

Визначення факторів впливу та коефіцієнтів концентрації напружень для експрес-розрахунків на міцність однозрізних болтових з'єднань шаруватих композитних пластин. Повідомлення 1

К. М. Рудаков¹ • Ю. М. Дифучин¹

Received: 17 September 2024 / Revised: 22 November 2024 / Accepted: 16 December 2024

Анотація. При проектуванні болтових з'єднань (БЗ) необхідно, зокрема, проводити їхні перевірки розрахунки на міцність. При цьому бажано застосовувати експрес-аналіз: розрахунки за простими формулами достатньої точності. Для БЗ пластин із шаруватих полімерних композиційних матеріалів (ПКМ) проблема ще не вирішена.

Мета дослідження: провести перегляд, переосмислення та структуризацію формул експрес-розрахунку максимального напруження при контакті отвору з жорстким циліндром (болтом), на контрастних прикладах матеріалів та схем армування пластини із ПКМ, з урахуванням можливих бічних зазорів болт/отвір в практично актуальному діапазоні, на основі отриманих раніше та нових результатів.

Були проведені чисельні розрахунки із застосуванням методу скінченних елементів (контактна задача) для БЗ пластини із шаруватого ПКМ. Передбачалася 3D-ортотропія кожного моношару. Перевіряли декілька простих формул експрес-аналізу, провели їхню структуризацію. Результати зведені в таблиці, наведені ілюстрації.

Видокремлені п'ять факторів впливу на значення максимального напруження розтягу біля отвору в пластині з шаруватого ПКМ. Отримано числові оцінки, що характеризують ступінь впливу на концентрацію напружень на поверхні отвору: характеристик матеріалу, схеми армування й величин зазору болт/отвір в пластині із шаруватого ПКМ, а також точність розглянутих формул.

Зміна матеріалу й схеми армування шаруватого ПКМ призводить до істотної зміни значень максимальних напружень та коефіцієнту концентрації напружень у навантаженого болтом отвору в ослабленому отвором перетині пластини, а розглянуті формули експрес-аналізу мають недостатню точність для контрастних випадків матеріалів і схем армування пластини. Необхідні додаткові дослідження, особливо для схеми армування $[\varphi-\varphi]_{2S}$ при $0 < \varphi < 90$.

Ключові слова: болтове з'єднання; полімерний композитний матеріал; напружено-деформований стан; коефіцієнт концентрації напружень; міцність.

Вступ

Болтове з'єднання (БЗ) – поширене конструктивне рішення. Далі розглядаємо тільки випадок БЗ пластин, яке працює на зрізання.

Отже, є пластини з отворами, в які встановлені болти. Під навантаженням в них виникає складний напружено-деформований стан. І є три варіанти умов формування концентрації напружень в околі отворів (рис. 1): а) – отвір вільний від навантаження; б) – отвір

заповнений іншим матеріалом; в) – в отворі встановлений болт, що сприймає навантаження. Рис. 1 показує відмінності у замиканні силових ліній. Очевидно, що концентрація напружень найбільша у БЗ (рис. 1 а).

Експрес-розрахунки БЗ на міцність мають прості формули та добре обґрунтовані лише для ізотропних матеріалів.

При цьому розрізняють чотири типи руйнування болтів та/або пластин: зрізання, розрив, зминання та розщеплення [1]. Далі будемо розглядати тільки розрив пластини біля отвору.

Типова формула експрес-аналізу на міцність БЗ із **ізотропних** матеріалів на розрив смуги в ослабленому отвором (робочому) перетині:

$$\sigma_{\max} = \sigma_{\text{nom}} \alpha = \frac{N}{t w} \frac{1}{(1 - d / w)} \alpha \leq [\sigma]_t. \quad (1)$$

✉ Ю. М. Дифучин
dif62@ukr.net

¹ КПІ ім. Ігоря Сікорського, Київ, Україна

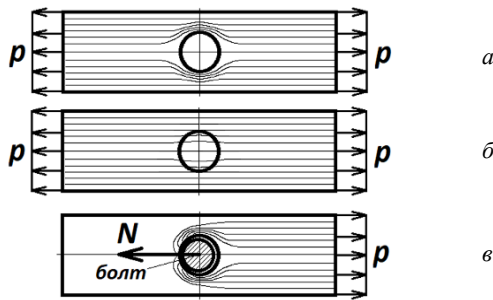


Рис. 1. Замикання силових ліній

Позначено: σ_{\max} , $\sigma_{\text{ном}}$ – максимальне та номінальне напруження; N – приведена (розрахункова) сила, що навантажує болт на зріз та ще й намагається розірвати пластину; d – номінальний діаметр болта або отвору; t – товщина пластини біля отвору; w – розрахункова ширина пластини, яка приходить на один отвір; α – теоретичний коефіцієнт концентрації напружень (ККН, нетто-переріз) у отвору, навантаженого болтом; $[\sigma]_t$ – допустиме значення напружень при розтягу.

Композиційний матеріал (КМ) – дуже загальне поняття, оскільки варіантів композиційних структур – безліч.

Розглядаємо один із розповсюджених КМ – полімерний шаруватий КМ, далі – ПКМ. Шари створюються вуглецевою ниткою, проміжки заповнюються полімером. Два варіанти укладання ниток у шарі: стрічковий чи тканинний. Напрямок укладання визначається кутом відносно визначеної осі. Найпростіша модель для розрахунків характеристик напружено-деформованого стану (НДС) така: кожен шар моделюється як ортотропний матеріал; у площині шару головні осі пружної ортотропії визначаються напрямком нитки; кожна складова шару (нитка та полімер) вважається ізотропним матеріалом.

Навіть така спрощена модель ПКМ виявляє декілька проблем при реалізації розрахунків БЗ “анізотропний композит – метал” на міцність.

Поширений варіант подальшого спрощення – спочатку визначати так звані “ефективні” характеристики багатошарового ПКМ, після чого розраховувати БЗ на міцність. Але при цьому можна отримати великі похибки: при майже ідентичних переміщеннях напруження зовсім різні (див. рис. 3 з [2]). Інший варіант: моделювати кожен шар. Він потребує застосування потужних комп’ютерів та спеціалізованих комп’ютерних програм, які використовують метод скінченних елементів (МСЕ) й алгоритми контактної взаємодії.

В ЄС була реалізована Європейська програма ВОЈСАС (2000–2003 рр., з бюджетом 2.2 Millions Euro): болтові з’єднання в композитних авіаційних конструкціях. Вона була спрямована на введення у практику розрахунків БЗ з КМ в авіаційних конструкціях сучасних чисельних методів моделювання, на зниження ваги

конструкцій, скорочення натурних дорогих випробувань, збільшення частини КМ в основних конструкціях літаків, на безпеку літаків з КМ.

У проєкті прийняли участь авіаційні компанії Airbus та SAAB, національні лабораторії аеронавтики: CIRA – італійська, FOI – шведська, NRL – нідерландська; а ще DERA – агенція з Великобританії, та декілька європейських університетів.

Є архів проєкту ВОЈСАС на сайті університету Limerick (Ireland) [3]. Аналіз публікацій показує початковий стан застосування 3D-контактних скінченно-елементних моделей БЗ: геометрія спрощена, а пружні характеристики багатошарового ПКМ – “ефективні”. Це відповідало рівню розвитку ПЕОМ на той час (суперкомп’ютери не застосовували).

Через декілька років у розрахунках з’явилися пошарові моделі [4]–[6], але великих проєктів типу ВОЈСАС вже не реалізовувалося.

Для багатьох конструкцій навіть часткове руйнування є неприйнятним. Тому вважають, що ПКМ навантажується лише до межі “початкового навантаження руйнування”. Для розрахунків БЗ з ПКМ теж використовують умови міцності, зокрема й подібні (1). При цьому ліву частину цих умов помножують на так званий “сукупний фактор виправлення” (cumulative correction factor – CCF), та ще на “фактор припасування” (fitting factor – FF), тобто використовують поправочні функції впливу. Щодо CCF та FF, відомі обмежені дані про ці функції.

McDonnell Aircraft Company у 1981 році опублікувала програмний код під назвою BJSFM (від Bolted Joint Stress Field Model, автор – J.M. Ogonowski) [7], [8]. У ньому реалізована модель 2D-анізотропної пластини з отвором, навантаженої на нескінченності (“загальної мембрани”), врівноваженої розподіленням за законом синуса по половині границі отвору навантаженням. Цей код набув поширення у практиці проектування літальних та космічних апаратів США, Канади та інших країн, має розвиток (наприклад, [9]), з часом був інтегрований у великий програмний комплекс HyperSizer [10]. На цей час HyperSizer перераховує приблизно 50 різних моделей ламінату та стільникових панелей на “загальну мембрану” BJSFM. Програма дозволяє вводити (призначати) різні значення коефіцієнтів впливу (є рекомендації та графіки), які відображають конкретні ситуації БЗ із КМ, щоб обчислити CCF та FF. Наприклад, якщо відстань від центра отвору до краю пластини перевищує значення трьох діаметрів отвору, то відповідний коефіцієнт впливу дорівнює одиниці, а якщо менше трьох, то його потрібно призначити з діапазону (0.8–0.9). У програмі можна врахувати ще такі фактори впливу: тип голівки болта (що виступає або втоплена), кількість площин зрізування, кількість рядів болтів, відношення товщини пластини з КМ до діаметра болта, відносна відстань між болтами, інші. Також призначається критерій обчислення еквівалентних напружень. Ця програма інтегрує, в першу чергу, накопи-

чений у галузі досвід спостереження за БЗ із КМ. Ліцензія на її використання коштує і часто неприйнятна для невеликих проєктів.

Тому є актуальною проблема розробки відносно простих формул експрес-аналізу БЗ з ПКМ.

Мета і задачі дослідження

Потрібно модифікувати вираз (1) експрес-аналізу БЗ з ізотропним матеріалом на випадок БЗ “метал – пластина з ПКМ”, з наступним проведенням його структуризації шляхом відокремлення факторів впливу.

Це дасть можливість використовувати модифіковану формулу для експрес-розрахунку максимального напруження при контакті отвору з жорстким циліндром (болтом) з урахуванням вибраних факторів впливу, таких, як схема армування пластини із ПКМ, можливих бічних зазорів болт/отвір в практично актуальному діапазоні.

Матеріали та методи дослідження

Автори цього повідомлення відпрацювали наступну методичку досягнення мети і задачі дослідження.

Визначилися, що є сенс спочатку розглядати одностороннє БЗ: з усіх видів БЗ одностороннє є найбільш контрастним, оскільки в ньому присутній вторинний вигин. Для ПКМ сила затягування не може бути великою, тому таке БЗ з ПКМ працює в так званому штифтовому режимі, коли бічні зазори болт/отвір перекриваються і болт сприймає силу зрізу N (рис. 1 в). Таке БЗ часто називають зрізним БЗ.

Для обґрунтування використовували як відомі аналітичні вирази, так і результати власних розрахунків за методом скінченних елементів (МСЕ) модельних зразків.

Композитну пластину моделювали 24-ма шарами, створеними стрічками або тканюю структурою, з полімерною основою, тобто з ПКМ. Вважали, що кожен шар ПКМ є пружним та 3D-ортотропним. Модулі пружності шарів навели в таблиці 1. Дані взяли зі статей [11], [12] (з перерахуванням $\mu_{21} = \mu_{12}E_{22}/E_{11}$).

Ці ПКМ характерні різними відношеннями E_{11}/E_{22} : 8.52, 18.75 та 1, тобто охоплюють доволі значний діапазон можливих співвідношень.

За модельний зразок брали такі варіанти: для випробувань на втому при розтягу; довга полоса без отвору; довга полоса з отвором, вільним чи навантаженим “болтом”.

Зразок на втому має дві площини симетрії, тому моделювали чверть зразка (рис. 2 а) [11]. Пластина – з ПКМ, швелер, шайби – з Д16АТ, болти – з ВТ-16. Співвідношення: $\zeta = d/w = 1/6$, а $d/t \approx 1$, що відповідає рекомендаціям з [1].

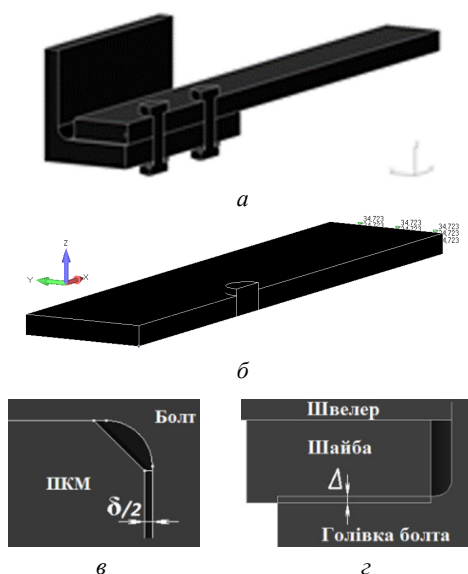


Рис. 2. Модельні зразки: чверть частини зразків (а, б); моделювання зазору (в) та затягування (г)

Бічні зазори болт/отвір моделювали (рис. 2 в) із практично значущого діапазону $[0, 1.5]\%$ від діаметра болта [11].

Наявність сили затягування Q у БЗ обов'язкова. Її створювали геометричним скороченням відстані між гайкою та головкою болта (рис. 2 г) на величину Δ . Алгоритми моделі контактної взаємодії типу “поверх-

Таблиця 1. Модулі пружності шарів (1 – ЭДТ-10 / ТС 36S-12К; 2 – УОЛ-300-1А; 3 – УТ-900-3А)

Матеріал шару	Модулі Юнга, МПа			Модулі зсуву, МПа			Коефіцієнти Пуассона		
	E_{11}	E_{22}	E_{33}	G_{12}, G_{21}	G_{13}, G_{31}	G_{23}, G_{32}	μ_{12}, μ_{13}	μ_{23}, μ_{32}	μ_{21}, μ_{31}
1	149700	17560	17560	16830	16830	7630	0.2637	0.1504	0.0309
2	150000	8000	8000	4400	4400	2700	0.2900	0.4800	0.0155
3	80000	80000	8500	6000	4800	4800	0.4000	0.3200	0.4000

ня у поверхню”, яка є основою в сучасних програмних комплексах, що використовують МСЕ, в ітераціях (вони неминучі) зводять нанівещь проникнення голівки болта у шайбу, і виникає сила $Q = Q(\Delta) \approx \sigma_z \pi d^2 / 4$, яка розтягує болт та одночасно зтягує БЗ. Позначено σ_z – осьове напруження в центрі перетину болта.

У числових розрахунках виявилось, що значення Q пропорційне величині Δ , яка призначається при моделюванні БЗ за МСЕ [13]. Тому для визначення коефіцієнта β у співвідношенні $Q = \beta \Delta$ достатньо провести всього один допоміжний розрахунок БЗ з обмеженою зоною навколо БЗ та без бічного навантаження. Отже, спочатку для довільного Δ потрібно знайти $\beta \approx \sigma_z \pi d^2 / (4\Delta)$, а потім для бажаної сили зтягування Q обчислити $\Delta \approx Q/\beta$.

Скінченно-елементні моделі робили змішаними [11], і це дозволило отримати розв’язки контактної тривимірної задачі на персональних ЕОМ підвищеної потужності. Розміри скінченно-елементної сітки обирали за ознакою збіжності результатів (при діаметрі отворів у 5 мм при їх поверхнях розміри СЕ у плані складали від 0.2×0.4 до 0.025×0.025 мм) [2].

Розрахунки за МСЕ проводили в учбовій версії програмного комплексу Femap від Siemens з процесором Nastran.

Геометрично точне моделювання різьблення у болті з гайкою можливе, але призводить до значного підвищення кількості невідомих у системі алгебраїчних рівнянь (САР), яка виникає внаслідок дискретиза-

ції та алгебраїзації моделі. Якщо замість гайки моделювати “другу голівку болта”, тобто моделювати “заклепку з натягом”, то при тому ж значенні Δ будемо мати незначно підвищену жорсткість “заклепки”. Чисельні розрахунки за МСЕ показали [14], що в моделі БЗ, яка розглядалася, підвищення сили зтягування склало до 17 %, причому пропорційна залежність цієї сили від величини Δ зберіглася.

Коефіцієнт концентрації напружень біля отвору ізотропної чи 2D-ортотропної пластини з одного шару

Перевіряли декілька формул, зокрема й застосували МСЕ (таблиці 2 та 3).

Зроблені висновки для випадку ізотропної пластини:

1. У практично актуальному діапазоні $\zeta \in [0.1, 0.3]$ завжди $\underline{\alpha}(\zeta) > \alpha(\zeta)$, причому формули з [17], [18] та [19] дають близькі значення відносно розрахунків за МСЕ.

2. Щоб значення за формулами з [19] приблизно співпадали зі значеннями, отриманими за МСЕ, можна другий вираз із [19] апроксимувати відповідно лінії тренду результатів за МСЕ, а саме:

$$\underline{\alpha}(\zeta) \approx 12.857 - 69.666\zeta + 220.51\zeta^2 - 304.01\zeta^3 \quad (2)$$

Обчислені при цьому значення ККН поміщені у таблицю 3 після знаку / у колонку [19].

Таблиця 2. Формули для визначення ККН

Отвір	Матеріал	Формули	Джерело
Вільний	Ізотропний	$\alpha(\zeta) \approx 3.000 - 3.140\zeta + 3.667\zeta^2 - 1.527\zeta^3$	[15, табл.17.1]
	2D-ортотропний	$\underline{\alpha}(0) = 1 + \sqrt{2(\sqrt{E_{11}/E_{22}} - \mu_{12}) + E_{11}/G_{12}}$	[16]
Навантажений болтом	Ізотропний	Складні вирази для $\underline{\alpha}(\zeta)$; $0.2 \leq \zeta \leq 0.5$	[17]
	2D-ортотропний	$\underline{\alpha}(\zeta) = \frac{1-\zeta}{\zeta} \left[\frac{\zeta}{2} + \left(\frac{\zeta}{2} + \frac{4}{\pi^2} \right) M \right]$; де $M = \frac{\sqrt{2(\sqrt{E_{11}/E_{22}} - \mu_{12}) + E_{11}/G_{12}}}{\sqrt{E_{22}/E_{11}}}$	[18]
		$\underline{\alpha}(\zeta) \approx \alpha(\zeta) \cdot \{1 + (1-\zeta) \cdot [\tilde{\alpha}(0) - 3] / \alpha(\zeta)\}$; де $\alpha(\zeta) \approx 12.882 - 52.714\zeta + 89.762\zeta^2 - 51.667\zeta^3$; $\tilde{\alpha}(0) = 1 + \sqrt{2\sqrt{E_{11}/E_{22}} + E_{11}/G_{12} - 2\mu_{12}}$; $\alpha(\zeta) \approx 3.000 - 3.140\zeta + 3.667\zeta^2 - 1.527\zeta^3$	[19]

Примітка: вважається, що болт в отворах – без зазору, тертя відсутнє.

Таблиця 3. Розрахункові значення ККН біля отвору в ізотропній пластині

$\zeta = d/w$	$\alpha(\zeta)$			$\underline{\alpha}(\zeta)$			
	[15]	[16]	MCE	[17]	[18]	[19]	MCE
0.001	3.00	3.00	–	–	812	12.8 / 12.8	–
0.1	2.72	–	–	–	8.65	8.46 / 7.79	7.70
1/6	2.57	–	2.58	–	5.31	6.35 / 5.96	6.21
0.2	2.51	–	–	5.24	4.45	5.52 / 5.31	5.13
0.3	2.35	–	–	3.68	2.94	3.75 / 3.59	3.61
0.4	2.23	–	–	2.98	2.12	2.85 / 0.82	–
0.5	2.16	–	–	2.53	1.56	2.51 / –4.85	–

Примітки. Для ізотропного матеріалу у формулі з [18] значення $M = 2$, а формула з [19] вироджується у вираз своєї другої частини, оскільки $\tilde{\alpha}(0) = 3$. Асимптоти формул з [18] та [19] при $\zeta \rightarrow 1$ є невірними (0 та –140 відповідно).

Пластина з шаруватого ПКМ. Введення факторів впливу

В роботі [20] отримано, що в ослабленому отвором перетині пластини з ПКМ графіки напружень σ_X , головних σ_1 і еквівалентних σ_{Mises} дуже близькі, а напруження σ_Y , σ_Z , σ_{XY} , σ_{YZ} й σ_{ZX} відносно малі. Тому в розрахунках БЗ на розрив ослабленого перетину пластини з ПКМ останні компоненти можна не враховувати, а проводити аналіз лише на основі σ_1 .

У проєктувальних та перевірочних розрахунках вважається, що сила N є рівнодійною, відомою та прикладеною до пластини на відстані від отвору, достатньому для погашення крайового ефекту. Найкращий варіант її прикладення у модельних розрахунках – у вигляді розподіленої на торцевій поверхні сили (як на рис. 1), з інтенсивністю:

$$p = N/(hw), \quad (3-a)$$

де h – середня товщина пластини у цьому місці (h може бути іншою, ніж t біля отвору). Оскільки саме таке навантаження викликає появу напружень у складових БЗ, далі будемо вважати, що першим фактором впливу на напружений стан біля отвору є такий:

$$q_1 = p = N/(hw). \quad (3-b)$$

З формули (1) з використанням (3) маємо, що:

$$\sigma_{nom} = \frac{N}{tw(1-\zeta)} = \frac{N}{hw} \frac{h}{t(1-\zeta)} = p \frac{h}{t(1-\zeta)} = q_1 q_2, \quad (4)$$

де як і раніше $\zeta = d/w$, а комбінацію геометричних характеристик:

$$q_2 = \frac{h}{t(1-\zeta)} \quad (5)$$

будемо вважати другим фактором впливу, який при $h = t$ змінюється на $q_2 = 1/(1-\zeta)$. Дійсно, у (4) вираз при $q_1 = p$ є безрозмірним масштабним фактором (коефіцієнтом), який дозволяє розрахувати σ_{nom} , яке відповідає заданому p . При цьому він застосовує прості геометричні параметри, характерні саме для БЗ.

У цьому повідомленні буде введено ще три важливих безрозмірних фактори впливу \tilde{q}_3 , \tilde{q}_4 , \tilde{q}_5 , і теж як масштабні множники. Тому формулу (1) представимо у модифікованому вигляді:

$$\sigma_{max} = q_1 q_2 \tilde{q}_3 \tilde{q}_4 \tilde{q}_5 \tilde{\alpha} \leq [\sigma]_t, \quad (6)$$

де тильда над \tilde{q}_3 , \tilde{q}_4 , \tilde{q}_5 та ККН $\tilde{\alpha}$ вказує на залежність від присутності у БЗ композиційного матеріалу.

Коли у БЗ немає анізотропних матеріалів та відсутній бічний зазор болт/отвір і не враховується вплив вторинного вигину, то, згідно з (1) та (6), біля отвору, навантаженого болтом:

$$\tilde{\alpha} = \alpha; \quad \tilde{q}_3 = \tilde{q}_4 = \tilde{q}_5 = 1;$$

$$\sigma_{nom} = q_1 q_2; \quad \sigma_{max} = q_1 q_2 \alpha \leq [\sigma]_t. \quad (7)$$

Пластина з шаруватого ПКМ. Визначення третього фактору впливу

Позначимо нижнім індексом X напрямок дії сили N , яка навантажує пластину. З таблиці 1 легко зробити висновок, що у шаруватому ПКМ з різними кутами укладання шарів найбільшу частку цієї сили сприймають шари, коли їхня головна вісь симетрії за номером 1 співпадає з напрямком X , тобто коли кут їх укладання дорівнює нулю.

У роботах [2], [20] на числових прикладах (розрахунки за MCE) було показано, що в довгій пластині з шаруватого ПКМ, **без отворів** (при $h = t$, $\zeta = 0$ й

$q_2 = \tilde{q}_3 = \tilde{q}_4 = \tilde{q}_5 = 1$), ліву частину формули (6) з точністю у долі відсотка можна записати у вигляді:

$$\sigma_{\max} = \sigma_{nom} = p \frac{(E_{XX})_{\max}}{(E_{XX})_{ef}}, \quad (8)$$

де $(E_{XX})_{\max}$ – максимальний за значенням модуль пружності одного з шарів ПКМ у напрямку X дії сили N ; $(E_{XX})_{ef}$ – “ефективний” модуль пружності ПКМ всієї пластини у тому же напрямку. При цьому $(E_{XX})_{ef}$ обчислювали в “інструменті” Лаур Едітор програми Femap від Siemens.

Отже, можна призначити, що третій фактор впливу:

$$\tilde{q}_3 = (E_{XX})_{\max} / (E_{XX})_{ef}. \quad (9)$$

Важливо: місія фактору \tilde{q}_3 з (9) – перевести розгляд ситуації з усіх шарів пластини на той шар (чи один з тих шарів), що сприймає найбільшу частину навантаження. Саме тому він не є частиною виразу для ККН. У роботах [2], [20] формула (8) була тільки отримана та обґрунтована для декількох схем укладання шарів ПКМ, але те, що співвідношення модулів пружності у виразі (8) є фактором впливу і яка його місія, не було усвідомлене.

Теоретичним підґрунтям формули (9) для \tilde{q}_3 була формула Фойхта (Fought):

$$\left((E_{XX})_{ef} \right)_F = \frac{\sum t_n (E_{XX})_n}{t}, \quad (10)$$

яка, як відомо, дає верхню оцінку “ефективного” модуля пружності. Позначені: t_n – сумарне значення товщини шарів n -го напрямку укладання; $(E_{XX})_n$ – відповідний модуль пружності матеріалу шару.

Пластина з шаруватого ПКМ. Зручне призначення розподіленого навантаження

Для облегшення аналізу результатів модельних розрахунків за МСЕ є сенс задавати силу N на торці пластини таку, щоб у різних розрахунках у послабленому перерізі мати однакове значення σ_{nom} , наприклад, $\sigma_{nom} = 100$ МПа. Тоді розподілене навантаження (див. рис. 1 в), згідно з (6) та при $\tilde{q}_4 = \tilde{q}_5 = 1$, буде визначатися за формулою:

$$p = \frac{\sigma_{nom}}{q_2 \tilde{q}_3} = \sigma_{nom} (1 - \zeta) \frac{t}{h} \frac{(E_{XX})_{ef}}{(E_{XX})_{\max}}. \quad (11)$$

Пластина з шаруватого ПКМ. Ще дві формули для ККН у БЗ з пластиною з шаруватого ПКМ

У роботі [21] як результат застосування правила суміші Фойхта (Fought) запропоновано ще один варіант визначення ККН, вже для “складно армованих” (так у [21]) шаруватих ПКМ. У наших позначеннях:

$$\tilde{\alpha}_F = \frac{1}{(E_{XX})_{ef} t} \cdot \sum_m \tilde{\alpha}_m t_m (E_{XX})_m, \quad (12)$$

де m – позначення шару; $(E_{XX})_{ef}$ – “ефективний” модуль Юнга в напрямку дії сили N ; $(E_{XX})_m$ – модуль Юнга m -го шару в тому же напрямку; t , t_m – загальна товщина пластини та товщина m -го шару; $\tilde{\alpha}_m$ – значення ККН для m -го шару, отриманого за МСЕ або в інший спосіб. У цій формулі для кутів укладання шарів 0, 45, –45, 90 градусів вирази:

$$\begin{aligned} \eta_0 &= \frac{t_0 (E_{XX})_0}{(E_{XX})_{ef} t}; & \eta_{45} &= \frac{t_{45} (E_{XX})_{45}}{(E_{XX})_{ef} t}; \\ \eta_{-45} &= \frac{t_{-45} (E_{XX})_{-45}}{(E_{XX})_{ef} t}; & \eta_{90} &= \frac{t_{90} (E_{XX})_{90}}{(E_{XX})_{ef} t}; \end{aligned} \quad (13)$$

як це показано у роботах [2], [20], визначають ту частину сили, що діє з нульового напрямку, яку сприймають на себе шари зі вказаними кутами укладання. З урахуванням цих позначень формула (12) набуває вигляд:

$$\tilde{\alpha}_F = \tilde{\alpha}_0 \eta_0 + \tilde{\alpha}_{45} \eta_{45} + \tilde{\alpha}_{-45} \eta_{-45} + \tilde{\alpha}_{90} \eta_{90} = \sum \tilde{\alpha}_m \eta_m. \quad (14)$$

Вона постулює, що загальний ККН $\tilde{\alpha}_F$ пластини складається з окремих ККН $\tilde{\alpha}_m$, зважених відповідно до тієї частини зусилля, яку сприймають на себе шари.

Додаємо ще одну формулу. Окрім формули Фойхта для визначення ефективних модулів пружності користуються формулою Рейса (Reys) $\left((E_{XX})_{ef} \right)_R = t / \sum \left[t_m / (E_{XX})_m \right]$, яка для визначення ККН у позначеннях, застосованих у формулі (14), буде мати вигляд:

$$\tilde{\alpha}_R = \frac{1}{\left(\frac{\eta_0}{\tilde{\alpha}_0} + \frac{\eta_{45}}{\tilde{\alpha}_{45}} + \frac{\eta_{-45}}{\tilde{\alpha}_{-45}} + \frac{\eta_{90}}{\tilde{\alpha}_{90}} \right)} = \frac{1}{\sum \left(\frac{\eta_m}{\tilde{\alpha}_m} \right)}. \quad (15)$$

Вважається, що формула Рейса при визначенні ефективного модуля пружності дає мінімальну оцінку, тому і для ККН $\tilde{\alpha}_R$ повинна давати меншу, ніж за Фойхтом.

Далі для визначення $(E_{XX})_{ef}$ застосовували формулу Фойхта (10). А для визначення пружних характеристик при $\varphi = 45$ чи $\varphi = -45$ градусів, що фігурують у формулах (13), знадобилися такі співвідношення (частина формул (8.13)–(8.16) з книги [16]):

$$\frac{1}{(E_{XX})_{45}} = \frac{1}{4} \left(\frac{1-2\mu_{12}}{(E_{11})_0} + \frac{1}{(E_{22})_0} + \frac{1}{G_{12}} \right);$$

$$(E_{YY})_{45} = (E_{XX})_{45}; \quad (\mu_{XY})_{45} = (\mu_{YX})_{45};$$

$$(\mu_{YX})_{45} = \frac{(E_{XX})_{45}}{2} \left(\frac{1}{(E_{XX})_{45}} - \frac{1}{(E_{11})_0} + \frac{1}{(E_{YY})_{45}} - \frac{1}{(E_{22})_0} + \frac{2\mu_{12}}{(E_{11})_0} \right);$$

$$\frac{1}{(G_{XY})_{45}} = \frac{1}{(G_{12})_0} + 4 \left(\frac{\mu_{12}}{(E_{11})_0} + \frac{(\mu_{YX})_{45}}{(E_{XX})_{45}} \right) \quad (16)$$

Результати розрахунків приведені в таблиці 4.

Усі розрахункові значення таблиці 4 були перевірені за МСЕ на моделі довгої полоси з ПКМ, без отвору. Відмінності були починаючи з третього знаку, тобто меншими за 1 %.

Тепер можна застосувати формули (5), (9) й (11) та визначитися з величиною p , яка в найбільш навантаженому шарі надає значення $\sigma_{nom} = 100$ МПа. Також

у таблицю 5 помістили значення другого та третього факторів впливу (поки що вважаємо $\tilde{q}_4 = \tilde{q}_5 = 1$).

У цитованих та інших роботах авторів ще розглядалися такі впливові фактори: розмір зазору болт/отвір, розташування шарів з $(E_{XX})_{max}$ відносно нейтральної площини при наявності вторинного вигину, наявність другого болта, наявність тертя. Порівняно з ними (з огляду на значення у таблиці 5) вплив факторів q_1, q_2 й \tilde{q}_3 є найбільшим.

Пластина з шаруватого ПКМ. Визначення ККН та максимальних напружень у ослабленому отвором перерізі

Розглянули пластини з ПКМ з декількома варіантами укладання шарів.

Для перевірки точності формул з [18], [19] та [21], а також формул (14) й (15) визначення ККН $\tilde{\alpha}(\zeta)$ у ослабленому отвором перерізі для багатошарових пластин з ПКМ використовували дані з таблиці 4. Отримані результати з відхиленням відносно результатів за МСЕ приведені у таблиці 6.

Дані таблиці показують, що найменші похибки для практично важливої схеми укладання шарів $[45/90/-45/0]_s$ дала формула (15), тобто формула Рейса (Rays).

Таблиця 4. Значення модулів пружності (МПа)

Матеріали шарів	Кути (схеми) укладання шарів					
	0	90	[45] (чи [-45])			[45/90/-45/0] _s
	$(E_{XX})_{ef}$	$(E_{XX})_{ef} = (E_{XX})_{45}$	$(\mu_{XY})_{45} = (\mu_{YX})_{45}$	$(G_{XY})_{45}$	$(E_{XX})_{ef}$	
1	149700	17560	33467	0.00184	15203	61063
2	150000	8000	11265	0.26756	3045	45299
3	80000	80000	22018	0.83472	2957	54634
4	–					62959

4 – це комбінація з матеріалів 2 (кути укладання 0 та 90 градусів) й 3 (+45 та -45)

Таблиця 5. Значення розподіленого навантаження p , яке задається на торці пластини, при $\zeta = 1/6$ й $h = t$, для отримання $\sigma_{nom} = 100$ МПа у найбільш навантаженому шарі; значення q_2 та \tilde{q}_3

Матеріал \ схема	q_2	\tilde{q}_3	$q_1 = p$, МПа				q_2	\tilde{q}_3
			[0/0/0/0] _s	[90/90/90/90] _s	[45/-45] _s	[45/90/-45/0] _s		
			1	1.2	1	83.3(3)		
2	25.2	3.31						
3	57.1	1.46						
4	34.9	2.39						

Таблиця 6. Значення ККН $\alpha(\zeta)$ або $\tilde{\alpha}(\zeta)$ біля круглого отвору в шарі пластини, навантаженого жорстким болтом (при $\zeta = 1/6$, без зазору й тертя, для послабленого перерізу), зі вказівкою відсотків відхилення від значення за МСЕ

Варіант	Схема укладання	Джерело, або за МСЕ для формул (14) й (15)				МСЕ
		[18]	[19]	(14)	(15)	
Ізотропний матеріал						
		5.31 / -14.5	6.35 / +2.25	6.21 / 0	6.21 / 0	6.21
1 – ПКМ зі стрічки ЭДТ-10 / ТС 36S-12К						
I	[0/0/0/0] _S	9.62 / -4.8	10.0 / -1.0	10.1 / 0	10.1 / 0	10.1
II	[90/90/90/90] _S	3.57 / -18	4.89 / -12	4.36 / 0	4.36 / 0	4.36
III	[45/-45] _{2S}	–	–	4.63 / 0	4.63 / 0	4.63
IV	[45/90/-45/0] _S	9.62 / +73	10.0 / +80	7.77 / +51	7.70 / +38	5.56
2 – ПКМ зі стрічки УОЛ-300-1А						
I	[0/0/0/0] _S	16.3 / -9.4	15.6 / -13	18.0 / 0	18.0 / 0	18.0
II	[90/90/90/90] _S	4.08 / -18	5.32 / +6.4	5.00 / 0	5.00 / 0	5.00
III	[45/-45] _{2S}	–	–	3.02 / 0	3.02 / 0	3.02
IV	[45/90/-45/0] _S	16.3 / +176	15.6 / +164	15.5 / +154	8.44 / +40	5.90
3 – ПКМ зі тканини УТ-900-3А						
I	[0/0/0/0] _S	9.78 / -5.0	10.1 / -1.9	10.3 / 0	10.3 / 0	10.3
II	[90/90/90/90] _S	9.78 / -5.0	10.1 / -1.9	10.3 / 0	10.3 / 0	10.3
III	[45/-45] _{2S}	–	–	3.31 / 0	3.31 / 0	3.31
IV	[45/90/-45/0] _S	9.78 / +52	10.1 / +57	8.93 / +39	6.93 / +7.6	6.44
4 – ПКМ зі стрічки УОЛ-300-1А та тканини УТ-900-3А						
IV	[45/90/-45/0] _S	16.3 / +92	15.6 / +84	11.5 / +35	10.1 / +19	8.49

Примітка: щодо застосування формул з [18] та [19] для ізотропного матеріалу є пояснення до таблиці 3, а щодо схеми [45/-45]_{2S} будуть роз'яснення у Повідомленні 2.

Пластина з шаруватого ПКМ. Визначення зон з максимальним напруженням розтягу у окремих шарах

Максимальний рівень головних напружень σ_1 біля отвору в шаруватій пластині з ПКМ не обов'язково досягається у послабленому отвором перерізі. Про це свідчать зображення на рис. 3 [22] та дані таблиці 7. На рис. 3 зображення “болта” та значних частин пластини видалено, а напрямок дії сили: зліва направо.

Для інших розглянутих варіантів ПКМ ситуація аналогічна.

Пластина з шаруватого ПКМ. Схема III й її подібні: окремий випадок

Щодо схеми [45/-45]_{2S} та подібних (тобто з кутами укладання не ± 45 градусів, а іншими) формули з [18] й [19] застосовувати не можна, оскільки в них фігурують головні значення модулів пружності. Тому в таблиці 6 найбільші відсотки відхилень для цих формул виникають у структурах, що мають шари з напрям-

ками укладання 45 та -45 градусів, а самі значення не наведені.

Провели додаткові розрахунки, результати яких та аналіз приведені у Повідомленні 2.

Про інші можливі фактори впливу

У роботі [23] розрахунки модельних зразків (рис. 2 а) за МСЕ показали, що при збільшенні бічного зазору болт/отвір δ значення максимальних напружень в пластині з ПКМ розглянутих матеріалів та структур, зменшувалося в діапазоні зазорів $\delta \in [0, 70]$ мкм, і це зменшення майже лінійно залежало від δ (рис. 4). Тому ввели фактор впливу (тут він буде четвертим):

$$\tilde{q}_4 = 1 - \beta\delta, \quad (17)$$

причому отримали значення коефіцієнту $\beta \approx 0.002$ при $d = 5$ мм й $\zeta = d/w = 1/6$. Інакше кажучи, при $\delta = 70$ мкм значення максимальних напружень зменшувалося на 14%. Спадний характер функції (17) пояснює зменшення кута контакту болта з отвором при збільшенні бічного зазору болт/отвір (див. графіки рис. 4 в [19]).

Від зміни величини бічного зазору характер зображень на рис. 3 та подібних не змінювався.

При наявності вторинного вигину в пластині з

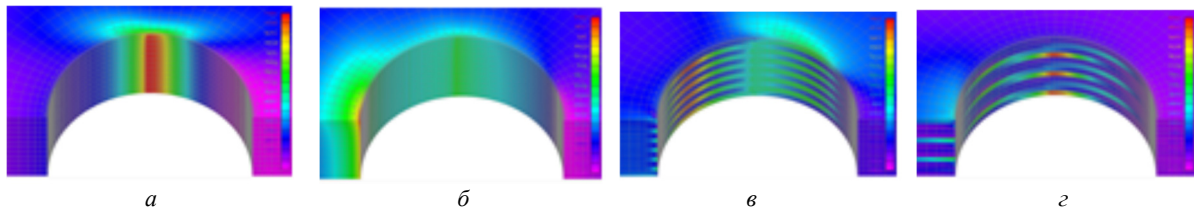


Рис. 3. Головні напруження σ_1 (МПа) на поверхні отвору в пластині ($\zeta = 1/6$), навантаженому жорстким циліндром ("болтом") без зазору [22]. Шари та схеми укладання: а) – I ($[0/0/0/0]_S$); б) – II ($[90/90/90/90]_S$); в) – III ($[45/-45]_{2S}$); г) – IV ($[0/45/-45/90]_S$). ПКМ зі стрічки ЭДТ-10 / ТС 36S-12K

Таблиця 7. Максимальні значення напруження $\sigma_1 \cdot 10^{-2}$, МПа, на поверхні отвору в пластині ($\zeta = 1/6$), що взаємодіє з жорстким "болтом" (без тертя, навантаження p , яке викликає в послабленому перерізі $\sigma_{nom} = 10^2$ МПа). Розрахунки за МСЕ

Матеріал, схема	$\tilde{\alpha}(\zeta) = \sigma_1 \cdot 10^{-2}$	$\sigma_1 \cdot 10^{-2}$		$\tilde{\alpha}(\zeta) = \sigma_1 \cdot 10^{-2}$
	I (0)	II (90)	III (45)	IV (0)
1	10.1	7.79	11.76	5.56
2	18.0	18.0	26.86	5.90
3	10.3	8.82	9.26	6.44
4	-	-	-	8.49

Примітка: позначення (90) або (45) при номеру схеми вказує, на скільки градусів розвернуті зони з наведеними значеннями σ_1 відносно послабленого отвором перерізу, для якого призначені формули з [18], [19], а також (14) та (15).

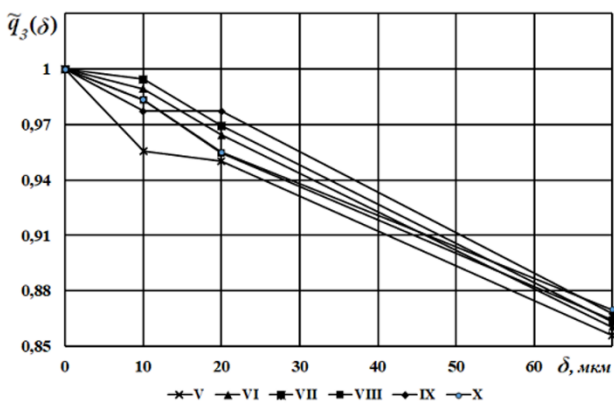


Рис. 4. Графіки [23] залежності фактору \tilde{q}_4 від бічного зазору δ болт/отвір. Зразок рис. 2 а, $d/t \approx 1$, $\zeta = 1/6$

У роботі [20] розрахунки за МСЕ показали (див. таблицю 4 з [20]), що, при відсутності вторинного вигину, зміна порядку слідування кутів укладання у матеріалі з кутами укладання шарів 0, -45, +45 та 90 градусів не призводить до суттєвих змін у значеннях максимальних напружень, відмінності не перевищували 3%. Для експрес-розрахунків це незначна величина, нею можна нехтувати.

шаруватого ПКМ (однозрізне БЗ) максимальне напруження σ_1 у отвору залежить не тільки від величини цього вигину (тобто згинального моменту), а й від того, наскільки є віддаленим від нейтрального шару пластини шар з кутом укладання 0 градусів (позначено як z_{0max} на рис. 5 а). Це питання вивчалось в [23]. Ввели як важливий параметр приведену відстань $z_0^* = z_{0max} / (t/2)$. З результатів розрахунків за МСЕ побудували залежності $\sigma_u(z_0^*)$, де позначили як $\sigma_u = 0.5((\sigma_X)_{max} - ((\sigma_X)_{min}))$ – амплітудні напруження згину у БЗ (зразок рис. 2 а) у точці послабленого отвором перерізу пластини з ПКМ, визначеної координатою z_{0max} . Типові графіки для всіх значень бічного зазору болт/отвір та структур показано на рис. 5 б. Розглядалися такі структури:

- $[-45/0/45/90]_{3S}$; $[-45/90/45/0]_{3S}$;
- $[-45/90/45/0/-45/0/45/90/-45/0/45/0]_S$;
- $[-45/45/90/-45/45/90/45/0/-45/0/90/0]_S$;
- $[-45/90/45/90/-45/90/45/0/-45/0/45/0]_S$;
- $[-45/90/45/90/-45/90/45/0/-45/45/0/0]_S$.

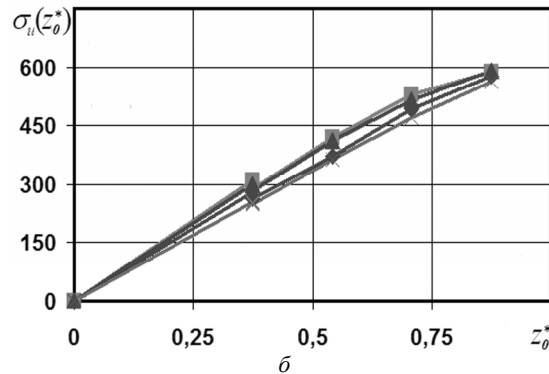
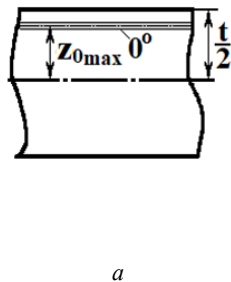


Рис. 5. Схема визначення $z_{0\max}$ (а); залежність амплітудних напружень згину від z_0^* (всі структури та величини бічного зазору δ) (б) [23]. Зразок рис. 2 а, $d/t \approx 1$, $\zeta = 1/6$

Для ізотропного матеріалу подібний графік повинен бути лінійним. Єдиний тренд для всіх графіків рис. 5 б можна теж визначити прямою лінією для всіх розглянутих структур та бічних зазорів: напруження згину лінійно залежать від відстані від нейтральної площини, як і в класичній теорії згину пластин з ізотропного пружного матеріалу.

Факт впливу згину пластини на напруження в отворі відомий, в статті [23] авторами наведені деякі формули, але вони знайдені тільки для ізотропного матеріалу. Величина навантаження не впливає на значення ККН. Якщо є шар ПКМ з кутом укладання нуль градусів, який розташований в нейтральній площині пластини, то в ньому (майже) не виникають напруження від згину, тому для нього можна вважати, що фактор \tilde{q}_5 (впливу вторинного згину) дорівнює одиниці. Отже, можна ввести фактор впливу вторинного згину у вигляді:

$$\tilde{q}_5 \approx 1 + \gamma \cdot z_0^*; \quad z_0^* = z_{0\max} / (t/2). \quad (18)$$

У цій же статті [23] для суміші матеріалів 2 та 3 з таблиці 1 отримали наближення коефіцієнту $\gamma \approx 0.275$ (при $d = 5$ мм й $\zeta = d/w = 1/6$ для всіх розглянутих структур та для усіх бічних зазорів болт/отвір).

Обговорення

Формули з [18], [19] знаходять теоретичний ККН для одного шару 2-D ортотропного матеріалу, а формули (14) і (15) – відразу для пластини з багатошарового ПКМ. Це їхня принципова відмінність. Є ще одна: для застосування формул (14) і (15) можна знайти ККН для кожного шару у будь-якій спосіб. Тут застосовували МСЕ.

Вочевидь, що в класичній формулі (1), яка, окрім іншого, фактично дає визначення, що таке теоретичний ККН, множник

$$\frac{N}{tw} \frac{1}{(1-d/w)} = p \frac{1}{(1-d/w)} = q_1 q_2 = \sigma_{nom} \quad (19)$$

не входить у ККН. Тут два фактора впливу (на головне напруження $(\sigma_1)_{\max}$): $q_1 = p = N/(hw)$ та $q_2 = \frac{h}{t(1-\zeta)}$

були введені формулами (3-6) та (5).

Фактор впливу $\tilde{q}_3 = (E_{XX})_{\max} / (E_{XX})_{ef}$, введений формулою (9) для пластини з шаруватого ПКМ, має місію переводу розгляду ситуації зі всіх шарів пластини на той шар (чи один з тих шарів), що сприймає найбільшу частину навантаження. Тому він не може бути частиною виразу для ККН формул з [18], [19], а для формул (14) і (15) зовсім не потрібний, тобто дорівнює одиниці.

Фактор $\tilde{q}_4 = 1 - \beta\delta$, введений формулою (17), при наявності точного розв'язку проблеми контакту болт/отвір, повинен увійти у новий ККН (для одного шару), який вже буде враховувати бічний зазор болт/отвір. Тоді для формули (6), а саме $\sigma_{\max} = q_1 q_2 \tilde{q}_3 \tilde{q}_4 \tilde{q}_5 f(\bullet) \tilde{\alpha} \leq [\sigma]_t$, його значення $\tilde{q}_4 = 1$. Щодо фактору $\tilde{q}_5 \approx 1 + \gamma \cdot z_0^*$, введеному формулою (18), то він, скоріш за все, не буде частиною нового ККН.

Висновки

1. На основі досліджень запропоновано п'ять факторів впливу на максимальне напруження розтягу на поверхні отвору в пластині із шаруватого полімерного композиційного матеріалу в однозрізному БЗ цієї пластини.

2. Розглянута точність чотирьох формул визначення коефіцієнту концентрації напружень (ККН) у отвору.

3. Взаємодія шарів з різними кутами укладання у композитній пластині дещо знижує ККН у отвору

при БЗ, тому розглянуті формули можуть давати завищені значення, що піде у запас міцності БЗ.

4. Положення в отворі зони з піковим значенням $\sigma_{\max} = \sigma_1$ прямо залежить від схеми напрямків укладання шарів, причому їхні значення бувають близькі між собою, тому тоді можна записати критерій міцності пластини з ПКМ на розрив формулою (6), а саме: $(\sigma_1)_{\max} = q_1 q_2 \tilde{q}_3 \tilde{q}_4 \tilde{q}_5 \tilde{\alpha} \leq [\sigma]_t$, де фактори впливу даються формулами (3-6), (5), (9), (17) та (18).

5. Це дозволяє запропонувати у перспективі провести заміну концепції експрес-розрахунку на розрив БЗ "шаруватий ПКМ – метал" *послабленого перерізу* на концепцію розрахунку на розрив *окремого шару* незалежно від розташування зони з максимальним значенням першого головного напруження σ_1 у отворі БЗ.

6. Для схеми укладання $[45/-45]_{2S}$ та її подібних додаткові результати наведені у Повідомленні 2.

References

- [1] W. R. Broughton, L. E. Crocker and M. R. L. Gower, Design Requirements for Bonded and Bolted Composite Structures, NPL Materials Centre. National Physical Laboratory. Teddington, Middlesex, UK, 2002.
- [2] K. Rudakov and Y. Dyfuchyn, "About calculations of net-tension failure of a bolted joint on the weakened by hole cross-section of composite plate," *Mech. Adv. Technol.*, no. 1(82), pp. 58–66, May 2018, doi: 10.20535/2521-1943.2018.82.121050.
- [3] M. A. McCartney, "BOJCAS: Bolted joints in composite aircraft structures," 2023. Available: https://researchrepository.ul.ie/articles/report/BOJCAS_Bolted_joints_in_composite_aircraft_structures/19809748?file=35221990
- [4] M. A. McCarthy, C. T. McCarthy, and G. S. Padhi, "A simple method for determining the effects of bolt-hole clearance on load distribution in single-column multi-bolt composite joints," *Composite Structures*, Vol. 73, Issue 1, pp 78–87 May 2006, doi: 10.1016/j.compstruct.2005.01.028.
- [5] Ávila, Jorge Kraemer, 3D Detailed FE Parametric Model for a Composite Bolted Joined Test under Shear-Tension Interaction, Escuela Técnica Superior de Ingeniería (ICAI) Ingeniero Industrial. Universidad Pontificia ICAI ICADE Comillas, Madrid, 2012
- [6] A. Olmedo and C. Santiuste, "On the prediction of bolted single-lap composite joints," *Composite structures*, Vol. 94, No 6, pp. 2110–2117, 2012, doi: 10.1016/j.compstruct.2012.01.016
- [7] Effect of Variances and Manufacturing Tolerances on the Design Strength and Life of Mechanically Fastened Composite Joints. Volume 3. Bolted Joint Stress Field Model (BJSFM) Computer Program User's Manual. Available: <https://apps.dtic.mil/sti/citations/ADA101659>
- [8] Hypersizer (V7.1) Tutorial 8 - BJSFM Bolted Joint Analysis (Composites). Available: <https://www.youtube.com/watch?v=25BDqSJU4XU>.
- [9] S. R. Hall, C. J.vPoon and J. Charest, BJSFMD: a modified version of the composite bolted stress field model BJSFM incorporating plotting capabilities. Laboratory Technical Report, National Research Council of Canada. National Aeronautical Establishment. Structures and Materials Laboratory, no. LTR-ST-1657, 26 Feb. 1988.
- [10] Detailed Stress Analysis and Structural Sizing Optimization Software. Available: <https://hypersizer.com/>.
- [11] Y. N. Dyfuchyn and K. N. Rudakov, "Numerical Modelling of Bolted Joints from Composite. The Message 1. Creation of the Mixed 3D-Models," *Journal of Mechanical Engineering NTUU "Kyiv Polytechnic Institute"*, no. 2(77), pp. 100–107, 2016, doi: 10.20535/2305-9001.2016.77.76975.
- [12] K. Rudakov and V. Maslyey, "To definition of elasticity modules of plate from unidirectional high-modules carbon fibre," *Mechanics and Advanced Technologies*, no. 3(87). pp. 7–15, 2019, doi: 10.20535/2521-1943.2019.87.189220.
- [13] K. N. Rudakov and S.bN. Shukaev, "Modelling of Bolted Joint from PCM in the Program FEMAP/NX NASTRAN," *Visn. Nats. tekhn. un-ta Ukrayiny "Kyiv. politekhn. in-t". Seriya mashynobuduvannya*, no. 67, pp. 199–206, 2013.
- [14] Y. N. Dyfuchyn and K. N. Rudakov, "Numerical Modelling of Bolted Joints from Composite. The Message 2. Effect of the Backlash and PCM Structure on the Characteristics of the Stress-Strain State of Bolts," *Journal of Mechanical Engineering NTUU "Kyiv Polytechnic Institute"*, no. 3(78), pp. 132–145, 2016, doi: 10.20535/2305-9001.2016.78.87475.
- [15] W. C. Young and R. G. Buynas, *Roark's Formulas for Stress and Strain*. Seventh Edition. McGraw-Hill, 2002.
- [16] S. G. Lehnicki, *Teorija uprugosti anizotropnogo tela*. Izd. 2-e [Theory of elasticity of an anisotropic body. 2nd ed.], Nauka, Moscow, 1977.
- [17] P. S. Theocaris, "Stress Concentration Produced in Perforated Strips Under Tension," *Proceedings of the SESA*, vol. XIV, No. 2, 1957.
- [18] C. Echavarría, P. Haller and A. Salenikovich, "Analytical study of a pin-loaded hole in elastic orthotropic plates," *Composite Structures*, vol. 79. pp. 107–112, 2007, doi: 10.1016/j.compstruct.2005.11.038 .
- [19] K. Rudakov, Y. Dyfuchyn and S. Babienko, "Stress concentration factor near loaded hole contacting with the bolt in the monolayer of orthotropic composite material," *Mechanics and Advanced Technologies*, no. 1(85). pp. 41–48, 2019, doi: 10.20535/2521-1943.2019.85.155702.

- [20] K. Rudakov and Y. Dyfuchyn, “Express estimation of stress concentration factor near the hole loaded with a bolt in a plate from a layered polymeric composite material. Impact of monolayers stacking sequence,” *Mechanics and Advanced Technologies*, no. 1(88). pp. 7–18, 2020, doi: 10.20535/2521-1943.2020.88.200290.
- [21] E. T. Vasilevskij, A. Z. Dvejrin, Ja.S. Karpov and S. P. Krivenda, “System of experimental support for strength calculation of composites mechanical joints,” *Otkrytye informacionnye i komp'juternye integrirovannye tehnologii*, No. 47, pp. 42–52, 2010.
- [22] K. Rudakov, Y. Dyfuchyn and T. Bakhtovarshoiev, “Concentration of stresses near the hole in contact with rigid cylinder in composite plate, taking into account lateral clearances,” *Mech. Adv. Technol.*, Vol. 5, No.2, pp. 183–192, 2021, doi: 10.20535/2521-1943.2021.5.2.2243744.
- [23] K. Rudakov and Y. Dyfuchyn, “About calculations of composite plate tensile failure in cross-section with bolt hole of single-shear bolted joint,” *Mech. Adv. Technol.*, no. 2(86), pp. 23–33, 2019, doi: 10.20535/2521-1943.2019.86.177924.

Determination of influence factors and stress concentration factor for express strength calculations of single-cut bolted connections of layered composite plates. Message 1

K. Rudakov¹ • Y. Dyfuchyn¹

¹ Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute, Kyiv, Ukraine

Abstract. When designing bolted joints (BJ), it is necessary, in particular, to carry out their verification calculations for strength. At the same time, it is desirable to use express analysis: calculations by simple formulas of sufficient accuracy. For BJ of plates made of layered polymer composite materials (PCM), the problem has not been solved yet.

Objective. To revise, to rethink and structure the formulas for the express calculation of the maximum stress when the hole is in contact with a rigid cylinder (bolt). Carry out a review on contrasting examples of materials and schemes of PCM plate reinforcement, taking into account possible lateral bolt/hole clearances in a practically relevant range, based on previously obtained and new results.

Numerical calculations were carried out using the finite element method (contact problem) for the BJ plate made of laminated PCM. 3D orthotropy of each monolayer was assumed. Several simple express analysis formulas were checked, and their structuring was carried out. The results are summarized in a table, illustrations are given.

Five factors influencing the value of the maximum tensile stress near the hole in the laminated PCM plate are separated. Numerical estimates were obtained that characterize the degree of influence on the stress concentration on the surface of the hole: material characteristics, reinforcement scheme, and bolt/hole gap sizes in the laminated PCM plate, as well as the accuracy of the considered formulas. A change in the material and scheme of reinforcement of the layered PCM leads to a significant change in the values of the maximum stresses and stress concentration factor (SCF) in the bolt-loaded hole in the cross-section of the plate weakened by the hole. The considered express analysis formulas have insufficient accuracy for contrasting cases of materials and plate reinforcement schemes. Additional research is needed, especially for the reinforcement scheme армування $[\varphi]_{2S}$ at $0 < \varphi < 90$.

Keywords: bolted joint; polymer composite material; stress-strain state; stress concentration factor; strength.
