінійних системах відповідно на рис. 10 та рис. 11. Залежно від того, по яку сторону від зазначених нижче сепаратрис знаходяться в початковому стані системи відображаюча точка – і, відтак, вона потрапляє в область тяжіння тієї чи іншої особливої стаціонарної точки. В АДС вказане тяжіння відбувається по визначеному параметру, наприклад, за рівнем суцільності (монолітності) ПКМ в залежності від варіанта ТП, тобто підлягаючи певному технологічному регулюванню. При цьому ясно, що в товстостінних термореактивних ПКМ досягти нульової пустотності неможливо (гетерогенна система). Тут може йти мова лише про мінімальне значення менше за при- допустимість для конкретних АК.

Таким чином на рис. 10 та рис. 11 на фазових портретах мають місце дві різнонаправлені прямі (вуса), що визначені власними векторами і які називаються стійкою і нестійкою сепаратистами сідла. Кожна з сепаратрис складається з двох половин. На обох половинах стійкий рух направлений до точки р<sub>0</sub>. Водночас, на обох половинах нестійкий рух відбувається від цієї точки [4], [19]–[27], [31]–[35]. Тут постає питання, як пов'язані розв'язки нелінійної системи з рішеннями її лінеаризації в околі особливих точок. Адже відомо [4], [12], [32] та ін., що лінійні динамічні системи можна використати, щоб зрозуміти поведінку нелінійних динамічних систем за допомогою обчислення точок рівноваги системи по її наближень у вигляді лінійної системи поблизу цих точок. Тобто вирішення цієї проблеми полягає в тому, що відкинуті при переході до лінеаризації особливі точки додавання є достатньо малими і чим ближче до особливої точки, тим менше.



Рис. 10. Фазовий портрет лінійного сідла: власні значення різних знаків



**Рис. 11.** Фазовий портрет нелінійного сідла (зліва) та його лінеаризація (справа)

На практиці, якщо говорити коротко, то фазові портрети особливих точок, що є вузлами фокусами чи сідлами по лінійним системам дуже схожі на фазові портрети своїх лінеаризацій [4], [23], [32]. Це чітко проглядається на рис. 11 та рис. 12, а лінеаризована система майже повністю співпадає з лінійною системою на рис. 10 [23], [32]. Таким чином, поблизу нелінійної особливої точки, що є сідлами по лінійним членам, існує дві траєкторії (половинки сепаратриси), простуючи до особливої точки, торкаючись власного вектора, і ще дві інші траєкторії, простуючи від особливої точки. В узагальнені можна говорити, що сідлова точка – це локальна точка ро, біля якої функція двох змінних f(x, y) усталена так, що, наближаючись до цієї точки по одному шляху, ми будемо мати в p<sub>0</sub> максимум (в порівнянні зі значеннями других точках цього шляху), а наближаючись по другому шляху – мінімум [4]. А також р. 5, рис. 14, де точка  $E = p_0$ .



**Рис. 12.** Сідлова поверхня відгуку в хіміко-технологічному процесі: функція відгуку – ступінь чистоти хімічної реакції (відсотки)

Б. Аналіз показав [1]–[13], що в першому технологічно-конструктивному трактуванні найкращими міцнісними характеристиками володіють елементи АК з вуглепластиків, одержаних препрегово автоклавним методом з використанням однонаправлених стрічок. В таких ПКМ та конструктивних елементах високонавантажених АК можна досягти максимального об'ємного вмісту наповнювача (до – 65–75 об. %) при мінімальній пористості ( $\mu < 1\%$ ). Саме для первинних елементів планера літаків, застосовуваних для комерційних перевезень та у військових цілях, вимагається щоб цей вміст становив < 1 %, а об'єм фракції з волокнами складав 65 % або більше. Для вторинних структурних компонентів допустимий вміст пустот не повинен перевищувати 2 %. При цьому можливість збільшити тиск формування до 0,6–0,8 МПа буде найбільш ефективним способом зниження пористості. Водночас, в безавтоклавних методах, вміст пор, пустот та дефектів складає в межах 1,5–5 %, а відтворюваність результатів знижується. Зазначений в двох різних методах при формуванні виділяються леткі речовини. Однієї з причин пористості, поряд з літніми продуктами, є повітря, особливо вологе, що залишилось в міжшаровому просторі в процесі викладки стрічок або тканин та ін.

# 5. Особлива точка стану рівноваги "сідло" на площині: фазові портрети та біфуркаційна діаграма

Пористість ПКМ, як одна з головних функцій відгуку АТП (близькі протилежні поняття – суцільність або монолітність) робить вплив на міцністі властивості виробів в умовах згинальних, стискаючих та зсувних навантажень. Це можливість порушення цілісності матеріалу і навіть з розривом волокон текстильного наповнювача. Як наслідок, пористість заважає спільній роботі двох складових ПКМ, знижуючи опір зазначеним навантаженням і тим самим – надійний (успішній) працездатності ВСП в довгостроковій експлуатації.

5.1 Для прикладу фазового портрета [16] приведені результати факторного аналізу з оптимізацією хіміко – технологічних процесів та математичним моделюванням. Тут з певними скороченнями впливовими кількісними факторами є температура, тиск та склад вихідної реакційної суміші. В якості прикладу функції відгуку взято ступінь чистоти продукту хімічної реакції А→В, це на рис. 12 надано у відсотках. Тут, як тип поверхні відгуку, зображено поверхню у вигляді "сідла". На двох ділянках поверхні спостерігається зростання функції відгуку, а на двох інших – їх зменшення.

Аналогічну картину представлено на рис.11, за наявними технологічними тенденціями фазовий портрет хіміко – технологічного процесу отвердіння ПКМ, де в якості функції відгуку взято ступінь суцільності (монолітності) ПКМ. Тут, як і на рис. 12 йдеться про дещо ідеалізовану стовідсоткову безпористу суцільність, а її довільно висока ступінь на рівні 90 % відповідає пористості  $\mu < 1$  %. При цьому фазовий портрет лінеаризованого нелінійного сідла, практично відповідає типовому процесу лінійного сідла, де фазові криві – гілки гіперболи. Тут існують рівно дві траєкторії, що виходять з стану рівноваги (вихідні сепаратриси) і рівно дві траєкторії, що входять в цей стан рівноваги (вхідні сепаратриси) щодо особливої точки.

5.2 Біфуркаційна рівновага альтернативної системи VARTM (етап 3)

Розглядається два типи біфуркаційих параметрів:

 $\Phi \Pi \Pi$  – біфуркаційний локальний або однофакторний параметр *a*, що входить в склад динамічної системи у вигляді (5);

ФМП – біфуркацій ний формульний многофакторний Са – параметр у вигляді (б). В його узагальнений вклад входить 5 частковних параметрів або чинників і серед них – попередній, але вже, як частковний параметр швидкості потока *u*.

Тут (етап 3. табл. 1) поведінка траєкторії, як функції від параметра, повинна бути такою, щоб забезпечити стабільність процесу, а саме інфузії зв'язуючого (в умовах застосування), оскільки параметр (швидкість потока зв'язуючого) може змінюватися. А тому динамічна система може мати точку біфуркації (Б), в якій змінюється стан поведінки динамічної системи. Тут йдеться про вплив біфуркаційного параметра на пористість виробів з ПКМ, а саме завдяки можливому створенню в ТП двоїсто – протокового просочення зв'язуючим (за допомогою вакууму) багатошарового сухого пакета. Водночас, з рідинним формуванням самої панелі – сирця. Тут як одна із причин утворення пористості є уловлювання повітря під час перебігу (плину) зв'язуючого в пустотілій оснастці (центрі).

5.2.1 Передумови трасформації графіка функції(2) при відображенні системи VARTM

Якщо в першому наближенні виокремлену препрегово – автоклавну АДС можна відобразити помітно несиметричною функцією [2] з областю її технологічного визначення  $f(-x) \neq f(x)$ , то VARTM при попередньому дослідженні вже зі спрощенням можна відобразити функцією f(-x) = f(x). Тут найперше йдеться про аттрактор (етап 3) за формалізацією поняття стремління у варіанті, де потенційно різні (відмінні) множини, які входять (за технологією) "одне наступне в друге" при технологічному трактуванні з утворенням панелі – сирця. Як відомо, якість продукції визначальною мірою формується упродовж виробничого процесу. Але у VARTM існує спеціалізований осередок концентрації вироблення продукції – інфузійний центр. Тут зосереджені саме дослідження, які мають відхилення від технологічного процесу, і як вони відбилися на якості продукції. Формально наявність цього центру виокремлено в альтернативі до ПАВ технології VARTM відображається графіком функції у вигляді параболи типу (2) шляхом його зміщення (зсування) вздовж осі 0х вліво, насамперед таким чином, щоб на вісі 0у перемістився стан Е4 технології VARTM (так зване у – перехоплення параболи).

5.2.2. Сідло – вузлова біфуркація рівноваги: вихідна позиція моделі

**А.** *Нормальна форма* [4], [26]. В спрощенні розглядається одновимірна динамічна система у вигляді:

$$\dot{x} = a - x^2, \tag{5}$$

де x = x(t), a - біфуркацій ний параметр. Біфуркація виникає, коли відбувається процесна стійкість між двомаособливими точками. Наприклад, типу на рис. 1 – це точки 1 і 3, що характерно для сідло – вузлового роздвоєння. Далі визначаються особливі точки:  $x = \pm \sqrt{\alpha}$ , при a > 0. Одна з них  $\sqrt{\alpha}$  є стійкою (вузол), а друга ( $x = -\sqrt{\alpha}$ ) – нестійкою точкою (сідло). При a = 0 векторне поле має єдину напівстійку особливу точку x = 0. На рис. 13 представлена фазова траєкторія та біфуркацій на діаграма. Таким чином, тут x = 0 – точка біфуркації.



**Рис. 13.** Фазова траєкторія і біфуркаційна діаграма динамічної системи  $\dot{x} = a - x^2$ 

**Б.** Передбачувані вихідні практичні положення. При вакуумному формуванні тиск суто менший, ніж при автоклавному так що одержання виробів з низкою пористістю стає непростою задачею [2], [4], [9]–[11]. Тут мають місце різі механізми утворення пор. В статті зазначається лиш ряд основних моментів проблеми. Загальним при автоклавному і вакуумних формуваннях (VARTM) зародження і ріст пор учиняється під час отвердіння ПКМ (етап 4). А при методі рідинного формування (специфічного для VARTM, етап 3) основним фактором пористості вважається заперте повітря ([10] з посиланням на ряд джерел). Детальніше в п. 5.2.3.

5.2.3 Практичне втілення формальних положень. Відомо, що неоднорідний плин зв'язуючого зумовлений гетерогенною мікроструктурою волокнистої преформи і повітря запирається на протязі фронта вплину зв'язуючого в процесі просочення. Тут йдеться про так звану схему двонаправленого плину зв'язуючого при формуванні пакета методом VARTM. При цьому структури текстильної форми мають місце два типа пор з сильно відрізняючими розмірами: мікропори (у середині пучків волокон), які займають крихітний простір між окремими волокнами наповнювача, та макропори, які являють собою пустий простір між окремими нитками. В макропорах відбувається плин зв'язуючого завдяки створному вакуумного тиску згідно закону Дарсі, а в мікропорах – через капілярний тиск. В [10], посилаючись на іноземні джерела, зазначається, що формування пор ПКМ (гетерогенна система) по фронту плину коротко є без розмірною величиною під назвою капілярне число Са, як відношення в'язкості зв'язуючого до його поверхневого натягу:

$$Ca = \frac{\mu \cdot u}{m \cdot \gamma \cdot \cos Q},$$
 (6)

де μ – в'язкість зв'язуючого; *и* –швидкість плину зв'язуючого; γ– поверхневий натяг зв'язуючого; *Q* – кут змочування; *m* – пористість армуючого наповнювача.

Якщо швидкість плину зв'язуючого велика (велике капілярне число), то швидкість плину в макропорах випереджує цей плин в мікропорах і тому в них запирається повітря. Тут можливі протитоки. На рис. 14 представлена залежність макро- і мікропористості від швидкості потока зв'язуючого. Видно, що для одержання мінімальної, як мікро-, так і макропористості, необхідно добиватися мінімальної швидкості плину зв'язуючого, менша за 0,002–0,003 м/с (2–3 мм/с). Практично це критична швидкість ( $u_0$ ) плину зв'язуючого за рахунок капілярних сил і є критичним моментом якісного переходу до нестабільного стану ТП.



Рис. 14. Залежність утворення макро- (■) і мікропористості (●) від швидкості подачі зв'язуючого; *Б* – точка біфуркації

Залежність (6) дає змогу опосередковано з залученням 5 чинників визначити розрахунковий об'єм пористостості ПКМ, починаючи з вихідної стадії, де задана рекомендована швидкість зв'язуючого має оптимальне значення, керуючись продуктивністю процеса без біфуркаційних впливів на нього. Тут слід зазначити, що на рис. 14 вочевидь представлені дві прямі пропорціональності  $y = \kappa x \ (\kappa \neq 0)$ , як точки біфуркації на траєкторії розвитку ТП. Ці прямі проходять через початок в точці Б =  $P_0$  під кутом  $\alpha$  ( $\kappa$  = tg $\alpha$ ). Це надає можливість говорити навіть про кутові коефіцієнти біфуркаційного характеру розвитку ТП. В роботі зазначена біфуркація пов'язується з оцінкою потенційно можливих дефектів і зривів при виготовлені композитних ВСП із-за порушення технології, або обумовленні цією технологією. Адже усталеність є першочерговими вимогами надійності до АТП, і, як наслідок – якості ВСП, оскільки проходження параметра через біфуркаційне значення супроводжується зміною визначеної швидкості, стійкості і рівноваги. Тому, водночас, надійність виробничого процесу є, як якісне, так і надійна категорії, являючи собою динамічну характеристику досліджуємої АДС, бо, надійність процесу може бути оцінено відповідно до визначеного відрізку часу і наявним комплексом умов.

#### Висновки

1. На основі попередніх результатів комплексної роботи [1]–[3], системного аналізу та інтерпретативно – формальному підходу, здійснено наступне дослідження в науково – технологічному напрямку стосовно рівноваги та стійкості динамічної моделі АДС в розрізі оцінки альтернативних технологій виготовлення композитних ВСП. 2. Визначені характеристики АДС з залученням якісної теорії автономних диференціальних рівнянь, тісно пов'язаних з топологією многовидів, а також і інтерпретативним конструктивізмом, в тому числі фазовий портрет особливої точки стану рівноваги типу "сідла" на площині.

3. Зазначені точки сідловузлової біфуркації рівноваги в альтернативних ЧТП. Йдеться про вплив швидкості потока зв'язуючого (VARTM) на критичне значення пористості (поровмісту) ПКМ. Проведено порівняння експериментальних даних з аналітичними визначеннями.

### References

- D. Kiva and V. Zabashta, "Alternative technologies of composite high-loaded aircraft constructions: a qualitative method of making multicriterial decisions. Part I. Initial stages in the problem of decision-making", *Mech. Adv. Technol.*, vol. 5, no. 2, pp. 203–211, Nov. 2021, doi: https://doi.org/10.20535/2521-1943.2021.5.2.245000.
- [2] V. Zabashta, "Alternative technologies of composite highly loaded of aircraft structures: a qualitative method of making multicriteria decisions. Part II. Modeling in multi-criteria evaluation of alternatives", *Mech. Adv. Technol.*, vol. 6, no. 2, pp. 203– 220, Oct. 2022, doi: https://doi.org/10.20535/2521-1943.2022.6.2.265371.
- [3] V. Zabashta, "Alternative technologies of composite of highly loaded aircraft structures: a qualitative method for making multicriteria decisions: Part III. Research of the methodological basis in decision-making: technological constructions in in the assessment toolki", *Mech. Adv. Technol.*, vol. 7, no. 3 (99), pp. 374–388, Dec. 2023, doi: https://doi.org/10.20535/2521-1943.2023.7.3.293231.
- [4] S. A. Smotrova Эffektyvnыe tekhnolohyy formovanyia vыsokonahruzhennыkh avyatsyonnыkh konstruktsyi yz polymernыkh kompozytsyonnыkh materyalov / S.A.Smotrova, Y.D. Symonov – Emelianov// Konstruktsyy yz kompozytsyonnыkh materyalov, #3, 2016, pp. 15–24.
- [5] E. A. Veshkyn, V. Y. Postnov, M. V. Postnova and A. A.Barannykov, "Oput prymenenyia vakuum ynfuzyonnukh tekhnolohyi v proyzvodstve konstruktsyi yz PKM," FHUP "VYAM", pp. 16–28, 2018.
- [6] V. V. Batrakov, R. Iu. Petrushenko, "Vlyianye rezhymov avtoklavnoho formovanyia y strukturu tekhnolohycheskoho paketa na porystost konstruktsyi yz kompozytsyonnukh materyalov," Yzv. vuzov "Ayatsyonnaia tekhnyka", #1, pp. 68–92, 2018.
- [7] O. V. Andrieiev, Naukovi osnovy pidvyshchennia efektyvnosti stvorennia konstruktsii transportnykh litakiv z polimernykh kompozytsiinykh materialiv na etapakh zhyttievoho tsyklu vyrobu, Kyiv, 2020.
- [8] Vlyianye porystosty polymernukh kompozytsyonnukh materyalov na osnove epoksydnoi matrytsu y nepreruvnukh uhlerodnukh volokon na eho fyzyko mekhanycheskye svoistva. Dyssertatsyia. Byblyofond. ynf. mat. 2017.
- [9] M. Y. Dushyn, A. V. Khrulkov and R. Iu. Karavaev, "Parametru vlyiaiushchye na obrazovanye porystosty yz polymernukh kompozytsyonnukh materyalov, yzghotovliaemukh bezavtoklavnymy metodamy (obzor)," *Trudy VYAM*, #2, pp. 58–61, 2015.
- [10] A. V. Khrulkov, R. Iu. Karavlev, Y. A. Horodkova and K. Y. Donetskyi, "Nekotorye prychyny obrazovanyia por v polymernykh kompozytsyonnykh materyalakh (obzor)," *Trudy VYAM*, 2023.
- [11] N.A. Verbytskaia, Nauchnыe osnovy tekhnolohy termoreaktyvnykh polymernykh kompozytsyonnykh materyalov s zadannoi strukturoi y svoistvamy (avtoreferat), Saratov, STHU, 2009.
- [12] H. A. Kryvov, Yu. M. Tarasov, A. H. Hromoshev and V. F. Zabashta, "Tekhnolohyy bezavtoklavnoho formovanyia sylovykh konstruktsyi planera samoleta yz polymernykh kompozytsyonnykh materyalov," Tekhnolohycheskyi systemy, #5, pp. 47–76, 2009.
- [13] V. E. Yonov, Upravlenye ryskom protsessov yspolzovanyia kompozytsyonnykh materyalov, FHUP "VYAM", pp. 46–50, 2018.
- [14] K. O.Antoshyna, Homotopichni vlastyvosti topolohichnykh prostoriv y fundamentalni hrupy skinchenykh CW kompleksiv, Kyiv:NaUKMA, 2021.
- [15] Teoriia system v ekolohii. 5.4. Liniini systemy. Typy osoblyvykh tochok: vuzol, sidlo, fokus, tsentr.
- [16] N. O. Sliepinina, Asotsiatsii: vid teorii do praktyky, Mova i kultura, No.16, t.1, pp.71 79, 2013.
- [17] N. M. Ausheva, "Modeliuvannia hladkykh poverkhon pry ekolohichnykh rozrakhunkakh," *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika*, Kyiv: KDTUBA, Vol. 63, pp. 217–219, 1998.
- [18] A. T. Fomenko, Nahliadnaia heometryia y topolohyia. Matematycheskye obrazы v realnom myre, Moscow: MHU, 1998.
- [19] A. O. Yvanov, A. A. Tuzhylyn, Lektsyy po klassycheskoi dyfferentsyalnoi heometry. Lektsyia 12. Dvumernye poverkhnosty, Moscow: LOHOS. 2009.

- [20] B. V. Atamaniuk, Konspekt lektsii do spetskursu "Teoriia retraktiv," Yvano Frankivsk, PNU, 2011.
- [21] N. M. Harmatii Metodychni rekomendatsii z dystsypliny "Modeli ekonomichnoi dynamiky"/N.M. Harmatii//Ternopil, TNTU, 2017. 65s.
- [22] Kachestvennыi analyz dynamycheskykh system. Postroenye fazovykh portretov DS.
- [23] O.M. Hladka, I.M. Karpovych, A.M. Savchuk, Modeli ekonomichnoi dynamiky dlia fakhivtsiv z informatsiinykh tekhnolohii, Rivno. RDHU, 2019.
- [24] Yu. A. Khazova, Elementy teoryy byfurkatsyy. Chast 1. Dynamycheskye systemy, Symferopol, KTU, 2019.
- [25] V. Y. Arnold, V. S. Aiframovych, Yu. S. Yliashenko ,Teoryia byfurkatsyy,Ytohy nauky y tekhnyky. VYNYTY.Sovr. probl. mat. Fundamentalnoe napravlenye, #6, pp. 9–21, 1985.
- [26] O. O. Pryshliak, Dyferentsialna topolohiia, Kyiv:KNU, 2009.
- [27] O. O. Pryshliak, Topolohiia mnohovydiv, Kyiv: KNU, 2013.
- [28] B. Khessard, Y.Kazarynov, Y. Van, Teoryia y prylozhenyia byfurkatsyy rozhdenyia tsykla, Moscow: Myr, 1985.
- [29] V. A. Kadiievskyi, L. P. Perkhun and S. M. Bratushko, Stiikist dynamichnykh system z neperervnym chasom, Sumy: Vydavnytstvo: Bratushko, 2014.
- [30] V. I. Urmanchev, Yakisna teoriia zvychainykh dyferentsialnykh rivnian (lokalnyi analiz), Kyiv: NASOA. 2018.
- [31] Kachestvennyi analyz dynamycheskykh system, Yrkutsk: YHU, 2015.
- [32] A. E. Kanoniuk, Dyskretno neperervna matematyka, Kyiv: Osvita Ukrainy, Knyha t8, ch.3, 2016.
- [33] L. P. Myronenko. Y. V. Petrenko, "Matrychnyi metod klassyfykatsyy kryvykh vtoroho poriadka," Yskusstvennyi yntelekt, #4, pp. 335–342, 2011.
- [34] Iu. H. Borysevych, N. M. Blyzniakov, Ya. A. Yzrailevych, T. Y. Fomenko, Vvedenye v topolohyiu, Moscow:-Vysshaia shkola. 1980.
- [35] O. Hutik, Zahalna topolohiia v teoremakh, v prykladakh i zadachakh, 2020.

# Alternative technologies of composite highly loaded aircraft structures: a qualitative method of making multi-criteria decisions. Comprehensive presentation: Part IV. Equilibrium and stability of the dynamic model of the ADS

#### V. F. Zabashta<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Ukrainian Research Institute of Aviation Technology, JCS, Kyiv, Ukraine

**Abstract:** The main direction of the fourth part of the work is the study of an autonomous dynamic system in the field of aviation technology, based on the provisions of the qualitative theory of differential equations with the involvement of the phase portrait method. The materials and results of the article are based on the starting points in the decision-making problem (DPR), specified [1], [3] empirically - the formalized direction of research in the comparison of preprego - autoclaved (surfactant) and non-autoclaved VARTM technologies in the manufacture of carbon-plastic aircraft structures according to the prevalence (first of all - quality) (AK) type of highly loaded stringer panels of the wing caisson (VSP) of mainline aircraft. That is, we are talking about a large multi-stage (based on ChTP) technological system. The research as a whole is based on systems analysis (SA) and interpreted structure-functional modeling of ATP. The evaluation toolkit and criterion-evaluation apparatus based on the macro-level ADS and a number of technological structures and other configurations are used [2]. Special points, stability and phase portrait of ADS (quadratic function) were investigated, with the involvement of interpreted elements of the topology of many species, as well as bifurcation points of the system.

Keywords: SA, AK, PKM, ADS, alternative TPs, manifolds, criterion estimates, phase space, separatrix equilibrium points, stability, bifurcations, transitions, topology tools.