УДК 539.4

Крищук М.Г. д.т.н., проф., Ориняк А.І.
НТУУ «Київський політехнічний інститут», м. Київ ,Україна

ОБҐРУНТУВАННЯ МЕТОДИК РОЗРАХУНКУ J-ІНТЕГРАЛУ ДЛЯ ТРУБИ З НАСКРІЗНОЮ ПОПЕРЕЧНОЮ ТРІЩИНОЮ ПРИ КОМБІНОВАНОМУ НАВАНТАЖЕННІ СИЛОЮ, МОМЕНТОМ І ТИСКОМ. ЧАСТИНА:II

Kryshchuk M., Orynyak A.
The National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute», Kyiv, Ukraine (krys@ukr.net) (mmi@kpi.ua)

RATIONALE METHODOLOGIES CALCULATING J-INTEGRAL FOR THROUGH-WALL CRACKED PIPES LOAD BY COMBINATION FORCE, BENDING MOMENT AND PRESSURE. PART:II

Розглянуто граничні стани труб із наскрізною коловою тріщиною різних розмірів та співвідношень середнього радіуса до товщини її стінки при дії комбінованого навантаження тиском, силою та поперечним моментом, що відповідає практичним потребам підприємств енергетичного профілю. Розкрита еволюція методів розрахунку пружно-пластичного руйнування труби із тріщиною перед руйнуванням. Приведено класифікацію методів визначення граничного стану труб із тріщинами. Дано обґрунтований аналіз існуючих методик визначення J-інтегралу та рефересних напружень, виділені суттєві переваги одних методів над іншими. В чисельних розв'язках задач механіки руйнування для труб із наскрізною коловою тріщиною в умовах граничного навантаження застосовано програмний комплекс Abaqus v.6.10 за ліцензією Фрайбурського університету. Приведено результати розрахунків J-інтегралу для двох типів труб із наскрізними тріщинами за 12-ма різними методиками, що застосовуються у провідних країнах світу. Приведені в статті дані отримано для граничного стану труби при однофакторному навантаженні згинаючим моментом, а також при одночасній дії внутрішнього тиску і згинаючого моменту.

Ключові слова: труба із наскрізною коловою тріщиною, течія перед руйнуванням, граничний стан,, залишкові напруження, J-інтеграл.

Вступ

Перше обчислення J-інтегралу для пружно-пластичного руйнування труби з тріщиною було зроблене Захур і Каннінен [1]. Розроблений Ріс та ін. [2], так званий η- факторний метод було застосовано для оцінки граничного стану зразка труби простої двовимірної геометрії з окружною наскрізною тріщиною при згинальному моменту. В методі Паріс та Тада [3], який базується на концепції Ірвіна, введена корекція довжини тріщини. За даною методикою розрахунку залежність величин згинального моменту і кута розкриття тріщини пропорційна співвідношенню між пружною і пластичною характеристикою матеріалу.

Так званий метод LBB.NRC (Клекер та ін.[4]) основано на концепції зміцнення матеріалу. Після експериментальних випробувань руйнування труби з тріщиною, працівники інституту GE/EPRI для знаходження пластичної компоненти J-інтегралу запропонували новий метод LBB.BCL2 , відомий, як LBB.ENG2 [5] на даний час. Всі вищезазначені методи обчислення J-інтегралу основані на застосуванні η-концепції.

Протягом періоду часу з 1986 по 1987 років, був знайдений інший метод визначення J-інтегралу. Його запропонувала компанія General Electric Company (GE), яка фінансувала Electric Power Research Institute (EPRI) [6-8]. Даний метод, що отримав назву GE/EPRI, базується на скінченно-елементних розв'язках нелінійних крайових задач механіки руйнування та застосовується для оцінки статичного зміцнення пластичних компонент J-інтегралу та інших відповідних параметрів деформації.

J-інтеграл в пружно-пластичному випадку, умовно поділяться на дві складові. J_e - пружну складову та J_p - пластичну складову.

$$J = J_e + J_p \tag{1}$$

Лінійну, пружну складову, можна визначити з механіки руйнування із коефіцієнта інтенсивності напружень K_I за формулою (2). В літературі досить багато точних методів для обчислення коефіцієнта

 © Крищук М.Г., Ориняк А.І., 2012

інтенсивності напружень [22, 23], тому в даній статті ми не розглядаємо ці методи та не приводимо порівняльного аналізу.

$$J_e = \frac{K_I{}^2}{E} \tag{2}$$

Основні труднощі в обчислені J інтегралу полягають у знаходженні пластичної складової J_p.

Порівняльний аналіз методів для знаходження J-інтегралу, що були згадані вище, побудовано на розрахунках реферсних напружень для пружно-пластичного руйнування труби із тріщиною перед руйнуванням за формулою (3). Яку в 1984 році запровадив Айнцворт [21] для тіл з дефектами.

$$\sigma_{ref} = \frac{Q}{Q_L}\sigma_y, \tag{3}$$

де σ_y - границя текучості матеріалу, Q - діюче навантаження, Q_L - граничне навантаження при якому в нетто січенні виникає пластичний колапс.

Для визначення J інтегралу із σ_{ref} в [9] існує відома формула (4)

$$J = J_e[f(L_r)]^{-2}, \tag{4}$$

де параметр L_r визначається із (5)

$$L_r = \frac{\sigma_{ref}}{\sigma_y}. \tag{5}$$

Функцію L_r можна знайти за формулою (6)

$$f(L_r) = \left[\frac{E\cdot\varepsilon_{ref}}{\sigma_{ref}} + \frac{1}{2}\frac{L_r^2\cdot\sigma_{ref}}{E\cdot\varepsilon_{ref}}\right]^{-1/2} \tag{6}$$

Формула (6) справедлива на проміжку $0 \le L_r \le L_r^{\max}$,

$$L_r^{\max} = 0.5\left[(\sigma_Y + K_m)/\sigma_Y\right], \tag{7}$$

де K_m - максимальне осьове розтягуюче зусилля, ε_{ref} - пластична компонента деформування, яка береться із діаграми деформація-напруження матеріалу при відповідних напруженнях σ_{ref}.

Мета

Метою статті є проведення аналізу існуючих методик визначення J-інтегралу та реферсних напружень [24], класифікація методів визначення граничного стану труб з тріщинами (‘ліміт лоаду’) при комбінованому навантаженні вісьовою силою, моментом, внутрішнім тиском та визначення ефективності методів за результатами проведених розрахунків J-інтегралу для граничного стану двох типів труб із наскрізними тріщинами труби при дії внутрішнього тиску і згинаючого моменту за 12-ма різними методиками, що застосовуються у провідних країнах світу.

Схема труби із наскрізною коловою тріщиною зображена на рис.1. Середній радіус позначається, як R_m, кут розкриття тріщини 2θ, довжина тріщини $2a = 2R_m\theta$. Труба навантажена згинаючим моментом M і вісьовою розтягуючою силою P.

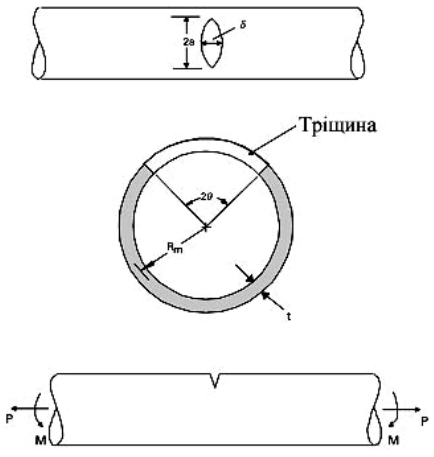

Рис. 1. Геометричні параметри труби

Дослідження

Классифікацію методів для визначення граничного навантаження труби із наскрізною тріщиною проведено за способом визначення J–інтегралу. В першій групі методів застосовується прямий спосіб розрахунку J– нтегралу, а в другій групі застосовується непрямий спосіб його обчислення за допомогою попереднього розрахунку реферсних напружень за формулою (1).

Прямі методи, що приведені в таблиці 1, класифіковані по назвам авторів та інститутів, де вони були розроблені, та мають області застосування цих методів. Першим із методів для знаходження J-інтегралу для труби із наскрізною коловою тріщиною був розроблений Паріс-Тада [10] (1983). Клекер та ін.(1986) [11] запропонували більш удосконалений метод (LBB.NRC). За основу був взятий метод Паріс-Тада, але введена нова залежність згинаючого моменту від кута, яка пропорційна залежності пружної і пластичної компонент залежності Рамберг-Осгут. Брюст (1987) із запропонованим

методом (LBB.ENG2) засновано на η-факторному підході. Такіхаші [12], на відміну від Брюста, запропонував використовувати інші апроксимуючі функції F_b і F_t [13] для методу (LBB.ENG2). Протягом деякого періоду, був знайдений інший метод визначення J-інтегралу. Запропонований General Electric Company (GE), яка фінансувала Electric Power Research Institute (EPRI) [6-8], метод дістав назву GE/EPRI (1988). Він базується на чисельних розв'язках методом скінченних елементів нелінійних рівнянь механіки руйнування для статичного зміцнення пластичних компонент в оцінках J-інтегралу та інших відповідних параметрів деформації. На так званих апроксимуючих h-функціях показують зв'язок J-інтегралу від прикладеного навантаження. Єдине, що варто було би наголосити так, це те, що в метод EPRI була додана компонента навантаження для тиску. Рахман запропонував свій підхід для аналітичного визначення h- функцій [14] основаного на апроксимації чисельних розв'язків методом скінченних елементів. Фоксен на основі методу Рахмана здійснив апроксимацію h-функцій для комбінованого випадку також включаючи тиск [15].

Непрямі методи визначення J-інтегралу за допомогою попереднього розрахунку реферсних напружень σ_{ref} застосовуються в нових державних стандартах промислово розвинутих країн світу. Їх характеристика приведена нижче.

Метод, що засновано на застосуванні параметру L_r та розроблений Лахам, увійшов в британські стандарти [16]. Такахаші використав для знаходження реферсних напружень граничні величини сили, що отримані в EPRI, та їх спрощене конвертування їх в J-інтеграл [17], тобто класичний підхід отриманий в [3]. Значний внесок у визначенні граничного навантаження зробив Кім, взявши за основу граничні навантаження EPRI, помноживши їх на оптимізуючу функцію γ. В американському стандарті API 579 [18] також застосовується метод визначення реферсних напружень для різних видів і комбінацій силових факторів граничного навантаження. Метод знаходження реферсних напружень для різних дефектів, тріщин і в тому числі колової наскрізної тріщини описано в статті Ориняка І.В., що застосовується в атомній енергетиці.

Найважливіші характеристики методів визначення J-інтегралу, та область їх застосування наведені в таблиці 1.

*Імітаційні моделі труби з тріщинами при граничному навантаженні***.** За допомогою програмного комплексу ABAQUS [19], було розроблено просторові імітаційні моделі труб із тріщинами. У всіх моделях використовувалася однакова кількість скінченних елементів - 5184 типу C3D20R (20-ти вузлові спеціальні елементи [19]). Кількість вузлів – 25154 (рис.2). Геометричні розміри 4-х імітаційних моделей труб наведені в таблиці 2.

Труби із тріщинами навантаженні різними силовими факторами – тиском, згинальним моментом та осьовою силою яка виникає в результаті внутрішнього тиску. Детальніше про моделювання в [24]. Матеріал труби - аустенітна сталь 14550 із апроксимацією залежності деформація – напруження по типу Рамберга-Осгута (8). Із коефіцієнтами $\alpha = 3.83$, $n = 4.9$, $\sigma_0 = 240$. Границя текучості матеріалу 240 МПа.

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \frac{\sigma_0}{E}\alpha\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^n \tag{8}$$

Для конвертування реферсних напружень у J-інтеграл дійсна крива напружень-деформація, яка відповідає вищезазначеним параметрам Рамберга-Осгута побудована за даними таблиці 3. Внутрішній тиск задавався пропорційно розтягуючим напруженням і дорівнював 10% від границі текучості.

Таблиця 1

Класифікація методів визначення J-інтегралу

№	Назва	Підхід		Навантаження				Діапазон параметрів		
		Тип	Примітка	N	M	p	Комбіноване	Rm/t	θ/π	n
1	Paris, Tada (1983)	Paris/Tada	CTOD	-	•	-	-	-	0.0625…0.25	-
2	Brust (1987)	LBB.ENG2	CTOD	-	•	-	-	-	-	-
3	Takahashi (2002)	LBB.ENG2	CTOD	•	•	•	-	-	-	-
4	Kumar, German (1988)	GE/EPRI		•	•	•	N+M+p	10	0.0625…0.5	2…10
5	Rahman J-sol (1997)	GE/EPRI		•	•	•	N+M+p	5..10	0.0625…0.5	1…10
6	Klecker et al. (1986)	LBB.NRC		-	•	-	-	-	-	-
7	Zahoor (1989)+Takahashi	GE/EPRI	CMOD	•	•		N+M	10	0.0625…0.5	2…10
8	Foxen, Rahman (1999)	GE/EPRI	CTOD	•	•	•	N+M+p	5…20	0.0625…0.125	2…10
9	Kim (2001)	FAD	RS, PL,CTOD	•	•	•	N+M+p	10	0 …0.5	1…7
10	Takahashi (2002)	FAD	RS	•	•	•	N+M+p	1.5…100	0…0.5	-
11	API 579 (2001) + (2007)	FAD	RS	•	•	•	N+M+p	-	-	n.a.
12	Oryniak (2009)	FAD	RS	•	•	•	N+M+p	-	-	n.a.

θ - пів кута тріщини; CTOD = (crack tip open displacement); RS = Референсні напруження (Reference stress); PL = Гранична пластична сила (Plastic limit load); RL = Залишкова сила (Reference load); Lr = Параметр Lr; n.a. = не застосовується

Чисельні розрахунки проводилися на програмному комплексі ABAQUS. Згущення сітки в чотири рази дали результат J-інтегралу на 0.2% інший, чим при сітці, охарактеризованій вищеі. Але в 5 разів проводився довше розрахунок (84 хв). Тому використовувалися моделі з попередньої частини.

J-інтеграл брався в центральній точці по 10 контуру, так як різниця між восьмим, дев'ятим та десятим контурів становила не більше 1%. При розрахунку J-інтегралу використовувалися рекомендації Брукс [20].

Результати обчислень за різними аналітичними (Паріс і Тада, Брюст, Такахаші LBB.ENG2, Кумар і Герман,Рахман, Клекер, Захур, Фоксен, Кім, Такахаші FAD, американський стандарт АПІ 579, Ориняк)та чисельними методиками наведені на графіках (рис.2-9), геометричні дані труб та матеріалу наведені в таблицях 2 та 3 відповідно. На графіках 6, 7, 8, 9 зображені криві J-інтегралу при одночасній дії внутрішнього тиску і згинаючого моменту.

На розглянутих графіках 2-5 зображені криві J-інтегралу при одно факторному навантаженні згинаючим моментом, а на рисунках 6-9 відповідно при комбінованому навантаження труб із тріщиною.

Аналізуючи отримані результати можна сказати, що для однофакторного випадку навантаження, методи EPRI, API 579, Кім, Ориняк та Такахаші (рис.2-5) збіглися або несуттєво відрізняються один від одного. Відомо, що метод EPRI побудований шляхом апроксимації експериментальних даних. Тому можна зазначити, що методи API 579, Кім, Ориняк та Такахаші дають результати точніші до експериментальних методів британського інституті GE/EPRI. Крива J-інтегралу, обчислена при чисельному розрахунку на програмному комплексі Abaqus, лежить значно нижче за всі, вищезазначені методи та суттєво відрізняється від експериментальних даних.

При комбінованому навантаженні практично всі методи дали велику розбіжність. Хоча можна відмітити метод Рахмана, який дав більш точніший результат в порівнянні із іншими методами при комбінованому навантаженні для всіх типів труб із дефектами (рис.6-9), але нажаль дав сильну похибку при одно-факторному навантаженні. Як бачимо, що і в цьому випадку методи API 579, Кім, Ориняк та Такахаші показали незначне відхилення від експериментальних даних EPRI, хоча метод Кім дав самий низький результат в порівнянні із експериментальними даними EPRI, але у всіх інших випадках, метод Кім показав значно наближений результат до результатів, отриманих при чисельному розрахунку на програмному комплексі Abaqus.

Таблиця 2

Геометричні розміри труб

№	Внутрішній радіус, мм	Товщина стінки, мм	довжина	Розмір тріщини, град
1	120	12	570	45°
2	120	12	570	90°
3	120	12	570	120°
4	60	12	570	90°

Таблиця 3

Фізичні характеристики аустенітної сталі 14550

σ [MPa]	ε [-]	σ [MPa]	ε [-]
0	0	480	0.1411
50	0.0003	490	0.1559
100	0.0006	500	0.1719
150	0.0012	510	0.1892
200	0.0029	520	0.2078
250	0.007	530	0.2279
300	0.0154	540	0.2495
310	0.0179	550	0.2728
320	0.0207	560	0.2977
330	0.0238	570	0.3244
340	0.0274	580	0.353
350	0.0313	590	0.3836
360	0.0358	600	0.4163
370	0.0407	610	0.4511
380	0.0461	620	0.4883
390	0.0522	630	0.5279
400	0.0589	640	0.5699
410	0.0662	650	0.6147
420	0.0743	660	0.6621
430	0.0831	670	0.7125
440	0.0928	680	0.7658
450	0.1034	690	0.8223
460	0.1149	700	0.8821
470	0.1275		

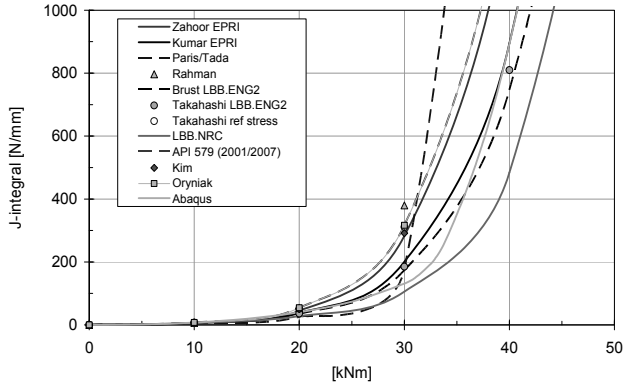

Рис. 2. $2\theta = 90^\circ$, $R_m = 66$, $t = 12$

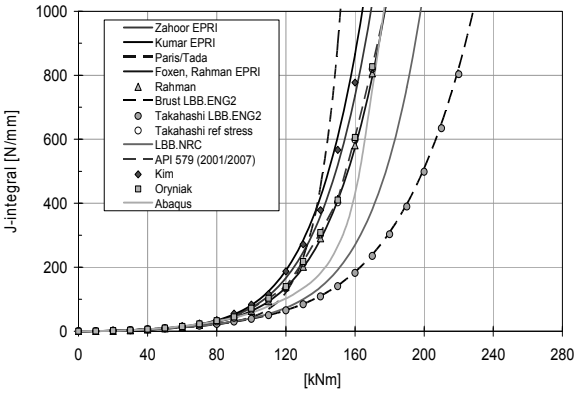

Рис. 3. $2\theta = 45^\circ$, $R_m = 126$, $t = 12$

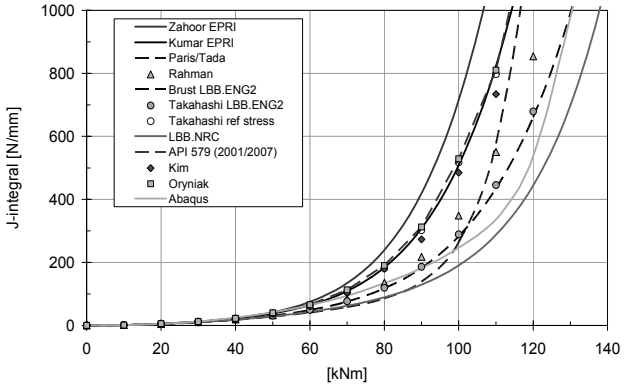

Рис. 4. $2\theta = 90^\circ$, $R_m = 126$, $t = 12$

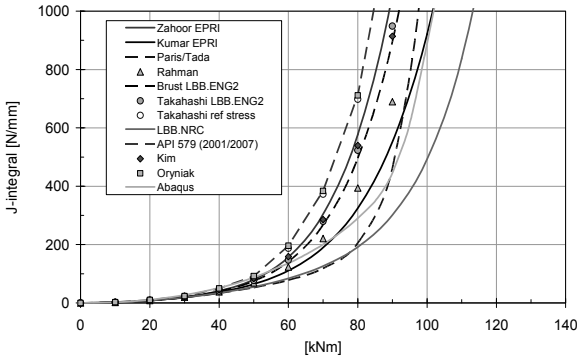

Рис. 5. $2\theta = 120^\circ$, $R_m = 126$, $t = 12$

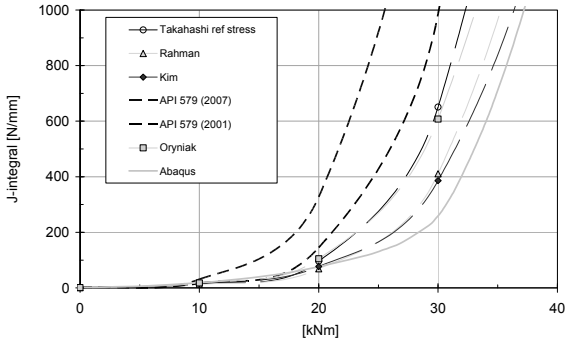

Рис. 6. $2\theta = 90^\circ$, $R_m = 66$, $t = 12$, $p = 10.54$

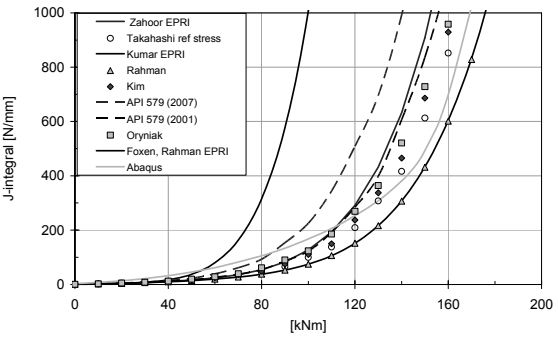

Рис. 7. $2\theta = 45^\circ$, $R_m = 126$, $t = 12$, $p = 5.04$

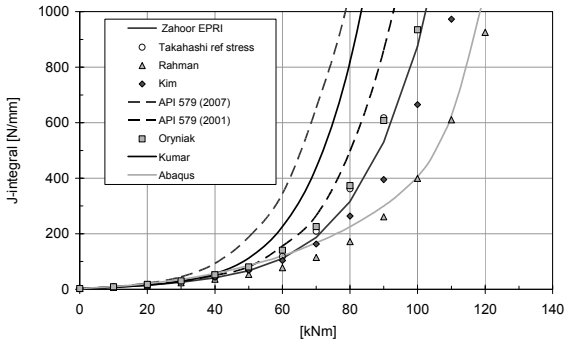

Рис. 8. $2\theta = 90^\circ$, $R_m = 126$, $t = 12$, $p = 5.04$

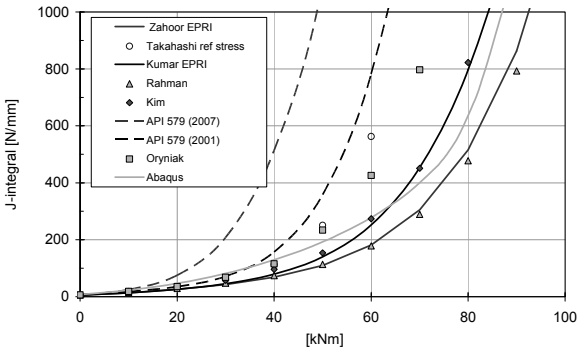

Рис. 9. $2\theta = 120^\circ$, $R_m = 126$, $t = 12$, $p = 5.04$

Висновки

1. Як зазначалося вище, прямі методи для визначення J-інтегралу на даний час є застарілими. Наприклад, метод інституту ELECTRIC POWER RESEARCH INSTITUTE - GE/EPRI, був створений у 1988 році. Шляхом експериментів, ще раніше були створені методи LBB.ENG2 (1987р) та метод Paris/Tada (1983р).

2. Після 2000 року почали створюватися нові методи, які основані на підході ‘ліміт лоаду’ та показують картину міцності навантаженої труби із тріщиною в цілому. Задача ‘ліміт лоаду’ знайти граничний стан конструкції із дефектом. Переваги такого підходу перед визначенням J-інтегралу, а особливо його пластичної компоненти очевидні. Так, як пружна компонента виводиться із інтегралу Райса, то пластична компонента, до цього означення не відповідає, тому ми не можемо нею володіти і характеризувати нею граничний стан конструкції чи приймати за якусь міцністну характеристику.
3. За результатами роботи зазначимо, що для визначення J-інтегралу для труби із коловою тріщиною не існує універсального методу для розрахунку пластичної компоненти. Результати обчислень в програмному комплексі Abaqus значно відрізняються від експериментальних даних, хоча інші методи також дали похибку від експериментальних даних, але вони не задовольняють практичної потреби в точності та універсальності.
4. В якості рекомендацій необхідно зазначити, що для визначення граничного навантаження конструкцій труб з тріщинами не варто користуватися методами, побудованих для обчислення J-інтегралу, а бажано застосовувати нові методи, що побудовані на референсних напруженнях.
5. Для визначення пружної компоненти J-інтегралу можна користуватися різними методами [22, 23], вони дають точні результати.
6. Не варто перераховувати референсні напруження в J-інтеграл, бо формула (6) є універсальною і не зовсім підходить до різних випадків геометрії та навантажень для конструкцій із тріщинами.

Аннотация. *Рассмотрено предельные состояния трубы со сквозной круговой трещиной разных размеров и соотношений среднего радиуса к толщине ее стенки при действии комбинированного нагрузки давлением, силой и поперечным моментом, что соответствует практическим потребностям предприятий энергетического профиля. Раскрыта эволюция методов расчета упругопластического разрушения трубы с трещиной перед разрушением. Приведена классификация методов определения предельного состояния труб с трещинами. Дано обоснованный анализ существующих методик определения J-интеграла и референсних напряжений, выделены существенные преимущества одних методов над другими. В многочисленных решениях задач механики разрушения труб со сквозной круговой трещиной в условиях предельной нагрузки применен программный комплекс Abaqus v.6.10 по лицензии Фрайбурського университета. Приведены результаты расчетов J-интеграла для двух типов труб со сквозными трещинами по 12-ю различными методиками, которые применяются в ведущих странах мира. Приведенные в статье данные получены для предельного состояния трубы при однофакторной нагрузке изгибающих моментов, а также при одновременном действии внутреннего давления и изгибающего момента.*
Ключевые слова: труба со сквозной круговой трещиной, течь пред разрушением, предельное состояние, остаточные напряжения, J-интеграл.

Abstract. *We consider boundary conditions of through-wall cracked pipe of different crack sizes and ratios of mean radius to thickness of wall under the action of combined loading pressure force and the cross point, which corresponds to the practical needs of enterprises of the energy profile. The author reveals the evolution of methods for calculation of elastic-plastic fracture with a crack pipe before demolition. Classification of methods of determining the limit of pipes with cracks. Given a reasonable analysis of existing methods of determination of J-integral and reference stress highlighted some significant advantages over other methods. In numerical solutions of problems of fracture mechanics for the pipes with continuous circular crack in the limit load applied software package Abaqus v.6.10 license Freiburg's University IWM. The data which calculated of J-integral for the two types of pipes with cross cracks in the 12 different methods used in leading countries. The data obtained for the limit of pipe with one the factor loading bending moment, as well as the simultaneous action of internal pressure and bending moment.*
Keywords: through-wall cracked pipe, leak before break, limit load, reference stress, J-integral.

1. *Zahoor A*, Kanninen MF. A plastic fracture mechanics prediction of fracture instability in a circumferential cracked pipe in bending – Part I: J-integral analysis. J Press Vessel Technol 1981; 103:352-8
2. *Rice JR*, Paric PC, Merkel JG. Progress in flaw grown and fracture toughness testing. ASTM STP 1973;536:231-45.
3. *Paris PC*, Tada H. The application of fracture-proof design methods using tearing-instability theory to nuclear piping postulating circumferential through-wall cracks. NUREG/CR-3464; 1983.
4. *Klecker R*, Brust F, Wilkowski GM. NRC leak-before-break (LBB.NRC) analysis method for circumferentially through-wall cracked pipes under axial plus bending loads. NUREG/CR-4572;1986.
5. *Brust FW*. Approximate methods for fracture analysis of through-wall cracked pipes. NUREG/CR-4853; 1987
6. *Kumar V*, German MD, Wilkening WW, Andrews WR, deLorenzi HG, Mowbray DF. Advances in elastic-plastic fracture analysis. EPRI NP-3607; 1984.
7. *Kumar V*, German MD, Shih CF. An engineering approach for elastic–plastic fracture analysis. EPRI NP-1931; 1981.
8. *Kumar V*, German MD. Elastic–plastic fracture analysis of through-wall and surface flaws in cylinders. EPRI NP-5596; 1989
9. *Zerbst U*, Shödel M, Webster S, Ainsworth R. Fitness-for-Service Fracture Assessment of Structures Containing Cracks. 2007. - 295 p.
10. *P.C. Paris* and H. Tada, The application of Fracture Proof Design Methods Using Tearing Instability Theory to Nuclear Piping Postulating Circumferential Through Wall Cracks, NUREG/CR-3464, September 1983
11. *R. Klecker*, F.W. Brust and G. Wilkowski, NRC Leak-Before-Break (LBB.NRC) Analysis Method for Circumferentially Through-Wall Cracked Pipes Under Axial Plus Bending Loads, NUREG/CR-4572, May 1986.

12. *Takahahi Y*. Evaluation of leak-before-break assessment methodology for pipes with a circumferential through-wall crack part I: stress intensity factor and limit load solution. Int J Press Vessel Piping 2002; 79(6):385–92.
13. *Lacire MH*, Chapuliot S, Marie S/ Stress intensity factors of through wall cracks in plates and tubes with circumferential cracks. ASME PVP 1999;388:13-21.
14. *Rahman S.* Probabilistic fracture analysis of cracked pipes with circumferential flaws. Int J Pres Ves Pip 1997;70:223-36.
15. *J. Foxen*, S. Rahman. Elastic-plastic analysis of small cracks in tubes under internal pressure and bending. Nuclear Engineering and Design 1999; 75-87:197
16. *Laham Al*. Stress Intensity Factor and Limit Load Handbook. British Energy Generation Ltd. 1998
17. *Takahashi Y*. Evaluation of leak-before-break assessment methodology for pipes with a circumferential through-wall crack. Part II: Jintegral estimation. Int J Press Vessel Piping 2002;79(6):393-402.
18. *American* Petroleum Institute API 579, Recommended Practice for Fitness for Service.
19. *ABAQUS* version 6.10 User's manual. RI: Hibbitt, Karlsson & Sorencen Inc.2010
20. *W. Brocks* and I. Scheider // Numerical Aspects of the Path-Dependence of the J-Integral in Incremental Plasticity // Technical Note GKSS/WMS/01/08
21. *Ainsworth R.A*. The assessment of defects in structures of strain hardening material // Engng Fract. Mech.-1984.- V.19 .-P. 633-642
22. *Laham Al.* Stress Intensity Factor and Limit Load Handbook. British Energy Generation Ltd. 1998
23. *Lacire MH*, Chapuliot S, Marie S/ Stress intensity factors of through wall cracks in plates and tubes with circumferential cracks. ASME PVP 1999;388:13-21.
24. *Крищук М.Г.*, д-р.техн.наук, проф., Ориняк А.І.. Обґрунтування методик розрахунку J-інтегралу для труби з наскрізною поперечною тріщиною при комбінованому навантаженні силою, моментом і тиском. Частина:І. // Вісник НТУУ "КПІ". Серія машинобудування, 2012, №.64, р.76-81

REFERENCES

1. *Zahoor A*, Kanninen MF. A plastic fracture mechanics prediction of fracture instability in a circumferential cracked pipe in bending, Part I: J-integral analysis. J Press Vessel Technol 1981; 103:352-8
2. *Rice JR*, Paric PC, Merkel JG. Progress in flaw grown and fracture toughness testing. ASTM STP 1973;536:231-45.
3. *Paris PC*, Tada H. The application of fracture-proof design methods using tearing-instability theory to nuclear piping postulating circumferential through-wall cracks. NUREG/CR-3464; 1983.
4. *Klecker R*, Brust F, Wilkowski GM. NRC leak-before-break (LBB.NRC) analysis method for circumferentially through-wall cracked pipes under axial plus bending loads. NUREG/CR-4572;1986.
5. *Brust FW*. Approximate methods for fracture analysis of through-wall cracked pipes. NUREG/CR-4853; 1987
6. *Kumar V*, German MD, Wilkening WW, Andrews WR, deLorenzi HG, Mowbray DF. Advances in elastic-plastic fracture analysis. EPRI NP-3607; 1984.
7. *Kumar V*, German MD, Shih CF. An engineering approach for elastic–plastic fracture analysis. EPRI NP-1931; 1981.
8. *Kumar V*, German MD. Elastic–plastic fracture analysis of through-wall and surface flaws in cylinders. EPRI NP-5596; 1989
9. *Zerbst U*, Shödel M, Webster S, Ainsworth R. Fitness-for-Service Fracture Assessment of Structures Containing Cracks. 2007, 295 p.
10. *Paris P.C.* and H. Tada, The application of Fracture Proof Design Methods Using Tearing Instability Theory to Nuclear Piping Postulating Circumferential Through Wall Cracks, NUREG/CR-3464, September 1983
11. *R. Klecker*, F.W. Brust and G. Wilkowski, NRC Leak-Before-Break (LBB.NRC) Analysis Method for Circumferentially Through-Wall Cracked Pipes Under Axial Plus Bending Loads, NUREG/CR-4572, May 1986.
12. *Takahahi Y*. Evaluation of leak-before-break assessment methodology for pipes with a circumferential through-wall crack part I: stress intensity factor and limit load solution. Int J Press Vessel Piping 2002; 79(6):385–92.
13. *Lacire MH*, Chapuliot S, Marie S. Stress intensity factors of through wall cracks in plates and tubes with circumferential cracks. ASME PVP 1999;388:13-21.
14. *Rahman S*. Probabilistic fracture analysis of cracked pipes with circumferential flaws. Int J Pres Ves Pip 1997;70:223-36.
15. *J. Foxen*, S. Rahman. Elastic-plastic analysis of small cracks in tubes under internal pressure and bending. Nuclear Engineering and Design 1999; 75-87:197
16. *Laham Al.* Stress Intensity Factor and Limit Load Handbook. British Energy Generation Ltd. 1998
17. *Takahashi Y*. Evaluation of leak-before-break assessment methodology for pipes with a circumferential through-wall crack. Part II: Jintegral estimation. Int J Press Vessel Piping 2002;79(6):393-402.
18. *American* Petroleum Institute API 579, Recommended Practice for Fitness for Service.
19. *ABAQUS* version 6.10 User's manual. RI: Hibbitt, Karlsson & Sorencen Inc.2010
20. *W. Brocks* and I. Scheider. Numerical Aspects of the Path-Dependence of the J-Integral in Incremental Plasticity . Technical Note GKSS/WMS/01/08
21. *Ainsworth R.A*. The assessment of defects in structures of strain hardening material. Engng Fract. Mech, 1984, V.19, P. 633-642
22. *Laham Al.* Stress Intensity Factor and Limit Load Handbook. British Energy Generation Ltd. 1998
23. *Lacire MH*, Chapuliot S, Marie S/ Stress intensity factors of through wall cracks in plates and tubes with circumferential cracks. ASME PVP 1999;388:13-21.
24. *Kryshchuk M.*, Oorynyak A. Journal the National technical university of Ukraine "KPI". Series of engineering, 2012, no.64, p.76-81