

УДК

Скібінський О.І. к.т.н, доц., Гуцул В.І., к.т.н, доц., Гнатюк А.А. асп.
Кіровоградський національний технічний університет, м. Кіровоград, Україна

ВИЗНАЧЕННЯ УМОВ ІСНУВАННЯ СПРЯЖЕНОЇ ОГИНАЮЧОЇ СІМЕЙСТВА ЕКВІДИСТАНТ ДО ВКОРОЧЕНИХ ЕПІЦИКЛОЇД В ЦИКЛОЇДАЛЬНІЙ ПЕРЕДАЧІ ВНУТРІШНЬОГО ЗАЧЕПЛЕННЯ

Skibinskiy O., Gutsul I., Gnatuk A.
Kirovograd National Technical University, Kirovograd, Ukraine (andrej.gnatyuk.28@mail.ru)

CONDITIONS DETERMINATION OF EXISTENCE OF TANGENT CURVE TO FAMILY OF EQUIDISTANT CURVES OF THE SHORTENED EPICYCLOIDS IN EPICYCLIC TRANSMISSION INTERNAL GEAR

В даній статті приводиться методика отримання єдиних рівнянь, котрі описують профіль статора в епіциклоїдальній передачі внутрішнього зачеплення. Профіль статора з внутрішніми зубцями, окреслений кривою, різні ділянки якої описуються різними рівняннями. Це створює певні складнощі при проектуванні та розрахунку передачі. Таким чином, пошук єдиних рівнянь є важливою науково – практичною задачею. На основі положень диференціальної геометрії була отримана система двопараметричних рівнянь, що описують криву дотичну до сімейства еквідистант до вкорочених епіциклоїд як єдине ціле. Аналогічно отримано рівняння зв'язку між параметром, який визначає положення точки на профілі і параметром що визначає профіль із множини сімейства. Також розглянуті методики дослідження так званої β -функції. Це специфічний компонент математичної моделі епіциклоїдального зачеплення, котрий визначає умови існування огинаючої кривої. Результати досліджень можуть бути використані в якості інженерної методики при проектуванні та виготовленні епіциклоїдальної передачі.

Ключові слова: огинаюча сімейства, еквідистанта до вкороченої епіциклоїди, епіциклоїдальне зачеплення

Вступ

Особливістю побудови профілів коліс позацентрідних епіциклоїдальних передач внутрішнього зачеплення є використання в якості профілю ротора еквідистанти вкороченої епіциклоїди, а профіль статора утворюється як спряжена огинаюча послідовних положень (сімейства) еквідистантного профілю ротора.

Відомі методи і прийоми побудови циклоїдальних передач, що описані в літературі [1], [2] зводяться до виведення параметричних рівнянь сімейства циклоїдальних кривих та рівняння зв'язку параметрів побудови, без подальшого розв'язку. Рівняння зв'язку, за твердженнями авторів, може бути вирішене лише чисельними методами. В результаті профіль складається з окремих ділянок еквідистанти до епіциклоїди та ділянок дуг кіл з постійним радіусом, при цьому кожна ділянка описується окремими рівняннями, що створює певні складнощі при проектуванні. Тому виникає необхідність подальших досліджень умов існування огинаючої та виведення рівнянь для її побудови.

Основним недоліком є те, що різні ділянки профілю описуються окремими рівняннями. Спряжений профіль – огинаючу необхідно розглядати як єдине ціле, тобто неперервну криву, що описується єдиними рівняннями.

Мета

Метою даної статті є отримання єдиних рівнянь для аналітичного опису цілісного та неперервного профілю статора епіциклоїдальної передачі внутрішнього зачеплення, визначення умов існування профілю, а також отримання математичних моделей епіциклоїдальних зачеплень, придатних для проектування.

Дослідження

Кінематика епіциклоїдального внутрішнього зачеплення аналогічна кінематиці більш простого – епіциклоїдального цівкового зачеплення (рис. 1, а). В епіциклоїдальній передачі (рис. 1, б) профіль западини статора 1 замінюється ділянкою профілю вершини зубця ротора 2. Отриманий профіль можна трактувати як огинаючу сімейства еквідистант вкорочених епіциклоїд, адже крива в окремій точці завжди торкається однієї з еквідистант сімейства, але крива не є цільною і складається із ділянок еквідистанти до епіциклоїди та ділянок з

постійним радіусом. Вхідними параметрами для розрахунку і побудови робочих профілів коліс є число зубців ротора z_1 , ексцентриситет передачі e , радіус центрів цівок $R_{цц}$, радіус цівки $r_{ц}$. Число зубців статора завжди на одиницю більше ніж у ротора: $z_2 = z_1 + 1$.

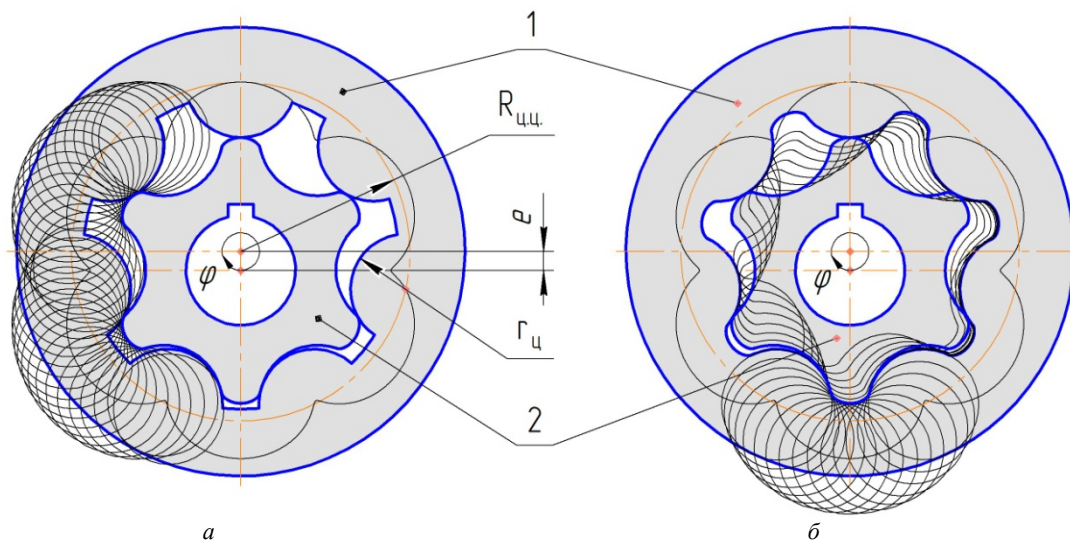


Рис. 1. Схема позacentроїдної епіциклоїдальної передачі внутрішнього зачеплення (а - епіциклоїдальне цівкове зачеплення; б - епіциклоїдальне зачеплення)

Як видно зі схеми (рис. 1), центр ротора 2 обертається навколо центру нерухомого статора 1 і одночасно обертається навколо свого миттєвого центру обертання. При повороті центру ротора на кут ϕ сам ротор повертається навколо свого миттєвого центру обертання на кут ϕ_1 :

$$\phi_1 = \frac{\phi}{z_1}; \quad (1)$$

Спочатку розглядаємо сімейство вкорочених епіциклоїд. Використовуючи формулу (1) і матрицю повороту, отримуємо параметричні рівняння сімейства:

$$X(\phi; t) = x(\phi) \cdot \cos(t/z_1) + y(\phi) \cdot \sin(t/z_1) + e \cdot \cos t; \quad (2)$$

$$Y(\phi; t) = y(\phi) \cdot \cos(t/z_1) - x(\phi) \cdot \sin(t/z_1) + e \cdot \sin t; \quad (3)$$

де ϕ - кутовий параметр що визначає положення точки вздовж епіциклоїди;

t - параметр, що визначає криву із множини сімейства.

$x(\phi)$, $y(\phi)$ - параметричні рівняння вкороченої епіциклоїди, що мають вигляд:

$$x(\phi) = R_{цц} \cos(\phi/z_2) - e \cdot \cos \phi; \quad (4)$$

$$y(\phi) = R_{цц} \sin(\phi/z_2) - e \cdot \sin \phi; \quad (5)$$

Умова існування дискримінанти (огинаючої) сімейства кривих виражається наступною залежністю з теорії диференціальної геометрії [3, 4]:

$$\frac{\partial X(\phi; t)}{\partial t} \cdot \frac{\partial Y(\phi; t)}{\partial \phi} - \frac{\partial X(\phi; t)}{\partial \phi} \cdot \frac{\partial Y(\phi; t)}{\partial t} = 0; \quad (6)$$

Тоді параметричні рівняння огинаючої сімейства вкорочених епіциклоїд матимуть вигляд:

$$X_1 = F_1(\phi; t); \quad (7)$$

$$Y_1 = F_2(\phi; t) \quad (8)$$

де $t = f(\phi)$ - розв'язок рівняння (6) відносно t .

Часткові похідні по параметрам ϕ і t :

$$\frac{\partial X(\phi; t)}{\partial t} = -\frac{1}{z_1} \cdot x(\phi) \cdot \sin(t/z_1) + \frac{1}{z_1} \cdot y(\phi) \cdot \cos(t/z_1) - e \cdot \sin t; \quad (9)$$

$$\frac{\partial X(\phi; t)}{\partial \phi} = x'(\phi) \cdot \cos(t/z_1) + y'(\phi) \cdot \sin(t/z_1); \quad (10)$$

$$\frac{\partial Y(\phi; t)}{\partial t} = -\frac{1}{z_1} \cdot y(\phi) \cdot \sin(t/z_1) - \frac{1}{z_1} \cdot x(\phi) \cdot \cos(t/z_1) + e \cdot \cos t; \quad (11)$$

$$\frac{\partial Y(\phi; t)}{\partial \phi} = y'(\phi) \cdot \cos\left(\frac{t}{z_1}\right) - x'(\phi) \cdot \sin\left(\frac{t}{z_1}\right); \quad (12)$$

Підставляючи знайдені похідні у рівняння (6) і спрощуючи, отримуємо наступну рівність:

$$y'(\phi) \cdot \sin\left(\frac{t \cdot z_2}{z_1}\right) + x'(\phi) \cdot \cos\left(\frac{t \cdot z_2}{z_1}\right) - \frac{R_{\text{цм}}}{z_2} \cdot \sin\left(\frac{z_1 \cdot \phi}{z_2}\right) = 0; \quad (13)$$

Отриманий вираз являє собою неявно задану функцію виду $f(\varphi; t) = 0$, яку необхідно звести до вигляду $t = f(\varphi)$. Розв'яжемо рівняння (13) відносно t . Розділивши його на $\sqrt{(x'(\phi))^2 + (y'(\phi))^2}$, (так як вкорочена епіциклоїда не має кутових точок, то $(x'(\phi))^2 + (y'(\phi))^2 \neq 0$) отримуємо:

$$\begin{aligned} & \frac{y'(\phi)}{\sqrt{(x'(\phi))^2 + (y'(\phi))^2}} \cdot \sin\left(\frac{t \cdot z_2}{z_1}\right) + \frac{x'(\phi)}{\sqrt{(x'(\phi))^2 + (y'(\phi))^2}} \cdot \cos\left(\frac{t \cdot z_2}{z_1}\right) = \\ & = \frac{R_{\text{цм}}}{z_2 \cdot \sqrt{(x'(\phi))^2 + (y'(\phi))^2}} \cdot \sin\left(\frac{z_1 \cdot \phi}{z_2}\right); \end{aligned} \quad (14)$$

Введемо додаткову функцію $\beta(\phi)$:

$$\cos(\beta(\phi)) = \frac{y'(\phi)}{\sqrt{(x'(\phi))^2 + (y'(\phi))^2}}, \quad \sin(\beta(\phi)) = \frac{x'(\phi)}{\sqrt{(x'(\phi))^2 + (y'(\phi))^2}}, \quad \text{tg}(\beta(\phi)) = \frac{x'(\phi)}{y'(\phi)}; \quad (15)$$

Останнє рівняння приймає вигляд:

$$\cos(\beta(\phi)) \cdot \sin\left(\frac{t \cdot z_2}{z_1}\right) + \sin(\beta(\phi)) \cdot \cos\left(\frac{t \cdot z_2}{z_1}\right) = \frac{R_{\text{цм}}}{z_2 \cdot \sqrt{(x'(\phi))^2 + (y'(\phi))^2}} \cdot \sin\left(\frac{z_1 \cdot \phi}{z_2}\right); \quad (16)$$

або

$$\sin\left(\frac{t \cdot z_2}{z_1} + \beta(\phi)\right) = \frac{R_{\text{цм}}}{z_2 \cdot \sqrt{(x'(\phi))^2 + (y'(\phi))^2}} \cdot \sin\left(\frac{z_1 \cdot \phi}{z_2}\right); \quad (17)$$

Розв'язуючи рівняння (17) отримуємо зв'язок параметрів t і φ :

$$t(\phi) = \frac{z_1}{z_2} \cdot \left(\arcsin\left(\frac{R_{\text{цм}}}{z_2 \cdot \sqrt{(x'(\phi))^2 + (y'(\phi))^2}} \cdot \sin\left(\frac{z_1 \cdot \phi}{z_2}\right)\right) - \beta(\phi) \right); \quad (18)$$

Розглянемо більш детально функцію $\beta(\phi)$. В геометричній інтерпретації вона виражає кут між нормаллю і додатнім напрямком вісі абсцис. З рівнянь (15) її можна представити у вигляді:

$$\beta_1(\phi) = \text{arctg}\left(\frac{x'(\phi)}{y'(\phi)}\right) = \text{arctg}\left(\frac{R_{\text{цм}} \sin\left(\frac{\phi}{z_2}\right) - e \cdot z_2 \cdot \sin \phi}{R_{\text{цм}} \cos\left(\frac{\phi}{z_2}\right) - e \cdot z_2 \cdot \cos \phi}\right); \quad (19)$$

З графіку цієї функції (рис. 3) видно, що крива має різкі перепади, тобто має місце порушення умов плавності і монотонності. В такому випадку огинаюча теж буде містити порушення геометрії. Для усунення цього явища введемо додаткову складову $\pi \cdot \gamma(\phi)$ в формулу (19):

$$\beta(\phi) = \text{arctg}\left(\frac{x'(\phi)}{y'(\phi)}\right) - \pi \cdot \gamma(\phi); \quad (20)$$

де $\gamma(\phi)$ – функція, що являє собою коефіцієнт, який залежить від знаку похідних $x'(\phi)$ і $y'(\phi)$ та аргументу φ :

$$\gamma(\phi) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } x'(\phi) \geq 0, y'(\phi) \geq 0, \\ 0, & \text{якщо } x'(\phi) \geq 0, y'(\phi) \leq 0, \\ 1, & \text{якщо } x'(\phi) \leq 0, y'(\phi) \geq 0, \\ 1, & \text{якщо } x'(\phi) \leq 0, y'(\phi) \leq 0, \\ 2, & \text{якщо } x'(\phi) \geq 0, y'(\phi) \geq 0, \phi \geq \pi z_2, \\ 2, & \text{якщо } x'(\phi) \geq 0, y'(\phi) \leq 0, \phi \geq \pi z_2, \\ 3, & \text{якщо } x'(\phi) \leq 0, y'(\phi) \geq 0, \phi \geq 2\pi z_2, \\ 3, & \text{якщо } x'(\phi) \leq 0, y'(\phi) \leq 0, \phi \geq 2\pi z_2. \end{cases} \quad (21)$$

Коефіцієнти від 0 до 3 у формулі (21) визначаються саме з міркувань неперервності та збереження монотонності спадання функції $\beta_1(\phi)$ на всій області визначення. Графік при цьому не має різких стрибків, зберігаються умови плавності.

В даному випадку функція $\beta_1(\phi)$ отримана чисельним методом. Для аналітичного визначення застосуємо формулу:

$$\operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg}x + \operatorname{tg}y}{1 - \operatorname{tg}x \cdot \operatorname{tg}y}; \quad (22)$$

Підставляємо значення похідних з формули (19) і здійснюємо перетворення:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}\left(\beta(\phi) + \frac{\phi}{z_2}\right) &= \frac{\operatorname{tg}(\beta(\phi)) + \operatorname{tg}(\phi/z_2)}{1 - \operatorname{tg}(\beta(\phi)) \cdot \operatorname{tg}(\phi/z_2)} = \frac{\frac{-R_{\text{цн}} \sin(\phi/z_2) + e \cdot z_2 \sin(\phi)}{R_{\text{цн}} \cos(\phi/z_2) - e \cdot z_2 \cos(\phi)} + \frac{\sin(\phi/z_2)}{\cos(\phi/z_2)}}{1 - \frac{-R_{\text{цн}} \sin(\phi/z_2) + e \cdot z_2 \sin(\phi)}{R_{\text{цн}} \cos(\phi/z_2) - e \cdot z_2 \cos(\phi)} \cdot \frac{\sin(\phi/z_2)}{\cos(\phi/z_2)}} \\ &= \frac{\frac{e \cdot z_2 \sin(\phi \cdot z_1/z_2)}{R_{\text{цн}} \cos(\phi/z_2)^2 - e \cdot z_2 \cos(\phi/z_2) \cdot \cos(\phi/z_2)}}{R_{\text{цн}} \cos(\phi/z_2)^2 - e \cdot z_2 \cos(\phi/z_2) \cdot \cos(\phi/z_2)} = \frac{e \cdot z_2 \sin(\phi \cdot z_1/z_2)}{R_{\text{цн}} - e \cdot z_2 \cos(\phi \cdot z_1/z_2)}; \end{aligned} \quad (23)$$

Відмітимо, що так як $R_{\text{цн}} > e \cdot z_2$, то при будь-якому ϕ знаменник правої частини останньої рівності відмінний від нуля. Звідси випливає, що аргумент тангенса лівої частини не виходить за межі інтервалу $(-\pi/2; \pi/2)$. З останнього рівняння отримуємо:

$$\beta(\phi) = \operatorname{arctg}\left(\frac{e \cdot z_2 \sin(\phi \cdot z_1/z_2)}{R_{\text{цн}} - e \cdot z_2 \cos(\phi \cdot z_1/z_2)}\right) - \frac{\phi}{z_2}; \quad (24)$$

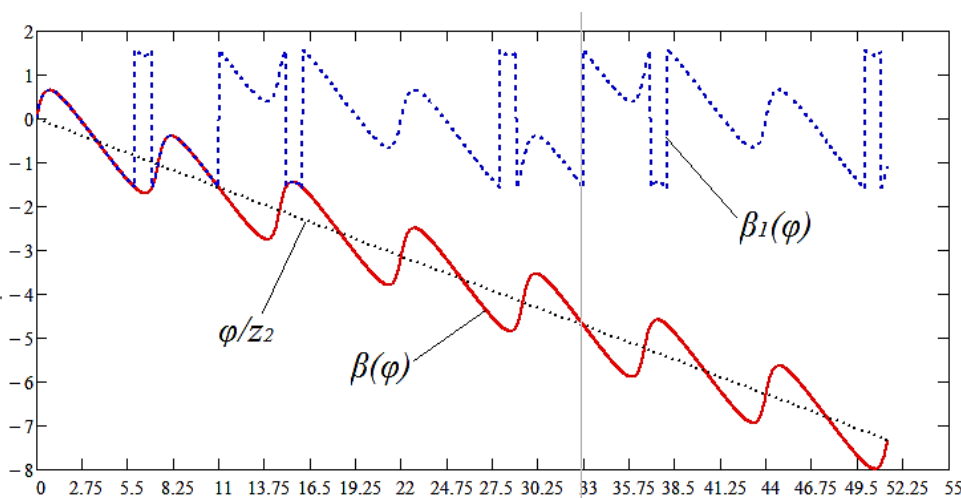


Рис. 2. Функції $\beta(\phi)$ і $\beta_1(\phi)$

Графіки функцій $\beta(\phi)$ і $\beta_1(\phi)$ побудовані в середовищі MathCad, зображені на рис. 3.

Функція $\beta(\phi)$ є неперервна на всій області визначення, і задовольняє рівнянням (15). Огинаюча зберігає цілісність і плавність переходу лише в тому випадку, коли зберігаються умови гладкості і неперервності функції $\beta(\phi)$. Підставляючи значення $x(\varphi)$, $y(\varphi)$ в рівняння (2) (3) і використовуючи залежність $t(\varphi)$, огинаюча виражається наступною системою рівнянь:

$$\left\{ \begin{aligned} t(\phi) &= \frac{z_1}{z_2} \cdot \left(\arcsin \left(\frac{R_{\mu\mu} \cdot \sin \left(\frac{z_1 \cdot \phi}{z_2} \right)}{\sqrt{R_{\mu\mu}^2 + (e \cdot z_2)^2 - 2 \cdot R_{\mu\mu} \cdot e \cdot z_2 \cdot \cos \left(\frac{z_1 \cdot \phi}{z_2} \right)}} \right) - \operatorname{arctg} \left(\frac{e \cdot z_2 \sin \left(\frac{z_1 \cdot \phi}{z_2} \right)}{R_{\mu\mu} - e \cdot z_2 \cos \left(\frac{z_1 \cdot \phi}{z_2} \right)} \right) - \frac{\phi}{z_2} \right); \\ X_1(\phi) &= e \cdot \cos(t(\phi)) + R_{\mu\mu} \cdot \cos \left(\frac{t(\phi)}{z_1} - \frac{\phi}{z_2} \right) - e \cdot \cos \left(\frac{t(\phi)}{z_1} - \phi \right) \\ Y_1(\phi) &= e \cdot \sin(t(\phi)) - R_{\mu\mu} \cdot \sin \left(\frac{t(\phi)}{z_1} - \frac{\phi}{z_2} \right) + e \cdot \sin \left(\frac{t(\phi)}{z_1} - \phi \right) \end{aligned} \right. ; \quad (25)$$

Перехід до огинаючої сімейства еквідистант вкорочених епіциклоїд здійснюється шляхом підстановки $\xi(\varphi)$, $\eta(\varphi)$ в рівняння (2) (3) замість $x(\varphi)$, $y(\varphi)$, де $\xi(\varphi)$, $\eta(\varphi)$ – параметричні рівняння еквідистанти вкороченої епіциклоїди:

$$\xi(\phi) = R_{\mu\mu} \cos(\phi/z_2) - e \cdot \cos \phi - \frac{r_u \cdot (R_{\mu\mu} \cdot \cos(\phi/z_2) - e \cdot z_2 \cdot \cos \phi)}{\sqrt{(e \cdot z_2)^2 + R_{\mu\mu}^2 - 2 \cdot e \cdot z_2 \cdot R_{\mu\mu} \cdot \cos(\phi \cdot z_1/z_2)}}, \quad (26)$$

$$\eta(\phi) = R_{\mu\mu} \sin(\phi/z_2) - e \cdot \sin \phi - \frac{r_u \cdot (R_{\mu\mu} \cdot \sin(\phi/z_2) - e \cdot z_2 \cdot \sin \phi)}{\sqrt{(e \cdot z_2)^2 + R_{\mu\mu}^2 - 2 \cdot e \cdot z_2 \cdot R_{\mu\mu} \cdot \cos(\phi \cdot z_1/z_2)}}, \quad (27)$$

Підставляючи рівняння (23) (24) і виконуючи перетворення маємо параметричні рівняння огинаючої сімейства еквідистант вкорочених епіциклоїд:

$$X(\phi) = e \cdot \cos(t(\phi)) + R_{\mu\mu} \cdot \cos \left(\frac{t(\phi)}{z_1} - \frac{\phi}{z_2} \right) - e \cdot \cos \left(\frac{t(\phi)}{z_1} - \phi \right) - \frac{r_u \cdot \left(R_{\mu\mu} \cdot \cos \left(\frac{t(\phi)}{z_1} - \frac{\phi}{z_2} \right) - e \cdot z_2 \cdot \cos \left(\frac{t(\phi)}{z_1} - \phi \right) \right)}{\sqrt{(e \cdot z_2)^2 + R_{\mu\mu}^2 - 2 \cdot e \cdot z_2 \cdot R_{\mu\mu} \cdot \cos \left(\phi \cdot \frac{z_1}{z_2} \right)}}; \quad (28)$$

$$Y(\phi) = e \cdot \sin(t(\phi)) - R_{\mu\mu} \cdot \sin \left(\frac{t(\phi)}{z_1} - \frac{\phi}{z_2} \right) + e \cdot \sin \left(\frac{t(\phi)}{z_1} - \phi \right) + \frac{r_u \cdot \left(R_{\mu\mu} \cdot \sin \left(\frac{t(\phi)}{z_1} - \frac{\phi}{z_2} \right) - e \cdot z_2 \cdot \sin \left(\frac{t(\phi)}{z_1} - \phi \right) \right)}{\sqrt{(e \cdot z_2)^2 + R_{\mu\mu}^2 - 2 \cdot e \cdot z_2 \cdot R_{\mu\mu} \cdot \cos \left(\phi \cdot \frac{z_1}{z_2} \right)}}; \quad (29)$$

Приклади побудови огинаючої сімейства вкорочених епіциклоїд та їх еквідистант приведено на рис.3,а,б.

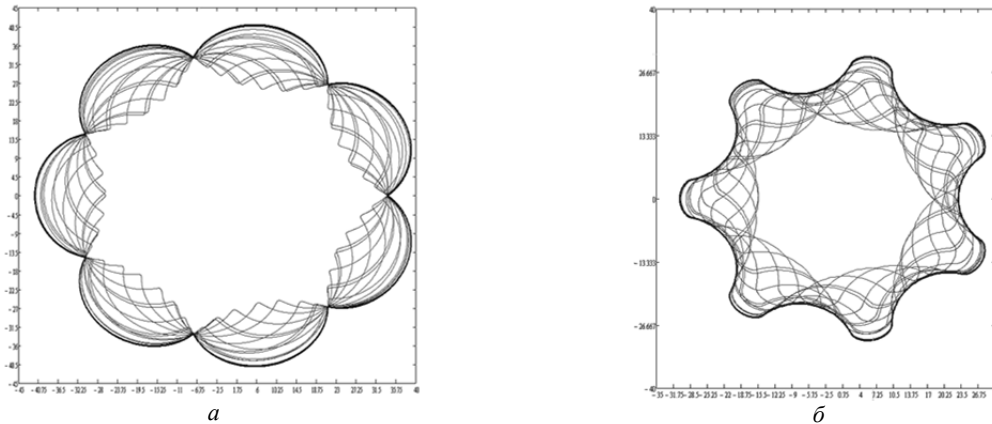


Рис. 3. Приклад побудови огинаючої сімейства циклоїдальних кривих (а - сімейство вкорочених епіциклоїд і його огинаюча; б - сімейство еквідистант вкорочених епіциклоїд і його огинаюча)

Приклади побудови епіциклоїдальних зачеплень зображені на рис. 4 у вигляді параметричних графіків в середовищі MathCad.

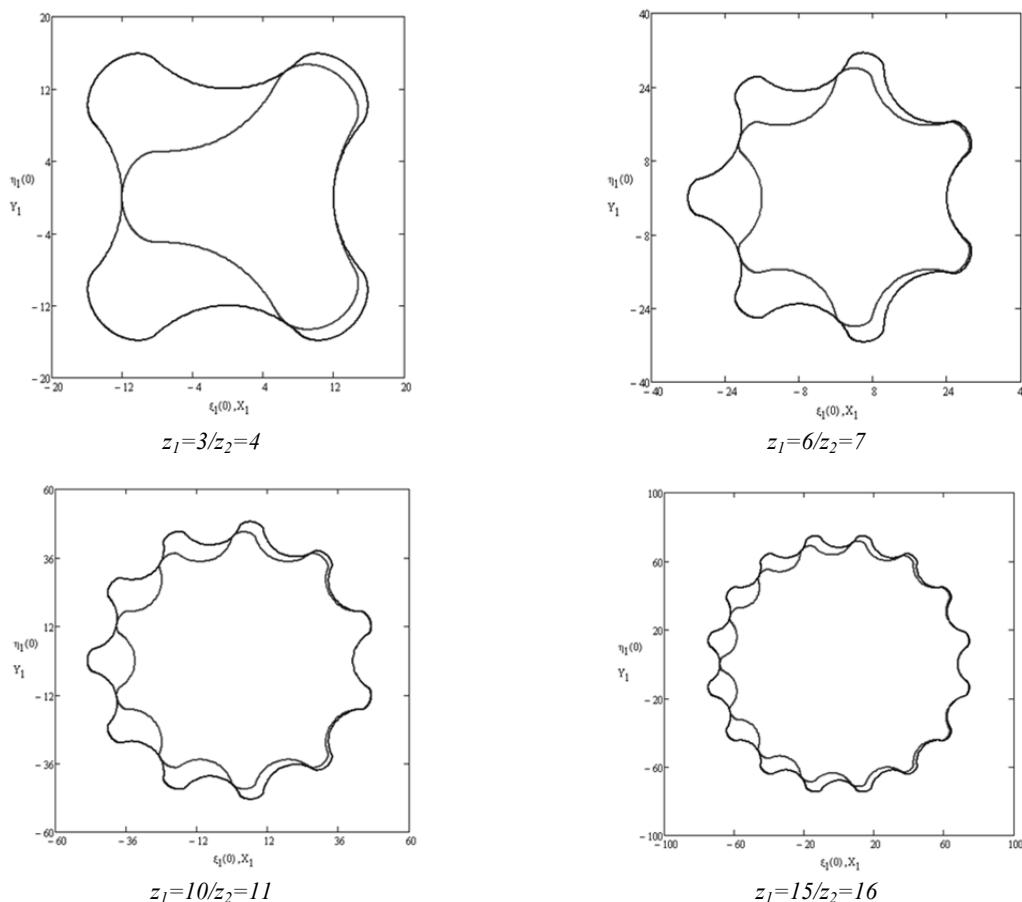


Рис. 4. Приклад побудови епіциклоїдальних передач з різними параметрами зачеплення

Область визначення аргументу ϕ для побудови повного контуру огинаючої виражається наступним інтервалом:

$$\phi \in [0; 2\pi(z_2 + 1) + 2\pi/z_1]. \quad (30)$$

Огинаюча еквідистантних кривих також зберігає цілісність за умови, як що функція $\beta(\phi)$ відповідає графіку (рис.2) і має вигляд плавно спадаючої синусоїди. Рівняння дозволяють будувати епіциклоїдальні передачі внутрішнього зачеплення з будь-якими параметрами, при цьому криві що утворюють робочі профілі, описуються єдиними системами параметричних рівнянь, зберігають цілісність на всій області визначення, в точках контакту спряжених огинаючих інтерференція відсутня.

Висновки

Таким чином проведено теоретичне дослідження умов існування огинаючих сімейств циклоїдальних кривих (епіциклоїд і їх еквідистант), отримані рівняння, що описують дані криві, побудовані математичні моделі циклоїдальних передач. Дослідження можуть бути використані в якості інженерної методики при проектуванні та виготовленні епіциклоїдальних передач. Можливість отримання профілю статора шляхом огинання положень ротора відкриває перспективу застосування нових методів обробки цих профілів в умовах огинання (обкату), з подальшим дослідженням даних методів.

Анотація. В данній статті приводиться методика получение единых уравнений, описывающих профиль статора в эциклоидальной передаче внутреннего зацепления. Профиль статора с внутренними зубьями, очерчен кривой, различные участки которой описываются различными уравнениями. Это создает определенные трудности при проектировании и расчете передачи. Таким образом, поиск общих единых уравнений является важной научно-практической задачей. На основании положений дифференциальной геометрии были получены уравнения, описывающие кривую касательной к семейству эквидистант к укороченным эциклоидам. Аналогично получено уравнение связи между параметром, который определяет положение точки на профиле и параметром, который определяет профиль из множества семейства. Также

рассмотрены методики исследования так называемой β -функции. Это специфический компонент математической модели эпициклоидальной передачи, определяющий условия существования огибающей кривой. Результатом этого анализа является получение системы двухпараметрических уравнений, описывающих циклоидальный внутренний профиль. Результаты исследований могут быть использованы в качестве инженерной методики при проектировании и изготовлении эпициклоидальной передачи.

Ключевые слова: огибающая семейства, эквидистанта к укороченной эпициклоиде, эпициклоидальное внутреннее зацепление

Abstract. This article describes the production of single equations that describe the profiles of parts in cycloidal transmission internal gear. Profile wheel with internal tooth, outlined of the curve, wherein different parts are described by different equations. This creates difficulties in the design and calculation of transmission. Thus, the search for common equations is an important scientific and practical problem. On the basis of positions of differential geometry were shown out a two-parameter system of equations describing tangent curve to family of equidistant curves of the shortened epicycloids. Similarly shown out equalization of connection between parameter that determines position of point on a profile and by a parameter that determines a profile from the great number of family, similarly investigated the conditions when there is a curve. Also examined a technique of designing the so-called β -function. This is a specific component of a mathematical model of the cycloidal transmission, which determines the conditions for the existence of the envelope curve. The research result can be used as an engineering method for designing and manufacturing epicyclic transmission gear.

Keywords: tangent curve of the family, equidistant curve of the shortened epicycloids, epicyclic transmission internal gear.

Бібліографічний список використаної літератури

1. Гусман М. Т. Забойные винтовые двигатели / Гусман М. Т., Балденко Д. Ф. – М., ВНИИОЭНГ, 1972, 89 с.
2. Шанников В.М. Планетарные редукторы с внецентроидным зацеплением/ Шанников В.М. – Л.: Mashgiz, 1948, 172 с.
3. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике / Выгодский М.Я. – М.: Наука, 1975, 872 с.
4. Бугров Я. С. Высшая математика / Я. С. Бугров, С. М. Никольский; 6-е изд., стереотип. — М.: Дрофа, 2004.
5. Фролова К.В. Механика промышленных роботов / Фролова К.В., Воробьева Е.И. Кн. 3: Основы конструирования – М.: Высшая школа, 1989, 380 с.
6. Берестнев О.В. Цевочные редукторы с циклоидальным зацеплением / Берестнев О.В., Янкевич Н.Г. – Минск: ИНДМАШ АН БССР, 1988, 45 с.
7. Підгаєцький М.М. Дослідження кривих, які визначають профіль інструмента для обробки цівкового колеса позацентроїдної епіциклоїдальної цівкової передачі / Підгаєцький М.М., Скібінський О.І. Збірник наукових праць КДТУ. Техніка в сільськогосподарському виробництві, галузеве машинобудування, автоматизація. – Кіровоград, 2003.– Вип. 13, 300 с.

References

1. Gusman M. T. Zaboynye vintovye dvigateli. Gusman M. T., Baldenko D. F. M., VNIIOENG, 1972, 89 p.
2. Shannikov V. M. Planetarnye reduktory s vnecentroidnym zacepleniem. Shannikov V. M. L.: Mashgiz, 1948, 172 p.
3. Vygodskiy M. I. Spravochnik po vysshey matematike. Vygodskiy M. I. Moscow: Science, 1975, 872 p.
4. Bugrov I. S. Vusshaya matematika. I. S. Bugrov, S. M. Nikolskiy; 6 - edition., stereotip. Moscow: Drofa, 2004.
5. Frolova K. V. Mehanika promyshlennyh robotov. Frolova K.V., Vorobjova E.I. Book. 3: Basic of designing. Moscow: Higher school, 1989, 380 p.
6. Berestnev O.V. Cevochnye reduktory s cycloidalnym zacepleniem. Berestnev O.V., Yankevich N.G. Minsk: INDMASH AN BSSR, 1988, 45 p.
7. Pidgaeckiy M.M. Doslidgenya kryvyh, yaki vyznachaut profil instrumenta dlya obrobky civkovogo kola pozacentroidnoi epicycloidalnoi civkovoї peredachi. Pidgaeckiy M.M., Skibinskiy O.I. Scientific publication of KDTU. Tekhnika v silskogospodarskomu vyrobnytstvi, haluzeve mashinobuduvanya, automatizaciya. Kirovograd, 2003. 13 edition, 300p.

Подана до редакції 14.03.0214