Mech. Adv. Technol., Vol. 8, No. 3, 2024, pp. 233–245

DOI: 10.20535/2521-1943.2024.8.3(102).309734

УДК 539.4

Моделі та критерії руйнування композиційних матеріалів на стадії зародження макротріщин

Є. В. Лаврухін[1] • **М. І. Бобир**[1]

Received: 9 August 2024 / Revised: 11 September 2024 / Accepted: 23 September 2024

Анотація. *Проведено аналіз та встановлені границі використання сучасних моделей пошкоджуваності та критеріїв руйнування композитних матеріалів (КМ) на стадії зародження макротріщини. Описано класифікацію КМ та основні гіпотези і припущення, які використовуються при розробці рівнянь стану. Розглядається основна стадія життєвого циклу виробу із КМ – стадія зародження та накопичення розсіяних руйнувань на мікро та мезорівнях. Використані основні положення континуальної механіки пошкоджуваності, термодинаміки незворотніх процесів та механіки твердого деформівного тіла. Описані основні механізми мікроруйнування армованих КМ. Показано, що для них потрібно розглядати комплекс феноменологічних параметрів, які могли б оцінювати кінетику накопичення розсіяних руйнувань в матриці, армуючих волокнах та розшаруванні між ними. Ці складні процеси в армованих КМ вимагають феноменологічного моделювання пошкоджуваності у вигляді тензорних величин з певними припущеннями. Так достатньо широке застосування отримала гіпотеза "суміші". Показано, що кожен компонент параметра пошкоджуваності більш доцільно визначати з гіпотези еквівалентності питомих енергій. Деталізовано методику проведення базових експериментів для конкретизації закономірностей накопичення пошкоджень в КМ. Встановлено модифікований тензор жорсткості КМ з врахуванням деградації механічних властивостей КМ в залежності від термосилових параметрів експлуатаційного навантаження. Проведено аналіз сучасних критеріїв руйнування армованих КМ та межі їх використання. Показані основні напрямки вирішення проблеми оцінки граничного стану КМ та виготовлених з них несучих елементів.*

Ключові слова: *розсіяне руйнування композиційних матеріалів, феноменологічні моделі пошкодження, анізотропія механічних властивостей, критерії розсіяного руйнування.*

Вступ

В останні роки відбувається помітний перехід від традиційних металевих матеріалів, , до полімерних композитних матеріалів, особливо на основі епоксидних матриць з вуглецевими та скляними волокнами, включаючи органопластикові [1]. Завдяки унікальним характеристикам і стабільності механічних властивостей композитів під комбінованими циклічними та ударними навантаженнями, а також через поступовий розвиток технологій виготовлення та обробки, їх значення зросло. Розуміння та прогнозування процесів пошкоджуваності композитів є важливим для розробки безпечних та надійних силових елементів конструкцій. Необхідність зниження витрат та підвищення міцності композитів вимагає розвитку нових математичних моделей, які забезпечують більш точне передбачення місць виникнення пошкоджень та руйнування.

Усі армовані композитні матеріали можна розділити на дві основні групи: дисперсно-зміцнені та армовані волокном [2]. Перша група являє собою матричний матеріал, наповнений частинками іншого матеріалу, частіше за все це епоксидна смола. Через те, що властивості такого типу композиту регулюються в основному матрицею, як правило, їх можна розглядати як однорідні та ізотропні, а для опису їх поведінки можна використовувати традиційні моделі механіки матеріалів, що розроблені для металів та інших однорідних матеріалів.

Основними компонентами, армованих волокном композитів, є тонкі волокна, що забезпечують необхідну міцність та жорсткість, тоді як матриця відіграє

✉ *Є.В. Лаврухін*
lavruhin.egor@gmail.com

[1] *КПІ ім. Ігоря Сікорського, Київ, Україна*

© The Author(s).
The article is distributed under the terms of the license CC BY 4.0.

свою роль у з'єднанні та захисті волокон. Завдяки своєму співвідношенню міцності до питомої ваги, порівняно з іншими конструкційними матеріалами, вони є ідеальним вибором для полегшення конструкцій, не втрачаючи їх параметрів міцності. Короткі волокна, які розташовані випадково в матриці, забезпечують майже однакову макроскопічну поведінку матеріалу у всіх напрямках. Але при використанні довгих волокон, їхня орієнтація визначає макроскопічні властивості, які, як правило, мають виражений анізотропний характер. Довгі волокна можуть бути орієнтовані в одному напрямку або мати переплетення. Однонаправлений композит має один напрямок високої міцності та жорсткості, та є ізотропним у інших напрямках. Тому його можна описати як трансверсально-ізотропний матеріал. Зміна міцності матеріалу залежно від його напрямку показана на рис. 1 [3].

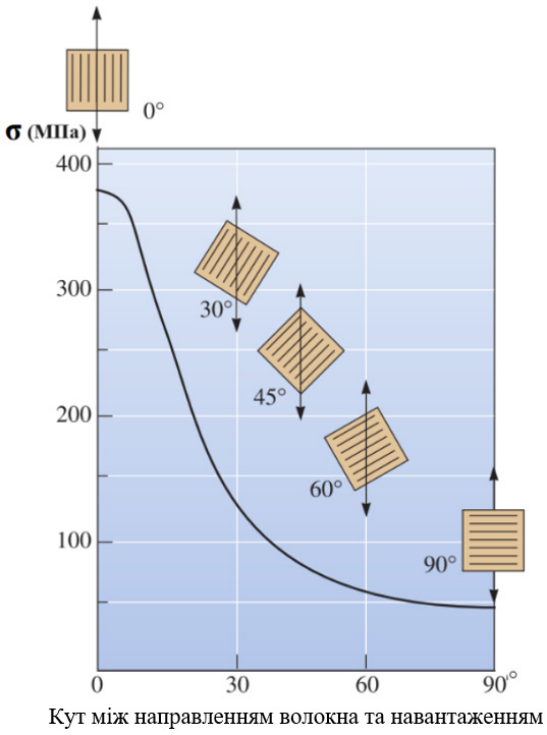

Рис. 1. Міцність композиту залежно від положення волокон відносно прикладеного навантаження

Властивості однонаправлених армованих композитів можна налаштовувати в залежності від різних умов навантаження. Волокна можуть бути розміщені в матриці в різних напрямках, утворюючи шарувату структуру. Наприклад при ортогональному розташуванні (в напрямках від 0° до 90°) вони надають високу міцність у двох перпендикулярних напрямках. Більш складні конфігурації (наприклад, шарування в напрямках 0°, ±45° та 90°) забезпечують армування у кількох напрямках. Волокна також можуть бути розташовані у трьох напрямках, що утворюють ортотропну або вищу симетрію (наприклад, тетрагональну), яку мають тканні композити, залежно від структури плетіння.

Метою роботи є аналіз сучасного стану проблеми прогнозування несучої здатності елементів конструкцій на стадії зародження макротріщин, які виготовлені із композиційних матеріалів та обгрунтування перспективних напрямів розробки моделей і критерії розсіяного руйнування.

Механізми руйнування композитів

Через неоднорідну структуру утворення мікротріщин у композитах описується за допомогою механізмів руйнування, що описані у роботі [3]. Серед них вирізняють:

- матричне мікророзтріскування;
- руйнування волокна при стиску та при розтягу;
- міжфазне розшарування;
- деламінація;

Мікророзтріскування матриці часто виникає внаслідок розтягуючого статичного, циклічного або термічного навантаження, а також може бути результатом порушення технологічного процесу у виробництві. Цей механізм пошкодження майже не впливає на властивості жорсткості матеріалу.

Натомість, руйнування волокна значно знижує жорсткість у напрямку волокон і залишкову міцність, що часто сприяє розтріскуванню матриці або відокремленню волокна від неї. Розрив волокна, зазвичай, стається під дією розтягуючого навантаження у напрямку волокон. Після руйнування слабких волокон напруження перерозподіляються на решту волокон, які тепер змушені нести більше навантаження. Під час стиску волокон відбувається їх мікропрогин, що розділяється на два типи: розширювальний та зсувний, в залежності від деформації волокон один від одного, як показано на рис. 2.

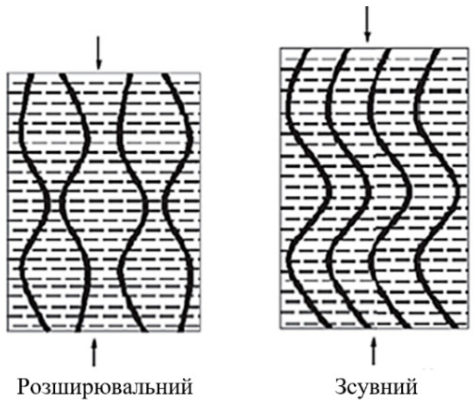

Рис. 2. Модель мікропрогину волокон композиту за умов стиску

Міжфазне розшарування розпочинається з початкового розтріскування матриці навколо волокна, що

викликає різну деформацію компонентів. Збільшення деформації волокна призводить до більш значного скорочення коефіцієнта Пуассона, що може бути достатньо високим, щоб спричиняти розрив між волокном та матрицею [4].

Деламінацію можна розглядати як процес мікророзтріскування матриці, що відбувається в площині між двома шарами композитного матеріалу. Мікророзтріскування спричинені нормальними напруженнями по товщині та зсувними напруженнями на міжшаровій поверхні, що поширюються на коротку відстань у площину шарового композиту. Цей процес не вимагає великої кількості енергії для розвитку, але може значно знизити жорсткість матеріалу [5].

Названі механізми необхідні для розуміння і прогнозування пошкоджуваності композитних матеріалів на мікро- та мезорівнях. Їх розуміння дозволяє розробляти моделі, які можуть точно відображати поведінку матеріалу під різними умовами навантаження, з врахуванням параметрів пошкоджуваності що пов'язані з кожним механізмом руйнування.

Розрахунок композитів

Для розуміння механіки композиційного матеріалу використовують набір визначальних рівнянь, що описують поведінку матеріалу при навантаженнях. Описуючи пружну поведінку будь-якого анізотропного матеріалу, узагальнений закон Гука набуває наступного вигляду:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl}, \tag{1}$$

де σ_{ij} та ε_{kl} – тензори напружень та деформацій другого рангу відповідно. Тензор четвертого рангу C_{ijkl}, як тензор жорсткості, що описує взаємозв'язок між напруженнями та деформаціями. Використовуючи позначення Фогта, рівняння (1) набуває тензорного вигляду:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{12} \\ \tau_{13} \\ \tau_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{bmatrix} \tag{2}$$

Враховуючи площини симетрії, тензор жорсткості буде набувати різного вигляду в залежності від класу симетрії матеріалу. В загальному випадку в залежності від структури композиційного матеріалу будуть прийматися ортогональні, тетрагональні або трансверсально-ізотропні симетрії. Якщо площини симетрії розташовані під прямим кутом, як представлено на рис. 3, то маємо справу з ортотропним матеріалом.

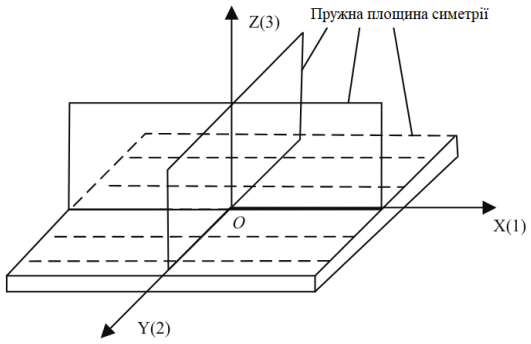

Рис. 3. Розташування площин симетрії у однонаправленого армованого волокном композита

В цьому випадку матриця жорсткості (2) з врахуванням пружних констант буде виглядати, як:

$$C = \begin{bmatrix} \frac{E_1(1-\nu_{32}\nu_{23})}{\Delta} & \frac{E_1(\nu_{21}+\nu_{31}\nu_{23})}{\Delta} & \frac{E_1(\nu_{31}+\nu_{21}\nu_{32})}{\Delta} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{E_2(\nu_{12}+\nu_{13}\nu_{32})}{\Delta} & \frac{E_2(1-\nu_{31}\nu_{13})}{\Delta} & \frac{E_2(\nu_{32}+\nu_{31}\nu_{12})}{\Delta} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{E_3(\nu_{13}+\nu_{12}\nu_{23})}{\Delta} & \frac{E_3(\nu_{23}+\nu_{13}\nu_{21})}{\Delta} & \frac{E_3(1-\nu_{12}\nu_{21})}{\Delta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{13} \end{bmatrix} \tag{3}$$

де $\Delta = 1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{31}\nu_{13} - 2\nu_{12}\nu_{23}\nu_{31}$ (4)

а, E_1, E_2, E_3 – модулі Юнга у трьох напрямках симетрій матеріалу, ν_{ij}, $(i \neq j)$, шість коефіцієнтів Пуассона, які визначені стандартним способом, з умовних діаграм деформування, (наприклад: $\nu_{12} = -\varepsilon_2/\varepsilon_1$) та G_{12}, G_{23}, G_{13}, – модулі зсуву у взаємно ортогональних напрямках у площині шару композиту.

Обернений вид тензора жорсткості, що вводять для опису відношення деформації-напруження буде мати вигляд:

$$C_{ijkl} = \left(S_{ijkl}\right)^{-1}. \tag{5}$$

Для ортотропного матеріалу, представляючи його в матричному вигляді, отримаємо:

$$S = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{21}}{E_2} & \frac{-\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & \frac{-\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{13}}{E_1} & \frac{-\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{31}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \tag{6}$$

Ортотропна симетрія враховується у плетених або волокнистих композитах з трьома ортогональними напрямками волокон. Трансверсально-ізотропна симетрія властива однонаправленим композитам, а ізотропна симетрія моделюється в частково заповнених полімерах або нанокомпозитах з рівномірним розподілом часток. При знаходженні складових матриці жорсткості враховують пружні характеристики армуючих елементів та матриці, вміст армуючого матеріалу в композиті та його орієнтацію. При цьому використовують різні підходи [4], [6]. Достатньо широке застосування отримав метод "правила суміші"[6]. Згідно цього методу армований композит можна представити на мікрорівні шаром армуючого елементу та шаром матриці з використанням припущення, що розподілення навантажень та деформацій в обох шарах є рівномірними. Тоді будуть справедливими такі залежності для знаходження модуля пружності та напруження [6]:

$$E_c = \alpha E_f V_f + E_m V_m;\ \sigma_R = \beta \sigma_{fu} V_f + \left(\sigma_m\right)_{\varepsilon fu} V_m, \qquad (7)$$

де E_f та E_m – модулі пружності волокна та матриці відповідно; E_c та σ_R – модуль пружності першого роду та напруження при руйнуванні композита; σ_{fu} – напруження волокна при руйнуванні; $\left(\sigma_m\right)_{\varepsilon fu}$ – напруження в матриці, що відповідає руйнівній деформації волокна; α та β – коефіцієнти, що залежать від розташування волокна (при однонаправленому зміцненні $\beta = 1,0$; при ортогональному $\beta = 0,5$; при випадковому розташуванні $\beta \approx 3/8$.

Іншим підходом розгляду композиційних матеріалів є теорія ортотропного пружного матеріалу [6]. В цьому випадку розташовують характеристичні вісі *L* та *T* по основних напрямках композиту (рис. 4). А залежності між напруженнями та деформаціями будуть набувати вигляду:

$$\varepsilon_L = \frac{\sigma_L}{E_L} - \nu_{TL}\frac{\sigma_T}{E_T};\ \varepsilon_T = -\nu_{LT}\frac{\sigma_L}{E_L} + \frac{\sigma_T}{E_T};\ \nu_{LT} = \frac{\tau_{LT}}{G_{LT}}, \qquad (8)$$

де ν_{LT} та ν_{TL} – коефіцієнти Пуассона.

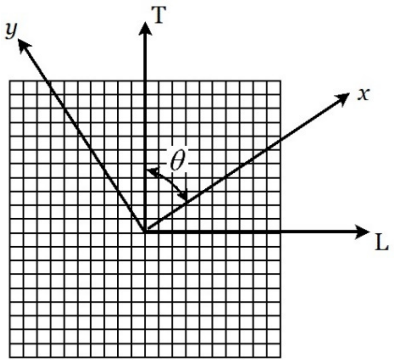

Рис. 4. Основні напрямки волокон в системі координат

Використовуючи "правило суміші", знаходяться модулі пружності E_L та E_T:

$$E_L = \alpha E_f V_f + E_m\left(1 - V_f\right);\ E_T = \frac{E_f E_m}{E_m V_f + E_f\left(1 - V_f\right)}. \qquad (9)$$

Моделювання закономірності накопичення пошкоджень в композиційних матеріалах

При моделюванні пошкодження використовують багато підходів, як континуальні, мікромеханічні, так і підходи механіки руйнування, або дискретних елементів. На даний момент найбільш поширеним є феноменологічний підхід, що грунтується на фундаментальних засадах континуальної механіки пошкодженості, що була розроблена Л. М. Качановим та Ю. М. Работновим для опису процесу крихкого руйнування металів за умов повзучості [7], [8]. Цей підхід базується на основі експериментальних і фактичних даних про пошкоджуваність матеріалу без детального розгляду його мікростуктури.

Основною ідеєю усіх континуальних моделей пошкоджуваності є те, що приймається ефективний одиничний репрезентативний об'єм матеріалу без пошкоджень, який відповідає реальному з мікропошкодженнями. Параметр *D* у скалярному вигляді, що описує пошкодження у матеріалі внаслідок навантаження вираховується, як величина зменшення поперечного перерізу репрезентативного об'єму:

$$D = \frac{A_D}{A} = \frac{A - \tilde{A}}{A}, \qquad (10)$$

де A та $\tilde{A}$ – площа непошкодженого та пошкодженого поперечного перерізу відповідно. Параметр *D* являє собою монотонну зростаючу функцію у часі $0 \le D \le 1$, де початковий непошкоджений стан описується значенням 0, а стан при виникненні макротріщини значенням 1.

Введення ефективних напружень $\tilde{\sigma}$ дозволяє описати напружений стан фіктивного одиничного об'єму. Принцип еквівалентності деформації припускає, що деформації рівні як і у випадку реального пошкодженого одиничного об'єму так і у випадку еквівалентного, тобто $\varepsilon = \tilde{\varepsilon}$ [9]. Враховуючи ці припущення, взаємозв'язок між ефективним та номінальним напруженням може бути представлений у вигляді:

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{1 - D}. \qquad (11)$$

Враховуючи, що пошкоджуваність матеріалу характеризується деградацією модулів пружності, тоді із застосуванням закону Гука для початкового та ефективного одиничних об'ємів матеріалу, параметр пошкоджуваності набуде вигляду:

$$D = 1 - \frac{\tilde{E}}{E_0}, \tag{12}$$

де $\tilde{E}$ та E_0 – поточний та початковий модулі пружності за осьового навантаження.

Принцип еквівалентності енергій [9] зазначає, що питома пружна енергія деформації ідентична між реальним та еквівалентним одиничним об'ємами, тобто: $\sigma : \varepsilon = \tilde{\sigma} : \tilde{\varepsilon}$, і яка задовольняється виразами:

$$\sigma = \tilde{\sigma}(1 - D); \ \tilde{\varepsilon} = \varepsilon(1 - D). \tag{13}$$

Враховуючи рівняння (12) та закон Гука, можна вивести вираз визначення параметру пошкодження:

$$D = 1 - \sqrt{\frac{\tilde{E}}{E}}. \tag{14}$$

У випадку анізотропного пошкодження скалярний вигляд параметру пошкодження не може описати спрямований характер утворення мікротріщин та мікропустот. Тому для представлення анізотропного пошкодження використовується тензори другого та четвертого порядку. Для опису ортотропного пошкодженого стану достатньо буде тензору другого порядку. Але у випадку армованих волокнами композитних матеріалах зі складною початковою анізотропією розвивається ряд розподілених мікротріщин зі специфічною анізотропією, що відповідає структурі матеріалу та умовам навантаження. А отже, для точного опису цих складних пошкоджених станів використовують тензор пошкодження четвертого порядку $M_{ijkl}(\mathbf{D})$. Відношення між тензором ефективних напружень $\tilde{\sigma}_{ij}$ і тензором дійсних напружень σ_{kl} набуває вигляду:

$$\tilde{\sigma}_{ij} = M_{ijkl}(\mathbf{D}) : \sigma_{kl} = (\mathbf{I} - \mathbf{D})^{-1} : \sigma_{kl}, \tag{15}$$

де **I** – одиничний тензор четвертого порядку, **D** – тензор пошкодження.

Одиничний тензор **I**, має вигляд:

$$I_{ijkl} = \delta_{ik}\delta_{jl}, \tag{16}$$

де δ_{ik}, δ_{jl} – символи Кронекера.

На даний момент у випадку анізотропного пошкодження не існує єдиного математичного формулювання ефективного тензора пошкоджуваності $M_{ijkl}(\mathbf{D})$

$$M(\mathbf{D}) = \begin{vmatrix} \frac{1}{1-D_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{1-D_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{1-D_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}\left(\frac{1}{1-D_2}+\frac{1}{1-D_3}\right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}\left(\frac{1}{1-D_3}+\frac{1}{1-D_1}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}\left(\frac{1}{1-D_1}+\frac{1}{1-D_2}\right) \end{vmatrix} \tag{17}$$

$$S(\mathbf{D}) = \begin{bmatrix} \frac{1}{(1-D_1)E_1} & \frac{-\upsilon_{21}}{E_2} & \frac{-\upsilon_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\upsilon_{12}}{E_1} & \frac{1}{(1-D_2)E_2} & \frac{-\upsilon_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\upsilon_{13}}{E_1} & \frac{-\upsilon_{23}}{E_2} & \frac{1}{(1-D_3)E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{(1-D_4)G_{12}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{(1-D_5)G_{23}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{(1-D_6)G_{31}} \end{bmatrix} \tag{18}$$

[10]. Так, наприклад, ефективний тензор пошкоджуваності для анізотропного матеріалу запропонований Работновим [11], має вигляд (17).

де D_1, D_2, D_3 – компоненти тензора пошкоджень, що знаходяться по трьом взаємно ортогональним напрямкам.

В цьому вигляді тензора головні напрямки пошкоджень не мають зв'язку з компонентами напружень, при процесі їх перетворення у простір ефективних напружень, що задовольняє гіпотезі незв'язаних анізотропних пошкоджень [12]. Інші форми запису ефективного тензора пошкоджуваності описують Леметр та Беттен у роботах [13], [14].

Іншим видом опису пошкодженого стану композиту є представлення тензора жорсткості C_{ijkl} з модифікованими компонентами тензора, що враховують пошкоджуваність, як це видно в моделях [21]–[23], [25], [26], [29]. Для прикладу, обернений тензор жорсткості буде мати вигляд (18):

де D_1, D_2, D_3 – параметри пошкодження вздовж основних взаємноортогональних напрямків матеріалу, а D_4, D_5, D_6 – параметри пошкодження, при зсуві у площині шару.

Методика знаходження параметрів пошкоджуваності

Названі параметри вводяться або по основних взаємноортогональних напрямках волокон, або випливаючи з механізмів руйнування, в залежності від моделі. У першому випадку для знаходження параметрів пошкоджуваності, необхідних для моделі [25], що виведена для плетених композитів, виконуються одноосьові стандартизовані експерименти на розтяг з навантаженням та розвантаженням в кожному напрямку армування. У випадку шаруватих композитів, також враховують пошкодження, що утворюються при зсувному навантаження у площині шару. Загальний алгоритм знаходження цих параметрів наступний:

1. На лінійній площадці вираховується модуль Юнга непошкодженого матеріалу E_0, рис. 5 *а*.

2. Визначається поріг початку пластичності та пошкодження, який може бути вибраний з границі витривалості на графіку напруження-деформації (для розрахунку ресурсу) та границі текучості конструкційного матеріалу (для проектування технологічних задач пластичності та короткочасної повзучості). Вираховується функція швидкості вивільнення енергії пошкодження $Y_0 = \frac{1}{2} E_0 \varepsilon_0^2$.

3. На першому циклі розвантаження будується дотична, що проходить через вершини петлі гістерезису рис. 5 *б*. Вираховується модуль Юнга пошкодженого матеріалу на першому циклі розвантаження E_1 та залишкові пластичні деформації ε_{p1}.

4. З пластичних деформацій вираховуються відповідні пружні деформації ε_{e1} та функція швидкості вивільнення енергії пошкодження першого циклу розвантаження $Y_1 = \frac{1}{2} E_0 \varepsilon_{el1}^2$. Вираховується параметр пошкоджуваності $D_1 = \sqrt{1 - \frac{E_1}{E_0}}$.

5. Вираховуються ефективні напруження $\tilde{\sigma}_1 = \frac{\sigma_1}{(1 - D_1)}$, σ, ε, σ_y, E_1, ε_{e1}.

Пункти 1–5 повторюються для кожного циклу розвантаження і будуються відповідні графіки пошкоджуваності. Аналогічний алгоритм реалізується і для випробування на зсув, в якому параметр пошкоджуваності вираховується, використовуючи модуль зсуву: $D_1 = \sqrt{1 - \frac{G_1}{G_0}}$.

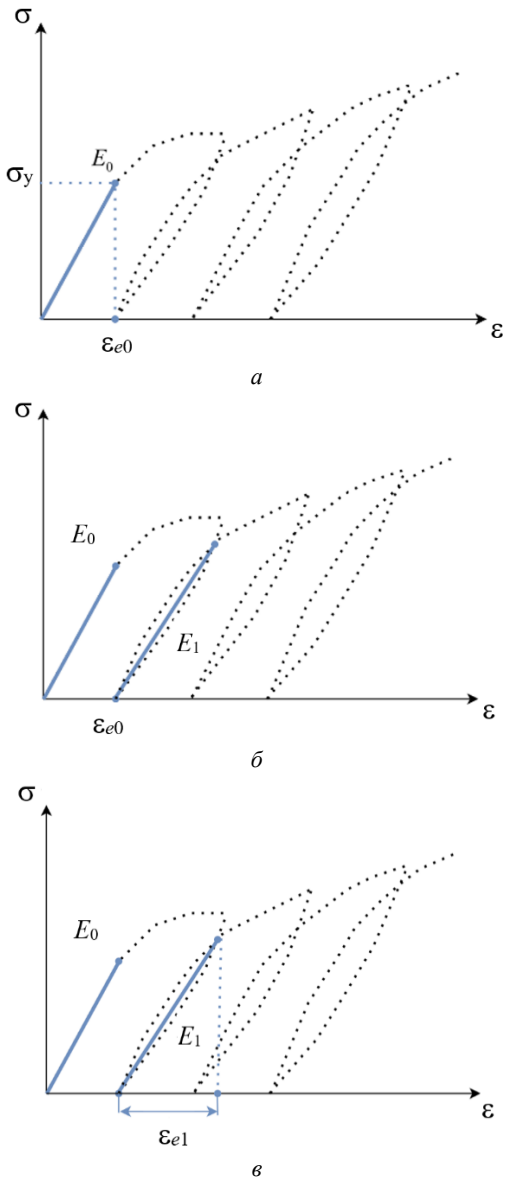

Рис. 5. Алгоритм знаходження параметрів пошкодження

Термодинамічна складова згідно континуальної механіки пошкоджуваності відповідає за прогнозування розвитку пошкодження шляхом визначення вільної енергії Гельмгольца, або енергії Гіббса та виведення з них термодинамічних сил, пов'язаних із змінними стану, що представляють пошкодження та зміцнення або знеміцнення матеріалу [9], [14].

Поточний (пошкоджений) стан матеріалу визначається питомою густиною вільної енергії Геймгольца, при умові постійної температури і має наступний вигляд:

$$\psi = \psi\left(\varepsilon_{ij}^{(e)}, D\right) = \frac{1}{2}\varepsilon_{ij}^{(e)} C_{ijkl}\left(\mathbf{D}\right)\varepsilon_{kl}^{(e)}, \quad (19)$$

де $\varepsilon_{ij}^{(e)}$ – тензор пружних деформацій, D – параметр пошкоджуваності, $C_{ijkl}\left(\mathbf{D}\right)$ – симетричний тензор жорсткості четвертого рангу з врахуванням пошкоджуваності. Вільна енергія Геймгольца описує здатність матеріалу виконувати роботу при постійній температурі.

Для відношення напруження та деформацій можна записати:

$$\sigma_{ij} = \rho\frac{\partial\psi}{\partial\varepsilon_{ij}} = C_{ijkl}\left(\mathbf{D}\right):\varepsilon, \quad (20)$$

де, ρ – щільність матеріалу. Тензор жорсткості, на який впливають дисипативні явища, включаючи пошкодження, визначається як:

$$C_{ijkl}\left(\mathbf{D}\right) = \rho\frac{\partial^2\psi}{\partial\varepsilon_{ij}^2}. \quad (21)$$

Додаткова питома вільна енергія, або питома енергія Гіббса [15], має вигляд:

$$\chi = \rho^{-1}\sigma_{ij}:\varepsilon - \psi. \quad (22)$$

Вона визначає кількість енергії, яка може бути вивільнена як немеханічна робота. Звідси також слідує виведення виразу деформацій та швидкості вивільнення енергії пошкодження Y, що пов'язана з появою та ростом пошкодження у матеріалі:

$$\varepsilon = \rho\frac{\partial\chi}{\partial\sigma_{ij}};$$
$$Y = \rho\frac{\partial\chi}{\partial D} = -\rho\frac{\partial\psi}{\partial D} = \frac{1}{2}C_{ijkl}\varepsilon_{ij}^{e}\varepsilon_{kl}^{e}, \quad (23)$$

де ε_{ij}^{e} та ε_{kl}^{e} – тензори пружних деформацій.

Тензор жорсткості, на який впливають дисипативні явища, включаючи пошкодження, з врахуванням густини енергії Гіббса має вигляд:

$$S\left(\mathbf{D}\right) = C^{-1}\left(\mathbf{D}\right) = \rho\frac{\partial^2\chi}{\partial\sigma_{ij}^2}. \quad (24)$$

Феноменологічні моделі та критерії розсіяного пошкодження

Моделі, що мають в основі феноменологічний підхід, визначаються за допомогою статистичних даних для опису зміни механічних властивостей шаруватих композиційних матеріалів з ростом пошкодження [19], [26], [27], або використовують в своїй основі критерії руйнування для опису початку пошкодження [21], [23], [25], [29]. Основними перевагами такого підходу є простота. Усі параметри можна легко визначити за допомогою стандартизованих експериментів, його адаптованість до критеріїв руйнування на основі напружень та/або деформації для прогнозування початку пошкодження та його легкого поєднання з підходом механіки руйнування.

Для оцінки міцності шаруватих композитів використовуються два підходи. Перший підхід – "руйнування першого шару" [16]. Він ґрунтується на тому, що граничний стан усього композиту визначається в за лежності від стадії руйнування його першого шару. Визначаючи напруження в кожному шарі за класичною теорією ламінатів [17], застосовуються феноменологічні критерії руйнування (Цая-Ву, Хашина, максимальних напружень, тощо) для визначення напружень, при якому будь-який із шарів руйнується. Недоліком цього методу є те, що властивості матриці та волокна змішуються для отримання єдиного набору властивостей задля оцінки композиту за вибраним критерієм. Таким чином, властивості складових не використовуються повністю, і їх реакція не диференційована. Це може призвести до неточних оцінок міцності та розмиття основних режимів руйнування. Деякі автори виправили цей недолік, використовуючи інваріантні базові методи руйнування [18], що дозволило при призначенні глобальної осі не мати залежності від основного напрямку матеріалу.

Основою великої кількості континуальних моделей пошкоджень для композитів у літературі є модель пошкодження Ладевезе [19]. Він взяв за основу своєї моделі пошкодження матриці. Було запропоновано, що пошкоджений стан впливає лише на модулі зсуву G та пружності при поперечному розтягу E, тоді як інші незалежні пружні характеристики залишаються постійними аж до точки розриву. Це призводить до введення лише двох скалярних змінних пошкодження для ламінатів:

$$D_\tau = 1 - \frac{\overline{G}_{12}}{G_{12}};\ D_\sigma = 1 - \frac{\overline{E}_{22}}{E_{22}}, \quad (25)$$

де D_τ та D_σ є змінними зсувного та поперечного пошкодження відповідно. $\overline{G}_{12}$, $\overline{E}_{22}$, G_{12}, E_{22} позначають модуль зсуву та поперечний модуль пружності пошкодженого та непошкодженого станів композиту відповідно. Таким чином, ці дві змінні пошкодження в поєднанні з критеріями розриву та поведінкою плас-

тичності описують прогресуюче пошкодження шаруватих композитів. Розвиток пошкодження описується через значення швидкості вивільнення енергії пошкодження $Y_{D\sigma}$ та $Y_{D\tau}$ [19]:

$$Y_{D\sigma} = \frac{\partial E_D}{\partial D_\sigma} = \frac{1}{2}\frac{\sigma_{22}^2}{E_{22}(1-D_\sigma)^2},$$

$$Y_{D\tau} = \frac{\partial E_D}{\partial D_\tau} = \frac{1}{2}\frac{\tau_{12}^2}{G_{12}(1-D_\tau)^2}. \quad (26)$$

Фізичний опис механізмів руйнування у композитах виводиться також за допомогою критеріїв руйнування [4], [20], [29] Для оцінки міцності композиційних матеріалів, враховуючи їх анізотропні властивості, запропоновано велика кількість критеріїв міцності, повний огляд яких представлений у роботах [4], [20]. Розділяючи усі критерії, можна класифікувати їх за трьома групами: силові $f(\sigma_{ij},F)=0$, деформаційні $q(\varepsilon_{ij},G)=0$ та енергетичні $h(\sigma_{ij},\varepsilon_{ij},H)$, де F, G, H – характеристики композитних матеріалів [29]. Огляд літературних джерел показав, що критерії максимальних напружень, максимальних деформацій, Цая-Ву, Цая-Хілла, та Хоффмана знайшли найбільш широке застосування в композитах [20]. Серед них, критерій Цая-Ву виділяється як найбільш точний і загальний. При цьому загальний критерій Мізеса не потребує проведення складних випробувань для своєї конкретизації. Критерій Ашкеназі часто застосовують при розрахунках динамічно навантажених композитів. Але він може використовуватись тільки у випадках, коли композит має однакові границі міцності при розтягу та стиску. Аналіз критеріїв [20] виявив, що жоден із широко використовуваних критеріїв не здатен повністю описати руйнування всіх конструктивних елементів, досліджених у різних умовах деформування. Тому при розрахунку несучої здатності композиту слід перевіряти застосованість різних критеріїв для окремих конструктивних елементів для різних умов навантаження [20]. Так само і у випадку моделювання ініціації пошкодження, вибір критерію виходить із типу композиту та умов його навантаження.

При початковому формулюванні критерій Цая-Ву є незалежним від режиму навантаження. Він здатний лише визнати наявність пошкодження в певній точці композитного матеріалу. Але модель, що виведена на основі цього критерія дозволяє розрізнити пошкодження волокна, матриці та при зсувних навантаженнях.

Спрощений вигляд критерія Цая-Ву, для ортотропного матеріалу, використовуючи ефективні напруження, має вигляд [21]:

$$F_1\tilde{\sigma}_1 + F_2\tilde{\sigma}_2 + 2F_{12}\tilde{\sigma}_1\tilde{\sigma}_2 + \\ + F_{11}\tilde{\sigma}_1^2 + F_{22}\tilde{\sigma}_2^2 + F_{66}\tilde{\tau}_{12}^2 = 1. \quad (27)$$

Його компоненти визначаються наступним чином:

$$F_{11} = \frac{1}{\sigma_{1t}\sigma_{1c}},\ F_{22} = \frac{1}{\sigma_{2t}\sigma_{2c}},\ F_1 = \frac{1}{\sigma_{1t}} - \frac{1}{\sigma_{1c}},$$

$$F_2 = \frac{1}{\sigma_{2t}} - \frac{1}{\sigma_{2c}},\ F_{66} = \frac{1}{\tau_{12}^2}. \quad (28)$$

$$F_{12} = -\frac{1}{2}\sqrt{F_{11}F_{22}}, \quad (29)$$

де σ_{1t}, σ_{2t}, σ_{1c}, σ_{2t} – границі міцності матеріалу при розтягу (t) та стиску (c) в головних напрямках 1 та 2 відповідно; τ_{12} – границя міцності при зсуві в головній площині шару 12 (рис. 3).

Пошкодження в моделі [21] описується п'ятьма параметрами пошкоджуваності, що відповідають параметрам D_{ft}, D_{fc}, D_{mt}, D_{mc} – матриці (m) та волокна (f) при розтягу (t) та стиску (c), та D_s – при зсуві:

$$D_f = \begin{cases} D_{ft}, & якщо\ \tilde{\sigma}_1 \ge 0 \\ D_{fc}, & якщо\ \tilde{\sigma}_1 < 0 \end{cases} \quad (30)$$

$$D_m = \begin{cases} D_{mt}, & якщо\ \tilde{\sigma}_2 \ge 0 \\ D_{mc}, & якщо\ \tilde{\sigma}_2 < 0 \end{cases} \quad (31)$$

$$D_s = 1-(1-D_{ft})(1-D_{fc})(1-D_{mt})(1-D_{mt}). \quad (32)$$

$$\begin{Bmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\\ \tau_{12}\end{Bmatrix} = \frac{1}{A}\begin{bmatrix}(1-D_f)E_1 & (1-D_f)(1-D_m)\upsilon_{21}E_2 & 0\\ (1-D_f)(1-D_m)\upsilon_{12}E_1 & (1-D_m)E_2 & 0\\ 0 & 0 & (1-D_s)GA\upsilon_{12}\upsilon_{21}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \gamma_{12}\end{Bmatrix}, \quad (33)$$

де $A = (1-(1-D_f)(1-D_m)$. (34)

Модель, що базується на критерії Цая-Ву характеризується моделлю ортотропного матеріалу, що враховує пошкодження, та базується тільки на одному критерії руйнування. Вона перевірялась на фізично-нелінійному аналізі гомогенізованого карбонового волоконного композиту і вводить ефективні напруження в сам критерій.

Параметр пошкоджуваності при зсуві D_s визначено, виходячи з припущення, що пошкодження при зсуві є комбінацією поперечних та поздовжніх мікротріщин, тому використовується добуток параметрів при руйнування волокна та матриці. Розвиток пошкодження в моделі формулюється за допомогою термодинамічних формулювань на основі енергії Гіббса.

Закон Гука у тензорному вигляді з врахуванням пошкодження записується [21] (33).

Тоді матриця жорсткості, що враховує пошкоджуваність має вигляд (35).

$$C(\mathbf{D}) = \begin{bmatrix} (1-D_f)C_{11} & (1-D_{m1})C_{12} & (1-D_{m1})C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ (1-D_{m1})C_{21} & (1-D_{m1})C_{22} & (1-D_{m1})C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ (1-D_{m1})C_{31} & (1-D_{m1})C_{32} & (1-D_{m1})C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (1-D_{m2})C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (1-D_{m2})C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (1-D_{m2})C_{66} \end{bmatrix} \quad (35)$$

Ця двовимірна модель на основі критерія Цая-Ву [21], як і більшість аналогічних, створена для прогнозування пошкодження шару на основі гіпотези плоского напруження. Проте такий принцип може призвести до неточного прогнозування ініціації пошкодження в складних напружених станах, коли компоненти напружень поза площиною шару відіграють суттєву роль. Це особливо стосується вільних країв, відкритих отворів, композитних посилених панелей, тощо. Для подолання цих обмежень основою для таких моделей пошкодження можна використати тривимірні критерії руйнування, повний огляд яких представлений у роботі [22]. На основі аналізу запропонованих в роботі [22] критеріїв руйнування, було встановлено, що критерій Пака для поперечного стиснення є найточнішим у прогнозуванні навантаження, що руйнує перший шар. Однак для прогнозування руйнування шарів у різноспрямованих ламінатах необхідно використовувати локальну міцність, зокрема поперечну міцність на стиск. Було також зазначено, що точність існуючих тривимірних критеріїв руйнування залежить від співвідношення між властивостями матеріалу, і використання локальної міцності не завжди забезпечує правильні прогнози. Нові критерії руйнування, що представлені різними авторами у роботі [22] пропонують покращені прогнози, однак для валідації при складних багатоосьових напружених станах потрібні додаткові експериментальні дослідження або мікромеханічне моделювання з використанням методу кінцевих елементів.

Модель пошкодження, що була виведена на основі трьохвимірного критерію Пака [23] дозволяє прогнозування початку інтраламінарного руйнування (пошкодження першого шару), а зростання пошкодження було отримано за допомогою задоволення термодинамічних обмежень у термінах нерівності Клаузіуса–Планка в ізотермічних умовах. Нееластична поведінка матеріалу базувалась на визначенні шести скалярних змінних пошкодження: D_{ft}, D_{fc}, D_{1mt}, D_{1mc} D_{2mt}, D_{2mc} – матриці (m) та волокна (f) при розтягу (t) та стиску (c), параметри 1 та 2 відповідають 1 та 2 головним напрямкам репрезентативного об'єму (рис. 3). Вони враховували різницю між двома механізмами інтраламінарного руйнування на рівні шару: руйнування волокна та міжволоконне розшарування.

Відрізняє цю модель від інших, також основаних на критерії руйнування Пака, те, що вона інтегрована в суцільний елемент оболонки [24] при розв'язанні задачі методом кінцевих елементів, що дозволяє виконати повністю тривимірне конститутивне визначення пошкодження на рівні шару. Проте через комплексний характер моделі, експериментальне визначення параметрів пошкоджуваності збільшується, що ускладнює валідацію моделі та її застосування.

Інша модель [25], що зосереджена на ітраламінарному руйнуванні, використовує для прогнозування ініціації пошкодження критерій LaRC04, що був розроблений Langley Research Center [26]. У даній моделі передбачається, що пружна область оточена чотирма поверхнями, кожна з яких відповідає одному механізму руйнування: поздовжньому та поперечному руйнуванню при розтягуванні та стисненні. Ці поверхні сформульовані функціями активації пошкоджень на основі критеріїв руйнування LaRC03 і LaRC04 (36).

$$F_{1+} = \phi_{1+} - r_{1+} \le 0;\ F_{1-} = \phi_{1-} - r_{1-} \le 0, \quad (36)$$

$$F_{2+} = \phi_{2+} - r_{2+} \le 0;\ F_{2-} = \phi_{2-} - r_{2-} \le 0, \quad (37)$$

де функції навантаження ϕ_n (n = 1+, 1–, 2+, 2–) залежать від тензора деформацій і констант матеріалу (+ відповідає за розтяг, – за стиск). Пороги пружної ділянки r_n (n = 1+, 1–, 2+, 2–) приймають початкове значення 1, коли матеріал не пошкоджений, і вони збільшуються з пошкодженням. Пороги пружної ділянки є внутрішніми змінними конститутивної моделі та пов'язані зі змінними пошкодження D_m (m = 1+, 1–, 2+, 2–, 6) законами розвитку пошкодження. Поріг пружної ділянки визначає рівень пружних деформацій, який може бути досягнутий до накопичення додаткових пошкоджень.

Три скалярних змінних пошкоджень D_1, D_2 – що відповідають головним напрямкам 1, 2 відповідно і пошкодженню при зсуві D_6 у площині шару, які враховують також ефекти закриття тріщини при реверсуванні навантаження, входять у матрицю жорсткості (38).

Параметр пошкодження при зсуві D_6 з'являється під впливом поздовжніх та поперечних мікротріщин.

$$C(\mathbf{D}) = \begin{bmatrix} \frac{1}{(1-D_1)E_1} & -\frac{\upsilon_{21}}{E_2} & 0 \\ -\frac{\upsilon_{12}}{E_1} & \frac{1}{(1-D_2)E_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{(1-D_6)E_1} \end{bmatrix} \quad (38)$$

виду. На сьогодні не існує універсального методу прогнозування граничного стану в композиційних матеріалах. А вже існуючих експериментально обґрунтованих методів знаходження критичних значень параметрів пошкодження недостатня кількість. Наприклад модель Барберо [28] використовує поверхню пошкодження, яка відокремлює непошкоджений стан матеріалу від

$$C(\mathbf{D}) = \begin{bmatrix} \frac{(1-D_1)E_1(1-\nu_{32}\nu_{23})}{\Delta} & \frac{(1-D_1)(1-D_2)E_1(\nu_{21}+\nu_{31}\nu_{23})}{\Delta} & \frac{(1-D_1)(1-D_3)E_1(\nu_{31}+\nu_{21}\nu_{32})}{\Delta} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{(1-D_1)(1-D_2)E_2(\nu_{12}+\nu_{13}\nu_{32})}{\Delta} & \frac{(1-D_2)E_2(1-\nu_{31}\nu_{13})}{\Delta} & \frac{(1-D_2)(1-D_3)E_2(\nu_{32}+\nu_{31}\nu_{12})}{\Delta} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{(1-D_1)(1-D_3)E_3(\nu_{13}+\nu_{12}\nu_{23})}{\Delta} & \frac{(1-D_2)(1-D_3)E_3(\nu_{23}+\nu_{13}\nu_{21})}{\Delta} & \frac{(1-D_3)E_3(1-\nu_{12}\nu_{21})}{\Delta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (1-D_s)G_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (1-D_s)G_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (1-D_s)G_{13} \end{bmatrix} \quad (40)$$

У випадку складної анізотропії як із 3д-плетеними композитами деякі механізми руйнування, як наприклад деламінація майже нівелюються завдяки армуванню у третьому (вертикальному) напрямку. Таке армування також допомагає забезпечувати жорсткість поза шаром. Але модель, що представлена у роботі [27], не зважаючи на високу анізотропію матеріалу, проста за рахунок визначення чотирьох параметрів пошкодження, три з яких враховують утворення мікротріщин в кожному напрямку армування D_1 D_2 D_3, а четвертий D_s – при зсувному навантаженні у площині шару. Ефективні напруження в моделі [26] представлені виразом:

$$\tilde{\sigma} = C_m(\mathbf{D}) : \gamma + [C_{f1}(\mathbf{D}) + C_{f2}(\mathbf{D}) + C_{f3}(\mathbf{D})] : \varepsilon, \quad (39)$$

де $C_{f1}(\mathbf{D})$, $C_{f2}(\mathbf{D})$, $C_{f3}(\mathbf{D})$, $C_m(\mathbf{D})$ – тензори жорсткості з врахуванням пошкодження у трьох взаємно-ортогональних напрямках вздовж волокна та тензор-жорсткості матриці відповідно, які в сумі складають загальний тензор жорсткості матеріалу, ε та γ – тензори лінійної деформації та деформації при зсуві. Сам тензор жорсткості з врахуванням пошкодження має вигляд:

Припущення, що пошкодження прямо веде до деградації жорсткості матеріалу, а пластичність призводить до розвитку залишкової деформації, роз'єднують розвиток пошкоджень і непружних деформацій на противагу Леметру [9], який стверджував що пластичні деформації кінетично зв'язані з пошкодженнями. Це, у свою чергу, спрощує ідентифікацію параметрів у моделі [27], алгоритм знаходження яких описаний вище. Він дозволяє ідентифікувати закони пошкоджень і пластичності безпосередньо з одновісних циклічних кривих напруження-деформація без необхідності створення складних схем калібрування.

На сьогодні, розробці критерію граничного стану металічних конструкційних матеріалів присвячена велика кількість робіт. Але у випадку з композиційними матеріалами, картина приймає протилежного

пошкодженого і припускає, що пружна поведінка матеріалу без пошкоджень проявляється до моменту, коли термодинамічний параметр Y не досягне поверхні пошкодження g, що представлена у вигляді [27]:

$$g(Y,\gamma) = \sqrt{Y \cdot JY} + \sqrt{|H \cdot Y|} - (\gamma + D_0), \quad (41)$$

де J та H тензори четвертого порядку є проміжними константами матеріалу, які визначають поверхню пошкодження і визначаються з експериментальних даних, а D_0 – початковий поріг виникнення пошкодження. Критичні значення пошкодження при розтягу та стиску у моделі оцінюються за статистичними даними процесу руйнування для кожного виду навантаження [28]:

$$D_{1t} = 1 - \exp(-1/m), \; D_{1c} = 1 - erf\left(\frac{\alpha_{cr}}{\Lambda\sqrt{2}}\right), \quad (42)$$

де m це модуль розподілу Вейбулла, дані якого є в літературі для багатьох типів волокон, α_{cr} – критичний кут зсуву при руйнуванні, а Λ – стандартне відхилення фактичного Гаусового розподілу зміщення волокон, яке отримується з експериментальних даних. Впоперек волокон матриця приймається як періодична структура ланок, яка оточує волокна. Максимально допустима міцність пучка ланок матриці отримується припускаючи постійний розподіл ймовірностей руйнування однієї ланки. Пошкодження вважається як співвідношення між зруйнованими і непошкодженими ланками і приймає вигляд [28]:

$$D_{2t} = 0{,}5. \quad (43)$$

При зсувних навантаженнях модель показує, що можна визначити лише критичне значення добутку параметрів цілісності на зсув, а не їх окремі значення. Це є наслідком припущення, що головні напрямки тензора пошкодження другого порядку **D** залишаються узгодженими з основними напрямками матеріалу протягом усього терміну експлуатації матеріалу. За цих умов

пошкодження від зсуву інтерпретується як комбінація поздовжніх і поперечних тріщин матриці, що підтверджується експериментальними спостереженнями [28]. Зручність цієї моделі в тому, що дані для параметрів пошкодження отримуються з табличних значень міцності окремих волокон. Тому кількість базових експериментів зводиться до стандартизованого випробування на зсув для визначення деградації модуля зсуву. Але через її статистичний підхід значення критичних параметрів має загальний характер, приймаючи приблизні значення для ряду матеріалів і для цього необхідна велика кількість статистичних даних.

В роботі [29] критерій граничного стану пошкоджуваності виводиться з критерію міцності Мізеса, з використанням ефективних напружень на рівні границі міцності композиційного матеріалу у трьох напрямках. Модель пропонує всього два параметра пошкоджуваності виходячи з двох механізмів руйнування: відрив та зріз для визначення параметру сумарного розсіяного пошкодження композиту. Однак для практичного його використання необхідно експериментальне обґрунтування, тому необхідна подальша перевірка на композиційних матеріалах.

Також слід відзначити моделі, що базуються на структурному підході і які зазвичай враховують мікроструктуру матеріалу представлену репрезентативним об'ємним елементом (РОЕ). Вони хоч і більш точні у прогнозуванні пошкодження на мікрорівні матеріалу, але потребують значної кількості та складності обчислень, вимагають великої кількості параметрів матеріалу, і поки не мають систематичної методології для знаходження параметрів з експериментальних даних. Модель, що представлена у роботі [30] розроблена для прогнозування пошкодження при високошвидкісному ударі і враховує шість механізмів руйнування, частина з яких активується при стандартизованих експериментальних випробуваннях, а інші являються комплексними і можуть бути активованими тільки в розрахунку кінцевоелементного репрезентативного об'ємного елементу. Гібридна модель, що представлена у роботі [31] суміщає в собі два підходи: континуальний та мікромеханічний. На основі континуального підходу модель вводить основні рівняння сформульовані в рамках термодинаміки незворотніх процесів із введенням внутрішніх змінних стану. А рівняння, що стосуються пошкодження, отримуються через мікромеханічний опис щільності мікротріщин, що дозволяє використати лише одну змінну внутрішнього стану, що пов'язана із пошкодженням та форми дефектів для представлення загальної деградації жорсткості матеріалу.

Висновки

На основі сучасних методів оцінки кінетики розсіяного руйнування (пошкодження) та критеріїв граничного стану армованих композиційних матеріалів (КМ) встановлено:

1. Несучу здатність армованих композиційних матеріалів (АКМ) умовно можна розділити на дві основні стадії: це зародження та ріст розсіяних пошкоджень на мікро і мезорівнях безпосередньо в матриці та армуючих волокнах, а також в граничних між ними зонах. Вона закінчується зародженням макротріщин в найбільш навантажених зонах відповідних складових АКМ і є найбільш тривалою за часом експлуатації. Друга стадія визначає кінетику росту макротріщин (живучість) в АКМ та описується основними положеннями механіки руйнувань

2. Встановлено, що для опису першої стадії руйнування АКМ найбільш ефективним є феноменологічний підхід, який базується на основних положеннях механіки твердого деформівного тіла та континуальної механіки пошкоджуваності. В якості параметрів пошкоджуваності необхідно використовувати тензорні величини в залежності від основних механізмів руйнування АКМ.

3. Обґрунтовано методику визначення параметрів матриці пошкоджуваності, використовуючи деградацію основних механічних характеристик АКМ як складного анізотропного твердого деформівного тіла в процесі його пружно-пластичного деформування.

4. Показано, що в залежності від рівня анізотропії АКМ та прийнятої моделі пошкоджуваності необхідно експериментально визначати від трьох до шести параметрів матриці пошкоджуваності.

5. Проведено аналіз критеріїв руйнування АКМ на стадії зародження макротріщини. Встановлено, що, в основному, для оцінки граничного стану АКМ використовуються критерії в напруженнях, які обґрунтовані для металічних матеріалів. Показано, що на сучасному етапі прогнозування їх граничного стану не розроблені і експериментально не обґрунтовані границі використання названих критеріїв в деформаційній та енергетичних постановках, що суттєво обмежує точність визначення стадії зародження макротріщини.

References

[1] T. W. Clyne and D. Hull, *An Introduction to Composite Materials*, Cambridge University Press: Cambridge, UK, 326 p. 2019, doi: 10.1017/CBO9781139170130

[2] C. Zweben, "Composites Materials", M. Kutz Ed., *Mechanical Engineer's Handbook: Materials and Engineering Mechanics*, 2015, doi: 10.1002/9781118985960.meh110

[3] Donald R. Askeland, Pradeep P. Fulay, Wendelin J. Wright, *The Science and Engineering of Materials*, 6th Ed., Cengage Learning, Inc., Boston, 949 p., 2010.

[4] R. Talreja, C. V. Singh, Damage and Failure of composite materials, Cambridge University Press, New York, 304 p., 2012, doi: 10.1017/CBO9781139016063

[5] E. Wu and C.-Z. Tsai, "Impact behaviour and analysis of CFRP laminated plates", S. R. Reid and G. Zhou Eds., *Impact behaviour of fibre-reinforced composite materials and structures*, Woodhead Publishing Ltd. Cambridge, 212 p., 2000.

[6] T. Fudzii, M. Dzako, Mekhanika razrusheniya kompozitsionnykh materialov, Mir, 232 p., 1982.

[7] Y. N. Robotnov, *Creep Problems in Structural Members*, Amsterdam: North-Holland, 803 p., 1969.

[8] L. M. Kachanov, *On the creep rupture time*, Izv Akad Nauk SSR, Otd Tekhn Nauk, 8, pp. 26–31, 1958.

[9] J. Lemaitre, "A course on damage mechanics", 2nd Ed., Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York., 228 p., 1996, doi: 10.1007/978-3-642-18255-6

[10] Sumio Murakami, "Continuum damage mechanics", Solid Mechanics and Its Applications, Springer Dordrecht, 402 p., 2012, doi: 10.1007/978-94-007-2666-6

[11] J. Lemaitre and J. L. Chaboche, Damage mechanics. Chapter 7 in Mechanics of Solid Materials; Cambridge: Cambridge University Press, pp. 346–450, 1990.

[12] O. A. Bondarets, "Model of scattered damage accumulation in anisotropic structural materials under plastoelastic deformation", Dys. kand. tekhn. nauk.,CSc, Kyiv, 2021.

[13] J. Betten, "Damage tensors in continuum mechanics", *Journal de mechanique theorique appliquee*, No.1, pp. 13–32, 1983.

[14] J. Lemaitre, "Handbook of Materials Behavior Models", Materials Science, Academic Press; 1st Ed., 1200 p., 2001.

[15] Ever J Barbero, "Finite Element Analysis of Composite Materials Using Abaqus", by Taylor & Francis Group, LLC, 406p., 2013.

[16] V. V. Panasiuk, "Mekhanika ruinuvannia ta mitsnist materialiv dosiahnennia ta perspektyvy", *Fizyky-khimichna mekhanika materialiv*, vol. 40, no. 3, pp. 5–18, 2004.

[17] Victor Giurgiutiu, "Stress, Vibration, and Wave Analysis in Aerospace Composites", for SHM and NDE Applications, pp. 111–277, 2022, doi: 10.1016/C2016-0-04241-9

[18] PP Camanho, A Arteiro, AR Melro, G Catalanotti, M. Vogler, Three-dimensional invariant-based failure criteria for fibre-reinforced composites, Int. J. Solids Struct. 55, pp. 92–107, 2015, doi: 10.1016/j.ijsolstr.2014.03.038

[19] Ladeveze, P. and Le Dantec, E., Damage Modeling of the Elementary Ply for Laminated Composites. Composites Science and Technology, 43, pp. 257–267, 1992, doi: 10.1016/0266-3538(92)90097-M

[20] P. P. Lepikhin, V. A. Romashchenko and E. V. Bakhtina, "Metody i rezul'taty analiza napryazhenno-deformirovanogo sostoyaniya i prochnosti mnogosloi-nykh tolstostenykh anizotropnykh tsilindrov pri dinamicheskom nagruzhenii (obzor). Soobshchenie 3. Fenomenologicheskie kriterii prochnosti," *Problemy prochnosti*, No. 3, pp. 31–45, 2013.

[21] M. R. T. Arruda, L. Almeida-Fernandes, L. Castro, J.R. Correia, *Tsai–Wu based orthotropic damage model*, Composites Part C: Open Access 4, 2021, doi: 10.1016/j.jcomc.2021.100122

[22] G. Catalanotti, P. P. Camanho, A. T. Marques, "Three-dimensional failure criteria for fiber-reinforced laminates," *Composite Structures*, Vol. 95, pp. 63–79, Jan., 2013, doi: 10.1016/j.compstruct.2012.07.016

[23] J. Reinos, G. Catalanotti, A. Blázquez, P. Areias, P.P. Camanho and F. Parísa, "A consistent anisotropic damage model for laminated fiber-reinforced composites using the 3D-version of the Puck failure criterion," *International Journal of Solids and Structures*, pp. 37–53, 2017, doi: 10.1016/j.ijsolstr.2017.07.023

[24] J. Reinoso, A. Blázquez, "Application and finite element implementation of 7-parameter shell element for geometrically nonlinear analysis of layered CFRP composites," *Composite Structures*, Vol. 139, 1, pp. 263–276, April 2016, doi: 10.1016/j.compstruct.2015.12.009

[25] P. Maimí, P.P. Camanho, J.A. Mayugo and C.G. Dávila, "A continuum damage model for composite laminates: Part I – Constitutive model," *Mechanics of Materials*, Vol. 39, Issue 10, pp. 897–908, October 2007, doi: doi.org/10.1016/j.mechmat.2007.03.005

[26] Pinho, Silvestre & Dávila, Carlos & Camanho, Pedro & Iannucci, Lorenzo & Robinson, P., Failure, *Models and Criteria for FRP Under In-Plane or Three-Dimensional Stress States Including Shear Non-Linearity*, NASA/TM-2005-213530, 69 p., 2005.

[27] Carolyn Oddy, Magnus Ekh, Martin Fagerström, Macroscale modelling of 3D-woven composites: Elasto-plasticity and progressive damage, International Journal of Solids and Structures, 12 p., 2022, doi: 10.1016/j.ijsolstr.2022.111696

[28] Ever J. Barbero and Paolo Lonetti, "An Inelastic Damage Model for Fiber Reinforced Laminates," *Journal of COMPOSITE MATERIALS*, Vol. 36, No. 08, pp. 941–961, 2002, doi: 10.1177/0021998302036008549

[29] M. I. Bobyr, "Criterion of the limit state of composites materials," *Mech. Adv. Technol*., Vol. 6, No. 3, pp. 229–236, 2022, doi: 10.20535/2521-1943.2022.6.3.264783

[30] Agata Zuzana Galka, "Physically based constitutive model for damage in composites under dynamic loads," PHD Thesis, 206 p., 2020, doi: 10.13140/RG.2.2.12724.81281

[31] F. Praud, G. Chatzigeorgiou, Y. Chemisky and F. Meraghni, "Hybrid micromechanical-phenomenological modelling of anisotropic damage and anelasticity induced by micro-cracks in unidirectional composites," *Composite Structures*, 182, pp. 223–236, 2017, doi: 10.1016/j.compstruct.2017.09.013

Models and criteria of destruction of composite materials at the stage of macrocrack initiation

Y. V. Lavrukhin[1], M. I. Bobyr[1]

[1] *Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute, Kyiv, Ukraine*

Abstract: *The analysis was carried out and the limits of the use of modern damage models and criteria for the failure of composite materials (CM) at the stage of macrocrack initiation were established. The classification of CM and the main hypotheses and assumptions used in the development of the condition level are described. The main stage of the life cycle of a CM product is considered - the stage of nucleation and accumulation of scattered fractures at the micro and meso levels. The main principles of continuum damage mechanics, thermodynamics of irreversible processes and mechanics of a solid deformed body are used. The main mechanisms of microfailure of reinforced CM are described. It is shown that for them it is necessary to consider a set of phenomenological parameters that could assess the kinetics of the accumulation of diffused failures in the matrix, reinforcing fibers and the delamination between them. These complex processes in reinforced CMs require phenomenological modeling of damage in the form of tensor quantities with certain assumptions. Thus, the "mixture" hypothesis was widely used. It is shown that each component of the damage parameter is more expedient to determine from the hypothesis of the equivalence of specific energies. The method of conducting basic experiments to specify the regularities of damage accumulation in CM is detailed. A modified CM stiffness tensor is established, taking into account the degradation of the mechanical properties of the CM, regardless of the thermo-force parameters of the operating load. An analysis of modern criteria for the destruction of reinforced CMs and the limits of their use was carried out. The main directions of solving the problem of estimating the limit state of CM and the load-bearing elements made from them are shown.*

Keywords: *diffused failure of composite materials, phenomenological models of damage, anisotropy of mechanical properties, criteria of diffuse failure.*