

УДК 539.3

Плещинская А.В., к.т.н.
Институт механики им. С.П.Тимошенко НАН Украины, Киев, Украина

УСТАЛОСТНОЕ РАЗРУШЕНИЕ ТОНКИХ ПЛАСТИН С КОНЦЕНТРАТОРАМИ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ ОДНООСНОМ АСИММЕТРИЧНОМ НАГРУЖЕНИИ

Plashchynska A.
Institute of Mechanics, National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine

FATIGUE FRACTURE OF THIN PLATES WITH STRESS CONCENTRATORS UNDER UNIAXIAL ASYMMETRICAL LOADING

Рассматривается задача о росте усталостной трещины, выходящей из концентратора напряжений, в тонкой пластине конечных размеров при одноосном многоцикловом асимметричном нагружении. В качестве концентраторов напряжений рассматриваются центральные щель, эллиптическое и круговое отверстия. Численно-аналитическое решение задачи получено на основе феноменологической двустадийной модели роста усталостной трещины и критерия эквивалентных напряжений, сводящего асимметричный цикл нагружения к эквивалентному по времени разрушения симметричному циклу. Результаты расчета по модели для алюминиевых пластин удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными при различных степенях асимметрии цикла нагружения.

Ключевые слова: усталостная трещина, асимметричный цикл нагружения, пластины конечных размеров, эллиптическое отверстие, круговое отверстие, щель, одноосное растяжение-сжатие, поврежденность, пластическая зона

Введение

Прогнозирование долговечности конструкций, обеспечение их надежности и работоспособности в устанавливаемые сроки эксплуатации – одна из основных задач машиностроения. Особенно актуальна эта проблема для авиастроения, судостроения, энергомашиностроения и других отраслей, где при эксплуатации детали и элементы конструкций испытывают переменные нагрузки.

Известно, что наиболее частая причина отказов многих конструкций, находящихся в условиях циклического нагружения – накопление усталостных повреждений и развитие усталостных трещин. Степень асимметрии циклического нагружения также оказывает существенное влияние на скорость роста усталостных трещин, что подтверждено экспериментальными данными [1, 2].

Исследования, связанные с прогнозированием долговечности конструкций в условиях многоциклового усталости развиваются на основе проведения экспериментов и, получения на их основе эмпирических зависимостей, а также на основе построения теоретических моделей, описывающих процессы, происходящие в материале конструкций. Получение статистических данных о развитии усталостных трещин, проведение стендовых испытаний конструкций связано с большими трудностями как технического, так и материального характера. Поэтому наиболее перспективными являются расчетные методы, требующие минимум временных и материальных затрат.

Настоящая работа является развитием теоретического подхода к решению задач кинетики усталостного разрушения, построенного на совместном рассмотрении концепций линейной механики разрушения и механики непрерывной поврежденности [3]. В рамках рассматриваемого подхода ранее были получены аналитические зависимости, описывающие длительность инкубационного периода и стадии роста трещины при асимметричном нагружении для пластин конечных размеров с центральной щелью [4].

Целью работы является апробация теоретической модели роста усталостной трещины для дальнейшей оценки и прогнозирования усталостной долговечности элементов и конструкций с концентраторами напряжений.

В работе получены численно-аналитические решения задач о росте усталостных трещин, выходящих из концентраторов напряжений в виде центральных отверстий различной формы (эллиптического, кругового отверстия и щели) при асимметричном растяжении-сжатии. Результаты расчетов удовлетворительно согласуются с данными экспериментов, проведенных на листовых образцах с центральной трещиной и круговым отверстием, изготовленных из алюминиевых сплавов 2024-T3 и 7075-T6.

1. Постановка задачі

Рассматривается тонкая пластина (рис.1) длиной H , шириной W ослабленная центральным эллиптическим отверстием с полуосями a , b и двумя симметрично расположенными трещинами начальной длины ℓ_0 , выходящими из контура отверстия. К краям пластины, перпендикулярно направлению трещины, приложено асимметричное циклическое растяжение-сжатие, вызывающее номинальные циклические напряжения $\tilde{\sigma}$

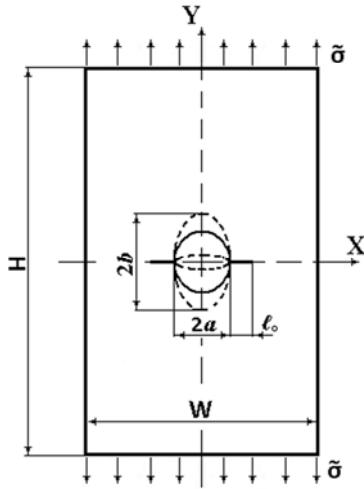


Рис. 1. Схема нагружения пластины

$$\tilde{\sigma} = \sigma_m + \sigma_a g(n), \quad (1)$$

где σ_m и σ_a – среднее и амплитудное напряжения цикла; $g(\cdot)$ – известная периодическая функция числа циклов нагружения n ($n = ft$); t – физическое время; f – частота нагружения.

Берега трещины и контур отверстия свободны от нагрузки. Усталостную трещину рассматриваем как узкую щель, у вершины которой под действием циклического нагружения формируется тонкая концевая зона, где сосредоточены все неупругие эффекты, напряжения в которой ограничены пределом текучести материала $[-\sigma_Y, \sigma_Y]$. При этом весь основной массив пластины деформируется линейно-упруго.

Задача заключается в определении функциональной зависимости между переменными, характеризующими кинетику роста трещины, параметрами нагружения, набором коэффициентов и материальных констант \tilde{N}_i ($i = 1, k$) вида

$$\ell = F_2(\sigma_a, \sigma_m, n, a, b, h, W, C_i), \quad (2)$$

Рассматривая усталостное разрушение как процесс накопления поврежденности Ω в материале пластины, решение задачи состоит в совместном решении плоской задачи теории упругости с подвижной границей и эволюционного уравнения накопления усталостных повреждений.

Система разрешающих уравнений включает:

1. Уравнения равновесия

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{xx}(n)}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}(n)}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}(n)}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}(n)}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

2. Уравнения совместности

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) (\sigma_{xx}(n) + \sigma_{yy}(n)) = 0 \quad (4)$$

3. Граничные условия для пластины представленной на (рис.1) имеют вид

$$\begin{aligned} \sigma_{xx}(n) \cdot \cos(\nu, x) &= 0, \quad x = \pm \frac{W}{2}, \quad -\frac{H}{2} \leq y \leq \frac{H}{2} \\ \sigma_{yy}(n) \cdot \cos(\nu, y) &= \begin{cases} \pm \tilde{\sigma}, & y = \pm \frac{H}{2}; \quad -\frac{W}{2} \leq x \leq \frac{W}{2} \\ 0 & y = 0 \quad \begin{cases} -d_0 \leq x \leq d_0 & 0 \leq n \leq n_* \\ -d(n) \leq x \leq d(n) & n > n_* \end{cases} \end{cases} \end{aligned} \quad (5)$$

где ν – нормаль к боковой поверхности, $d_0 = a + \ell_0$, $d(n) = a + \ell(n)$.

4. Критерий эквивалентных напряжений сводит асимметричное циклическое нагружение к эквивалентному по числу циклов разрушения $n = n_R$ симметричному циклическому нагружению [5]

$$\tilde{\sigma}_a = \sigma_a \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\pi \sigma_m}{2 \sigma_B} \right)^2 \right]^{-\eta}, \quad (6)$$

где $\tilde{\sigma}_a$ – амплитудное напряжение эквивалентного симметричного цикла; η – коэффициент чувствительности асимметрии цикла.

5. Соотношение для определения длины циклической пластической зоны при плоском напряженном состоянии по модифицированной модели Дагдейла при циклическом нагружении [6]

$$\lambda(d(n)) = \frac{\pi}{8} \left(\frac{\Delta K_{eff} \left(\frac{H}{W}, \frac{b}{a}, \frac{d(n)}{W} \right)}{2\sigma_Y} \right)^2 \quad (7)$$

где $\Delta K_{eff} = K_{max}$ – эффективный коэффициент интенсивности напряжений при симметричном цикле нагружения.

6. Эволюционное уравнение накопления усталостных повреждений

$$\frac{\partial \omega(x, n)}{\partial n} = D \left[\frac{\Delta \sigma_{eqv}(x, n)}{1 - \omega} \right]^q, \quad (8)$$

с начальными условиями

$$\begin{cases} \omega(x, 0) = 0 \\ \omega(x, n_R) = 1 \end{cases}, \quad (9)$$

где $\omega(x, n)$ – скалярная функция поврежденности, определяющая уровень повреждений в произвольной точке x в момент времени n ; $\Delta \sigma_{eqv}(x, n)$ – размах эквивалентного напряжения; D и q – коэффициенты, определяющие сопротивление материала усталостному разрушению.

2. Распределение напряжений по фронту трещины

Напряженное состояние в окрестности вершины трещины вдоль оси Ox определяется из решения системы уравнений (3)-(5). Плоское напряженное состояние согласно критерию максимальных напряжений B в качестве эквивалентного напряжения, согласно, рассматриваем напряжение $\sigma_{yy}(x, n)$. В общем виде распределение напряжений вдоль фронта распространения трещины по оси Ox ($y = 0$) при $n > n_*$ можно записать следующим образом

$$\Delta \sigma_{yy}(x, n) = \begin{cases} 0 & |x| < d(n) \\ [-\sigma_Y, \sigma_Y] & |x| = d(n) + \lambda(d) \\ \frac{\tilde{\sigma}_a}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{d(n)}{|x-d(n)|}} \cdot f\left(\frac{H}{W}, \frac{b}{a}, \frac{d(n)}{W}\right) & |x| > d(n) + \lambda(d) \end{cases}, \quad (10)$$

а в течение инкубационного периода $0 \leq n \leq n_*$ имеет вид (10) при $a(n) = a_0$. Здесь $\lambda(d_0)$ и $\lambda(d(n))$ – начальная и текущая длина тонкой циклической пластической зоны, которая формируется в вершине усталостной трещины за инкубационный период и на стадии роста трещины соответственно;

$f\left(\frac{H}{W}, \frac{b}{a}, \frac{d(n)}{W}\right)$ – корректирующая функция, учитывающая влияние граничных условий и построенная

аппроксимацией множества численных решений для трещин дискретной длины $\ell_0 \leq \ell \leq \ell(n)$.

3. Определяющие уравнения модели роста усталостной трещины

Интегрируя уравнение (8) с учетом начальных условий (9), распределения напряжений у вершины трещины (10) и двухстадийности процесса усталостного разрушения получаем уравнение движения фронта разрушения в точке с координатой $x_* = d(n) + \lambda(d(n))$ в момент времени n

$$\begin{aligned} 1 - (1+q)D \left(\frac{\tilde{\sigma}_a}{\sqrt{2}} \right)^q \times \int_0^{n_*} \left[\frac{d_0}{d(n) + \lambda(d(n)) - d_0} \right]^{\frac{q}{2}} \cdot f\left(\frac{H}{W}, \frac{a}{b}, \frac{d_0}{W}\right) d\tau = \\ = (1+q)D \left(\frac{\tilde{\sigma}_a}{\sqrt{2}} \right)^q \times \int_{n_*}^n \left[\frac{d(\tau)}{d(n) + \lambda(d(n)) - d(\tau)} \right]^{\frac{q}{2}} \cdot f\left(\frac{H}{W}, \frac{a}{b}, \frac{d(\tau)}{W}\right) d\tau \end{aligned} \quad (11)$$

Длительность инкубационного периода определим из (11) при условии $n = n_*$ в точке с координатой $x_* = d(0) + \lambda(d(0))$

Решая уравнение (11) с использованием преобразования Лапласа, получаем систему уравнений (12)

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d\ell}{dn} &= \left(1 + \frac{1}{q}\right) D \frac{1}{[2\lambda(d(n))]^{\frac{q}{2}-1}} \cdot \left(\tilde{\sigma}_a \sqrt{d} \cdot f\left(\frac{H}{W}, \frac{b}{a}, \frac{d(n)}{W}\right)\right)^q \\ n_* &= \frac{1}{(1+q)D} \left[\frac{1}{\tilde{\sigma}_a}\right]^q \left[\frac{2\lambda(d_0)}{d_0}\right]^{\frac{q}{2}} \cdot f\left(\frac{H}{W}, \frac{b}{a}, \frac{d_0}{W}\right)^{-q} \end{aligned} \right. , \quad (12)$$

где первое уравнение описывает стадию роста трещины, а второе – длительность инкубационного периода.

Длина циклической пластической зоны с учетом конечности размеров пластины и асимметрией цикла нагружения определяется из соотношения

$$\lambda(d(n)) = \frac{1}{8} \left(\frac{\pi \tilde{\sigma}_a \cdot f\left(\frac{H}{W}, \frac{b}{a}, \frac{d(n)}{W}\right)}{2\sigma_Y} \right)^2 d(n). \quad (13)$$

4. Определение коэффициентов уравнений и материальных констант

Для решения задачи по соотношениям (12) необходимо определить σ_Y , σ_B , а также коэффициенты D , q и η . Величины σ_Y , σ_B определяются по результатам стандартных испытаний гладких цилиндрических образцов на кратковременную прочность, непосредственно по диаграмме растяжения « σ – ε ».

Коэффициенты D , q определяются из базовых экспериментов по усталостному разрушению гладких цилиндрических образцов в условиях симметричного растяжения-сжатия аппроксимацией экспериментальных данных уравнением

$$n_R = \left[(1+q)D(\sigma_a)^q \right]^{-1}, \quad (14)$$

где n_R – число циклов до разрушения гладкого цилиндрического образца.

Коэффициент η – характеризует чувствительность материала к асимметрии цикла нагружения и определяется из экспериментов на усталость гладких цилиндрических образцов в условиях растяжения-сжатия при различных степенях асимметрии цикла путем минимизации функционала

$$\Phi \left(\Psi \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_B} \right), \eta \right) = \sum_{i=1}^k \left[\Psi \left(\frac{\sigma_{m_i}}{\sigma_B} \right) - \left(\frac{\sigma_{a_i}}{\sigma_n} \right) \right]^2 = \min, \quad i=1, k, \quad (15)$$

где σ_{a_i} и σ_{m_i} – амплитудное и среднее напряжения i -го асимметричного цикла; σ_n – предел усталости симметричного цикла нагружения соответствующие одинаковой долговечности n .

Представляя

$$\Psi \left(\frac{\sigma_{m_i}}{\sigma_B} \right) = \left[\cos \left(\frac{\pi}{2} \frac{\sigma_{m_i}}{\sigma_B} \right) \right]^\eta, \quad (16)$$

получим выражение для определения η в виде (17)

$$\eta = \left(lq\sigma_{a_i} - lq\sigma_n \right) \left\{ lq \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} \frac{\sigma_{m_i}}{\sigma_B} \right) \right] \right\}. \quad (17)$$

Полученные из экспериментальных данных [1] значения коэффициентов для алюминиевых сплавов 2024-Т3 и 7075-Т6 сведены в таблицу.

Таблица 1

Механические свойства и материальные константы алюминиевых сплавов 2024-Т3 и 7075-Т6

Сплав	σ_Y , МПа	σ_B , МПа	D , $(\text{МПа}^q \cdot \text{цикл})^{-1}$	q	η
2024-Т3	353	489	$7,45 \cdot 10^{-26}$	8,28	2.37
7075-Т6	523	571	$3,33 \cdot 10^{-29}$	9,23	3.57

5. Решение задач

Определим зависимость длины трещины ℓ от числа циклов нагружения n в пластинах из алюминиевых сплавов 2024-Т3 и 7075-Т6 (рис.1) шириной $W = 0,305$ м, длиной $H = 0,891$ м с центральным эллиптическим отверстием с полуосями $a = 0,8 \cdot 10^{-3}$ м, $b = \delta \cdot a$ и двумя симметрично расположенными трещинами начальной полудлины $\ell_0 = 0,8 \cdot 10^{-3}$ м при многоцикловом асимметричном одноосном растяжении-сжатии.

Решение задачи сводится к интегрированию уравнения для скорости усталостной трещины в системе (16) с учетом (17)

$$\begin{cases} n = n_* + \left(\frac{\pi}{4}\right)^{q-2} \frac{\left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\pi \sigma_m}{2 \sigma_B}\right)^2\right]^{2n}}{\left(1 + \frac{1}{q}\right) D(\sigma_Y)^{q-2}} \cdot \int_{a+\ell_0}^{a+\ell(n)} \frac{1}{\left(\tilde{\sigma}_a \cdot F\left(\frac{H}{W}, \frac{b}{a}, \frac{a}{W}, \frac{a+\ell}{W}\right)\right)^2} \cdot (a+\ell) \cdot d\ell \\ n_* = \frac{1}{(1+q)D\left[\frac{4\sigma_Y}{\pi}\right]^q} \end{cases} \quad (18)$$

Выражение корректирующей функции при $H/W \geq 3$, используемое при решении данной задачи представлено в работе [7] и имеет вид

$$F\left(\frac{b}{a}, \frac{a}{W}, \frac{a+\ell(n)}{W}\right) = \varphi\left(\frac{b}{a}, \frac{a+\ell(n)}{W}\right) \psi\left(\frac{b}{a}, \frac{a}{W}, \frac{a+\ell(n)}{W}\right) \quad (19)$$

с учетом обозначений

$$\begin{aligned} \delta &= b/a, \quad \alpha = 2(a+\ell(n))/W, \quad \gamma = 2a/W; \quad \alpha_0 = \pi\alpha/2, \quad \beta = (\alpha - \gamma)/(1 - \gamma); \quad h(\delta) = 1 + (2/\pi)\arctg(1,5\sqrt{\delta}); \\ \varphi(\delta, \alpha) &= (\pi\sqrt{(tg\alpha_0 + g \sin 2\alpha_0)/\alpha_0} \cdot (1 + \varepsilon^2(2 - \varepsilon)/(1 - \varepsilon)) - \sqrt{1 + 2g})/(\pi - 1); \quad \psi(\delta, \gamma, \alpha) = h\left(3\beta^{2/3} - 2\sqrt{h}\beta^p\right); \\ g(\delta) &= 0,13[(2/\pi)\arctg \delta]^2; \quad \varepsilon(\delta, \alpha) = \alpha(2/\pi)\arctg(0,6\sqrt[3]{\delta}); \quad \rho(\delta, \gamma) = \ln\left(h^{-3/2}\right) / \ln[\gamma\delta/(\gamma(2\delta - 1) + 1)]. \end{aligned}$$

Результаты расчета зависимости длины трещины с концентратором $2d(n) = 2(a + \ell(n))$ по модели для

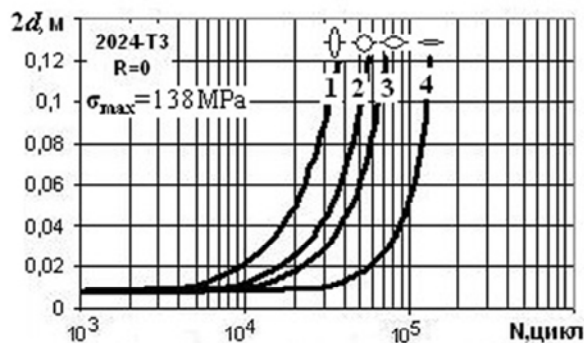


Рис. 2. Влияние формы отверстия на зависимость длины трещины от числа циклов нагружения при $a = \text{const}$ ($\delta = 3$ (линия 1), $\delta = 1$ (линия 2), $\delta = 0,5$ (линия 3), $\delta = 0,001$ (линия 4))

пластин из алюминиевого сплава 2024-Т3 с эллиптическими отверстиями различного вида при $a = \text{const}$ ($\delta = 3$ (линия 1); $\delta = 1$ (линия 2); $\delta = 0,5$ (линия 3); $\delta = 0,001$ (линия 4)) при напряжении $\sigma_{\text{max}} = 138 \text{ МПа}$ и отнулевом цикле нагружения ($R = 0$) представлены на рис.2. Как видно из представленных графически результатов скорость трещин, выходящих из отверстия зависит от его формы, чем выше $\delta = b/a$, тем быстрее развиваются усталостные трещины.

Результаты расчета зависимости длины трещины ℓ от числа циклов нагружения для пластин с круговым отверстием ($a = b$) из алюминиевых сплавов 2024-Т3 ($\sigma_{\text{max}} = 138 \text{ МПа}$ (линия — 1), 100 МПа (линия — 2), 69 МПа (линия — 3)) и 7075-Т6 ($\sigma_{\text{max}} = 207 \text{ МПа}$ (линия — 1), 138 МПа (линия — 2), 69 МПа (линия — 3)) сопоставлены соответствующими экспериментальными данными (\circ, Δ, \diamond) и представлены на рис.3(а,б).

Из рис. 3 видно, что расчеты, полученные для алюминиевых сплавов 2024-Т3 и 7075-Т6 удовлетворительно согласуются с данными экспериментов [8].

Принимая $b \approx 0$, эллиптическое отверстие преобразуется в щель, результаты расчета для пластины с центральной щелью из алюминиевого сплава 7075-Т6 были получены при различных степенях асимметрии цикла и сравнивались с экспериментальными данными, представленными в работе [2].

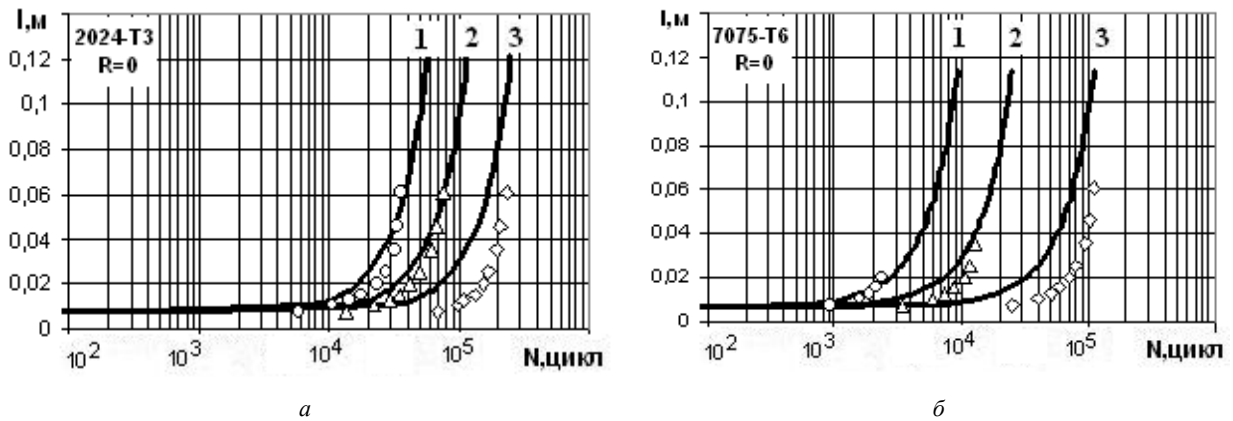


Рис. 3. Зависимость длины трещины от числа циклов нагружения в пластине с центральным круговым отверстием при $R = 0$:

- a*) – алюминиевый сплав 2024-T3 ($\sigma_{\max} = 138$ МПа (1, \circ); $\sigma_{\max} = 100$ МПа; (2, Δ); $\sigma_{\max} = 69$ МПа (3, \diamond);
б) – алюминиевый сплав 7075-T6. ($\sigma_{\max} = 207$ МПа (1, \circ); $\sigma_{\max} = 138$ МПа; (2, Δ); $\sigma_{\max} = 69$ МПа (3, \diamond))

На рис. 4 представлены расчеты при $R = -1$ (а) и $R = 0$ (б).

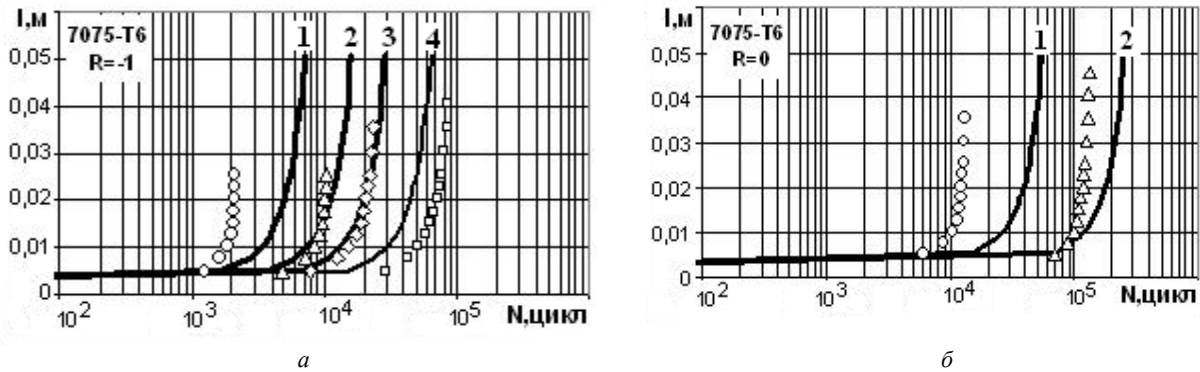


Рис. 4. Зависимость длины трещины от числа циклов нагружения в пластине с центральной трещиной из алюминиевого сплава 7075-T6

- a*) $R = -1$, $\sigma_m = 0$ МПа, $\sigma_a = 207$ МПа (1, \circ); $\sigma_m = 0$ МПа, $\sigma_a = 138$ МПа (2, Δ); $\sigma_m = 0$ МПа, $\sigma_a = 103$ МПа (3, \diamond);
 $\sigma_m = 0$ МПа, $\sigma_a = 69$ МПа (4, \square); *б*) $R = 0$, $\sigma_m = 69$ МПа, $\sigma_a = 69$ МПа (1, \circ); $\sigma_m = 34$ МПа, $\sigma_a = 34$ МПа (2, Δ)

На рис 5 представлены расчеты при $R = -0,7$ (а) и $R = 0,7$ (б).

На рис. 6 представлены расчеты при $R = -0,33$ (а) и $R = 0,33$ (б).

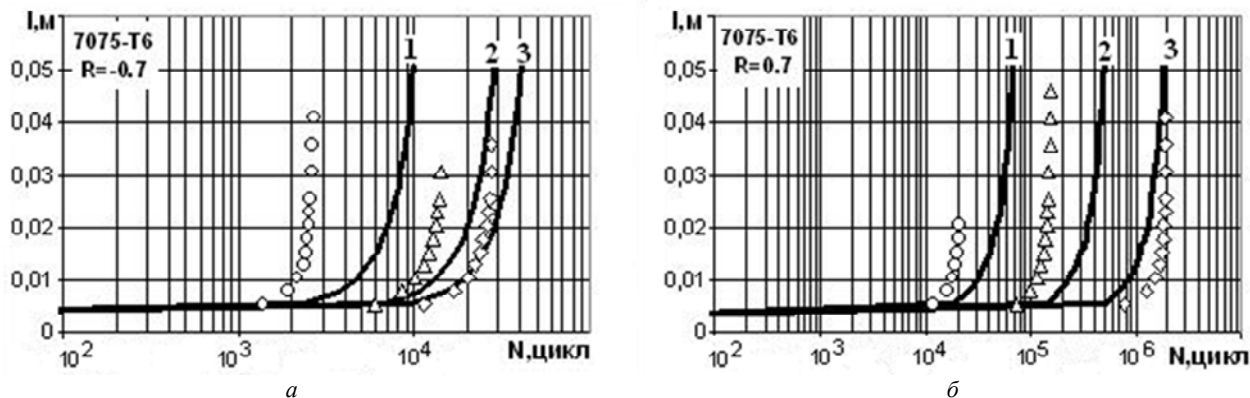


Рис. 5. Зависимость длины трещины от числа циклов нагружения в пластине с центральной трещиной из алюминиевого сплава 7075-T6

- а) $R = -0,7$, $\sigma_m = 34$ МПа, $\sigma_a = 172$ МПа (1, \circ); $\sigma_m = 17$ МПа, $\sigma_a = 103$ МПа (2, Δ); $\sigma_m = 17$ МПа, $\sigma_a = 86$ МПа (3, \diamond);
 б) $R = 0,7$, $\sigma_m = 207$ МПа, $\sigma_a = 34$ МПа (1, \circ); $\sigma_m = 103$ МПа, $\sigma_a = 21$ МПа (2, Δ); $\sigma_m = 69$ МПа, $\sigma_a = 12$ МПа (3, \diamond)

Результаты расчетов как при знакоположительной асимметрии $R = 0; 0,33; 0,7$; так и при знакопеременной асимметрией цикла $R = -1; -0,7; -0,33$ согласуются с экспериментальными данными [2] с одинаковой степенью точности. Относительная погрешность результатов расчета с результатов экспериментов находится в диапазоне $1,1 \div 3,5$ раза по долговечности, что вполне удовлетворительно при усталостном разрушении.

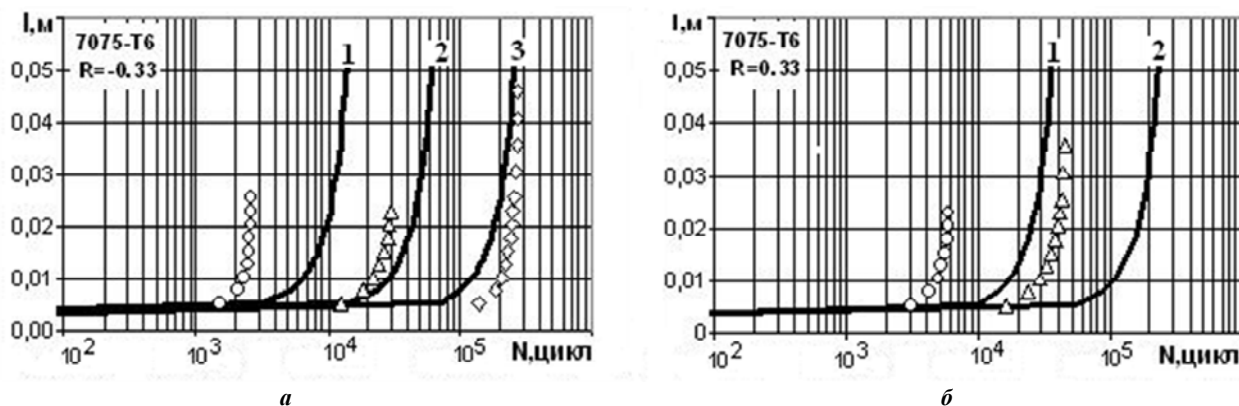


Рис. 6. Зависимость длины трещины от числа циклов нагружения в пластине с центральной трещиной из алюминиевого сплава 7075-T6

- а) $R = -0,33$, $\sigma_m = 69$ МПа, $\sigma_a = 138$ МПа (1, \circ); $\sigma_m = 34$ МПа, $\sigma_a = 138$ МПа (2, Δ); $\sigma_m = 17$ МПа, $\sigma_a = 34$ МПа (3, \diamond); б) $R = 0,33$, $\sigma_m = 138$ МПа, $\sigma_a = 69$ МПа (1, \circ); $\sigma_m = 69$ МПа, $\sigma_a = 34$ МПа (2, Δ);

Выводы

Представлена теоретическая модель роста усталостной трещины, учитывающая накопление поврежденности в материале при циклическом асимметричном нагружении. На основе модели получено численно-аналитическое решение задачи о росте усталостных трещин в тонкой пластине конечных размеров с центральным эллиптическим отверстием при одноосном асимметричном растяжении-сжатии. Показано влияние формы концентратора напряжений, в зависимости от соотношений полуосей эллиптического отверстия, на кинетику роста усталостной трещины. Результаты расчетов зависимости длины трещин, исходящих из концентратора напряжений, от числа циклов нагружения удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными при различных видах асимметрии нагружения - как качественно, так и количественно.

Анотація. Розглядається задача про розповсюдження тріщини втомі, що виходить з концентратора напружень, в тонкій пластині кінцевих розмірів при одноосному багатоцикловому асиметричному навантаженні. В якості концентратора напружень розглядаються центральні еліптичний та круговий отвори та щілина. Чисельно-аналітичне

рішення задачі отримано на основі феноменологічної двустадійної моделі розповсюдження тріщини в томи і критерію еквівалентних напружень, що зводить асиметричний цикл навантаження до еквівалентного за часом руйнування симетричного циклу. Результати розрахунку за моделлю задовільно узгоджуються з експериментальними даними при різних ступенях асиметрії циклічного навантаження.

Ключові слова: тріщина в томи, асиметричний цикл навантаження, пластина кінцевих розмірів, еліптичний отвір, круговий отвір, цілина, одновісний розтяг-стиск, пошкодження, пластична зона.

Abstract. The problem of fatigue crack growth from a stress concentrator in thin finite plates under high-cyclic uniaxial asymmetrical loading is considered. As the stress concentrators are considered an elliptical hole, circular hole and central crack.

Purpose. Testing the model of fatigue fracture based on the joint consideration of boundary-value problem of fracture mechanics and damage kinetics problem of the continuum damage theory on the solution of the problem of the growth of a crack in a thin finite plate with stress concentrators under uniaxial asymmetrical high-cycle loading.

Methodology/ approach. It is assumed that fatigue damage accumulation is the cause of crack motion. Two-stage process damage accumulation involves the incubation stage and crack propagation stage. This process is described by scalar parameter of damage $\omega \in [0,1]$. The condition of the damage parameter equality to 1 is taken as the criterion of the fatigue fracture front initiation and movement. It is assumed that main part of body is deformed linear-elastically while all non-linear effects are concentrated in plastic zones at the crack tip. According to presented model the fatigue crack increases step by step on the length of cyclic plastic zone. The lengths of plastic zones near crack tip are defined on base modified Dugdale model.

Findings. The numerical analytical solution is obtained on basis of fatigue crack growth two-stage theoretical model and equivalent stresses criterion reduced asymmetrical loading to equivalent symmetrical cyclic loading on rupture time. The calculation results using model agree well with those obtained by experiment.

Keywords: fatigue crack, asymmetrical loading cycle, thin finite plates, elliptical hole, circular hole, crack, uniaxial tension-compression, damage, plastic zone.

Библиографический список использованной литературы

1. Grover, H.J. Axial-Load Fatigue Properties of 24S-T and 75S-T Aluminum Alloy as Determined in Several Laboratories / Grover H.J., Hyler W.S., Kuhn P., Landers C.B. and Howell F.M. H // NACA TN-2928, 1953. – 64 p.
2. Hudson C.M. Effect of stress ratio on fatigue-crack growth in 7075-T6 and 2024-T3 aluminum-alloy specimens // NASA TN D-5390, 1969, pp.34.
3. Golub V.P. Phenomenological model of fatigue crack growth in perfectly plastic infinite plates under completely reversed uni-axial loading. / V.P. Golub, A.V. Plashchynska // International applied mechanics Volume 41, number 12, 1426-1436
4. Плащинская, А.В. Кинетика роста усталостных трещин в тонких пластинах конечных размеров при асимметричном нагружении // Вісник НТУУ КПІ Машинобудування. – 2010. – С. 189-194.
5. Голуб В.П. Усталостная прочность металлических и композитных материалов при асимметричном растяжении-сжатии/ В.П. Голуб, В.И. Крижановский, А.Д. Погребняк, Е.С. Кочеткова. // Прикл. механика.- 2006.- Том 42 (52), №1.- С. 48-58.
6. Newman, J. C., Jr. FASTRAN-II – A fatigue crack growth structural analysis program// NASA-TM-104159, 1992. – 103 p.
7. Саврук, М.П. Коэффициенты интенсивности напряжений в телах с трещинами // Механика разрушения и прочность материалов. – Т. 2 // Киев: Наукова думка. – 1988. – 618 с.
8. Illg, W. The rate of fatigue-crack propagation for two aluminum alloys / W.Illg, A.J., Jr. McEvily // NACA TN 4394, 1958. – 47 p.

References

1. Grover, H.J., Hyler W.S., Kuhn P., Landers C.B. and Howell F.M., Axial-Load Fatigue Properties of 24S-T and 75S-T Aluminum Alloy as Determined in Several Laboratories. NACA TN-2928, 1953, 64 p.
2. Hudson C.M., Effect of stress ratio on fatigue-crack growth in 7075-T6 and 2024-T3 aluminum-alloy specimens. NASA TN D-5390, 1969, pp. 34.
3. Golub V.P., Plashchynska A.V., Phenomenological model of fatigue crack growth in perfectly plastic infinite plates under completely reversed uni-axial loading. International applied mechanics Volume 41, no 12, 1426-1436.
4. Plashchynska A.V., Kinetika rosta ustalostnyh treshchin v tonkih plastinakh konechnykh razmerov pri assymmetrichnom nagruzhenni [Kinetics of fatigue cracks growth in thin finite plates at asymmetric loading] Journal of Mechanical Engineering of the National Technical University of Ukraine “Kyiv Polytechnic Institute”, 2010, no 58, pp. 189-194.
5. Golub V.P., Krizhanovskii V.I., Pogrebnyak A.D., Kochetkova Y. S. Fatigue strength of metallic and composite materials in the asymmetric tension and compression. Prikladnaya Mekhanika, 2006. Vol. 42 (52), no 1, pp. 48-58.
6. Newman, J. C., Jr. FASTRAN-II – A fatigue crack growth structural analysis program, NASA-TM-104159, 1992, 103 p.
7. Savruk, M.P. Koeffitsyentu intensivnosti napriagieniy v telah s treshchinami [The stress intensity factors in the bodies with cracks] Fracture mechanics and strength of materials. Vol. 2. Kiev: Naukova dumka., 1988, 618 p.
8. Illg, W. McEvily A.J., Jr. The rate of fatigue-crack propagation for two aluminum alloys, NACA TN 4394, 1958, 47 p.