

УДК 539.3

Голуб В.П., д.т.н., проф.

Институт механики им. С.П.Тимошенко НАН Украины, г. Киев, Украина

МОДЕЛИ ПРЕДЕЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ ПРИ КОМБИНИРОВАННОМ НАГРУЖЕНИИ ЦИКЛИЧЕСКИМ РАСТЯЖЕНИЕМ-СЖАТИЕМ И ЦИКЛИЧЕСКИМ КРУЧЕНИЕМ

Golub V.

Institute of Mechanics, National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine

MODELS OF ULTIMATE STATE UNDER COMBINED LOADING WITH CYCLIC TENSION-COMPRESSION AND CYCLIC TORSION

Предложен точный и приближенные варианты моделей предельного состояния изотропных металлических материалов при комбинированном нагружении циклическим растяжением-сжатием и циклическим кручением. В точных моделях зависимость между предельными амплитудами нормальных и касательных напряжений задается степенными трансцендентными функциями. Приближенные варианты моделей получены из точных путем разложения трансцендентных функций в ряд и удержания в разложении двух и трех членов ряда. Модели апробированы экспериментально на задачах расчета предельного состояния сплошных цилиндрических и тонкостенных трубчатых образцов. Дается сравнение предложенных моделей предельного состояния с моделями, построенными на основе классических критериев разрушения.

Ключевые слова: двухосное комбинированное нагружение, циклическое растяжение-сжатие, циклическое кручение, усталостное разрушение, модели предельного состояния, классические критерии разрушения, экспериментальная апробация, сплошные цилиндрические образцы, тонкостенные трубчатые образцы.

Введение

Оценка работоспособности многих силовых элементов конструкций базируется на использовании методов экспериментального и расчетного определения предельного состояния образцов материалов и элементов конструкций при плоском напряженном состоянии [1-3].

Одной из разновидностей плоского напряженного состояния, имеющего большое практическое значение, является комбинированное нагружение стержней, валов и трубчатых элементов синфазным циклическим растяжением-сжатием и кручением. Оценка предельного состояния осуществляется в этом случае на основе эмпирических моделей [4, 5] или моделей, построенных исходя из классических критериев усталостного разрушения [2, 6, 7]. В качестве критериев усталостного разрушения чаще всего используются критерий максимальных нормальных напряжений, критерий максимальных касательных напряжений и критерий удельной энергии формоизменения. Однако, эмпирические модели предельного состояния и модели, построенные на основе критериев усталостного разрушения, удовлетворяют ограниченному классу материалов, для которых справедливы заданные соотношения между характеристиками усталостной прочности.

В работах [8, 9] показано, что модель предельного состояния при двухосном комбинированном циклическом нагружении может быть построена на основе степенной трансцендентной функции. Возможности функции обоснованы на примере оценки двухосного предельного состояния образцов из стали 45, сплава Д16Т и хромоникелевой стали для одной фиксированной долговечности.

В настоящей работе на основе степенной трансцендентной функции строятся модели предельного состояния при комбинированном синфазном нагружении циклическим растяжением сжатием и циклическим кручением для произвольной долговечности.

1. Постановка задачи

Рассматривается усталостное разрушение сплошных призматических и тонкостенных трубчатых конструктивных элементов (рис. 1) при комбинированном синфазном нагружении циклическим растяжением-сжатием и циклическим кручением.

Нормальные σ и касательные τ компоненты двухосного переменного напряженного состояния задаются соотношениями

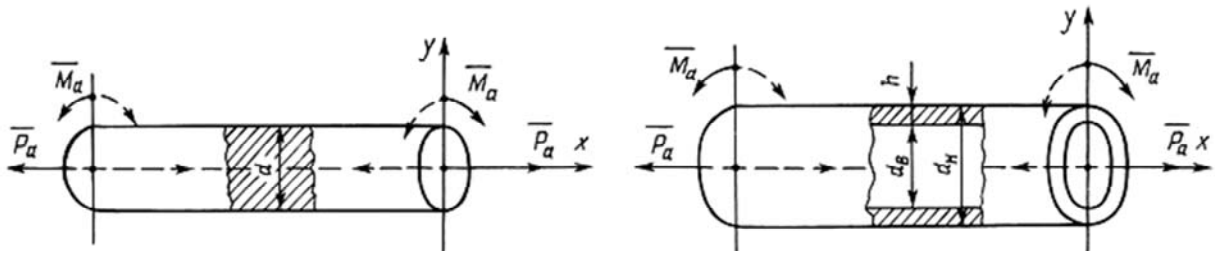


Рис. 1. Сплошной призматический (а) и тонкостенный трубчатый (б) конструктивные элементы

$$\begin{cases} \tilde{\sigma}_{xa} = \sigma_a g(n); & \tilde{\sigma}_{ya} = 0; & \tilde{\sigma}_{za} = 0; \\ \tilde{\tau}_{xya} = \tau_a g(n); & \tilde{\tau}_{yza} = 0; & \tilde{\tau}_{zxa} = 0, \end{cases} \quad (1.1)$$

где $\tilde{\sigma}_{xa}, \dots, \tilde{\tau}_{xya}, \dots$ – переменные составляющие нормальных и касательных компонент напряжений; σ_a, τ_a – амплитудные значения соответствующих переменных составляющих; $g(n)$ – некоторая периодическая функция времени, изменяющаяся в пределах от -1 до $+1$; n – число циклов нагружения.

Амплитуды нормальных σ_a и касательных τ_a напряжений в (1.1) при нагружении сплошных призматических и тонкостенных трубчатых элементов циклическим продольным усилием и циклическим крутящим моментом определяются из уравнений [3]

$$\sigma_a = \frac{p_a}{\pi d^2}; \quad \tau_a = \frac{16M_a}{\pi d^2} \quad \text{и} \quad \sigma_a = \frac{4p_a}{\pi(d_H^2 - d_B^2)}; \quad \tau_a = \frac{16M_a d_H}{\pi(d_H^4 - d_B^4)} \quad (1.2)$$

где p_a – амплитуда циклической осевой нагрузки; M_a – амплитуда циклического крутящего момента; d – диаметр призматического стержня; d_H, d_B – наружный и внутренний диаметры тонкостенного трубчатого элемента.

Считается далее, что амплитудные значения σ_a и τ_a переменных напряжений растяжения-сжатия и кручения не зависят от времени (стационарный режим), не превышают пределов текучести материала σ_Y и τ_Y и достаточно быстро (частота нагружения $f \geq 5 \div 10$ Гц) изменяются от цикла к циклу. В этом случае усталостное разрушение реализуется в многоциклового области, где число циклов до разрушения $n_R \geq 10^4$. Кроме того, соотношения (1.1) отражают условия синфазности напряжений, что согласно теории пластичности, адекватно условию простого нагружения [7].

Задача заключается в обосновании использования степенных трансцендентных функций для задания зависимости между компонентами напряженного состояния (1.1) и числом циклов до разрушения n_R и сводится к конкретизации функции вида

$$\Psi\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_n}; \frac{\tau_a}{\tau_n}; q_j\right) = 1; \quad (j = \overline{1, k}) \quad (1.3)$$

где σ_n и τ_n – ограниченные пределы усталости при чистом растяжении-сжатии и чистом кручении соответственно; q_j – набор материальных констант.

При $\tau_a = 0$ усталостное разрушение происходит в условиях чистого растяжения-сжатия, а при $\sigma_a = 0$ – в условиях чистого кручения. Функция $g(\cdot)$ при этом должна удовлетворять условиям

$$\Psi\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_n}\right)_{\tau_a=0} = 1 \quad \text{и} \quad \Psi\left(\frac{\tau_a}{\tau_n}\right)_{\sigma_a=0} = 1 \quad (1.4)$$

независимо от значения коэффициентов q_j .

В качестве трансцендентных функций выбираются функция $\cos(\cdot)$ и функция $\arccos(\cdot)$, а в качестве аргумента этих функций величина σ_a/σ_n , так что в (1.4) принимается

$$\Psi\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_n}\right) = \left[\cos\left(\frac{\pi \sigma_a}{2 \sigma_n}\right)\right]^\eta \quad \text{или} \quad \Psi\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_n}\right) = \frac{2}{\pi} \left[\arccos\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_n}\right)\right]^\zeta, \quad (1.5)$$

где η, ζ – показатели степени, задающие форму зависимости между предельными напряжениями.

Задание зависимости между предельными напряжениями двухосного комбинированного нагружения (1.1) с использованием степенных трансцендентных функций (1.5) обосновывается экспериментально на примере усталостного разрушения сплошных призматических образцов и тонкостенных трубчатых образцов. Экспериментальные данные заимствованы из [10, 11].

2. Модели предельного состояния

Зависимости вида (1.3) задают изохронные диаграммы предельных напряжений в нормированной системе координат и интерпретируются в дальнейшем как модели предельного состояния при двухосном комбинированном нагружении.

2.1 Основные соотношения моделей. В случае использования в качестве исходной функцию $\cos(\cdot)$, модель предельного состояния (1.3) с учетом первого соотношения в (1.5) и граничных условий (1.4) конкретизируется в виде

$$\frac{\tau_a}{\tau_n} - \left[\cos \left(\frac{\pi \sigma_a}{2 \sigma_n} \right) \right]^\eta = 0 \quad (2.1)$$

где показатель степени η определяется экспериментально по методике, изложенной в разделе 2.2.

Раскладывая в (2.1) функцию $\cos(\cdot)$ в ряд и ограничиваясь двумя членами разложения, модель предельного состояния (2.1) сводится к уравнению

$$\left[\frac{\tau_a}{\tau_n} \right]^\frac{1}{\eta} + \frac{1}{2} \left[\frac{\pi \sigma_a}{2 \sigma_n} \right]^2 = 1, \quad (2.2)$$

а ограничиваясь тремя членами ряда – к уравнению

$$\left[\frac{\tau_a}{\tau_n} \right]^\frac{1}{\eta} + \frac{1}{2} \left[\frac{\pi \sigma_a}{2 \sigma_n} \right]^2 - \frac{1}{24} \left[\frac{\pi \sigma_a}{2 \sigma_n} \right]^4 = 1 \quad (2.3)$$

В случае использования в качестве исходной функцию $\arccos(\cdot)$, модель предельного состояния (1.3) с учетом второго соотношения в (1.5) и граничных условий (1.4) конкретизируется в виде

$$\frac{\tau_a}{\tau_n} - \frac{2}{\pi} \left[\arccos \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_n} \right) \right]^\zeta = 0, \quad (2.4)$$

где показатель степени ζ определяется экспериментально по методике, изложенной в разделе 2.2.

Раскладывая в (2.4) функцию $\arccos(\cdot)$ в ряд и ограничиваясь двумя членами разложения, модель предельного состояния (2.4) сводится к уравнению

$$\frac{\tau_a}{\tau_n} + \frac{2}{\pi} \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_n} \right)^\zeta = 1, \quad (2.5)$$

а ограничиваясь тремя членами ряда – к уравнению

$$\frac{\tau_a}{\tau_n} + \frac{2}{\pi} \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_n} \right)^\zeta + \frac{1}{3\pi} \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_n} \right)^{3\zeta} = 1. \quad (2.6)$$

Модели предельного состояния (2.1) и (2.4) граничным условиям (1.4) удовлетворяют точно. Действительно, полагая в (2.1) и (2.4) $\sigma_a = 0$, получаем $\tau_a = \tau_n$, а полагая $\tau_a = 0$, получаем $\sigma_a = \sigma_n$. В приближенных моделях (2.2), (2.3), (2.5) и (2.6) точно удовлетворяются граничные условия по касательной компоненте, т.е. $\tau_a = \tau_n$ при $\sigma_a = 0$. По нормальной компоненте в моделях (2.2) и (2.3) граничные условия удовлетворяются приближенно с погрешностью 2% и 10% соответственно. В моделях (2.5) и (2.6) погрешность по нормальной компоненте зависит от показателя степени ζ и может достигать 40%.

2.2. Методика определения материальных констант. Модели предельного состояния (2.1)–(2.6) содержат две группы материальных констант, подлежащих определению из эксперимента.

Первая группа констант включает коэффициенты уравнений, устанавливающих зависимость между ограниченными пределами усталости σ_n и τ_n и числом циклов до разрушения n_R при чистом растяжении-сжатии и чистом кручении соответственно. Уравнения задаются в виде

$$n_R = \frac{1}{(1+q_\sigma)D_\sigma(\sigma_n)^{q_\sigma}} \quad \text{и} \quad n_R = \frac{1}{(1+q_\tau)D_\tau(\tau_n)^{q_\tau}}, \quad (2.7)$$

где коэффициенты q_σ , D_σ , q_τ , D_τ определяются по результатам аппроксимации уравнениями (2.7) соответствующих экспериментальных данных на усталость.

Задача определения коэффициентов q_σ , D_σ , q_τ , D_τ в (2.7) сводится в итоге к минимизации функционала

$$\Phi(q_\sigma D_\sigma) = \sum_{j=1}^s \left\{ n_{Rj}(\sigma_{aj}) - \left[(1 + q_\sigma) D_\sigma (\sigma_{aj})^{q_\sigma} \right]^{-1} \right\}^2 \quad (2.8)$$

и соответственно функционала

$$\Phi(q_\tau D_\tau) = \sum_{j=1}^s \left\{ n_{Rj}(\tau_{aj}) - \left[(1 + q_\tau) D_\tau (\tau_{aj})^{q_\tau} \right]^{-1} \right\}^2 \quad (2.9)$$

где σ_{aj} , τ_{aj} , n_{Rj} – набор дискретных значений амплитуд циклических нормальных и касательных напряжений и соответствующих им чисел циклов до разрушения.

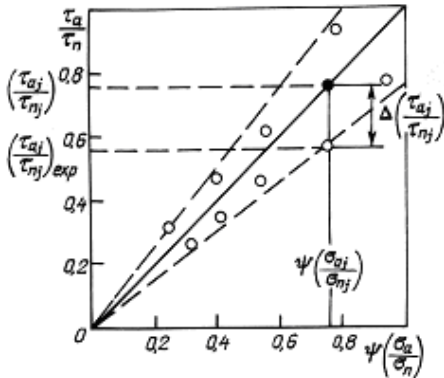


Рис. 2. Единая линейризованная предельная диаграмма

Вторая группа материальных констант включает показатели степени η и ζ , характеризующие чувствительность материала к нормальной компоненте при двухосном комбинированном нагружении.

Значения показателей степени η и ζ определяются из условия наилучшего согласования экспериментальных значений касательных τ_{aj} , τ_{nj} и нормальных σ_{aj} , σ_{nj} напряжений с единой линейризованной предельной диаграммой (рис. 2). Диаграммы удовлетворяют соотношению

$$\frac{\tau_{aj}}{\tau_{nj}} = \left[\cos \left(\frac{\pi \sigma_{aj}}{2 \sigma_{nj}} \right) \right]^\eta \quad (2.10)$$

и соотношению

$$\frac{\tau_{aj}}{\tau_{nj}} = \frac{2}{\pi} \left[\arccos \left(\frac{\sigma_{aj}}{\sigma_{nj}} \right) \right]^\zeta, \quad (2.11)$$

которые следуют из (2.1) и соответственно из (2.4) при условии, что значениям τ_{nj} и σ_{nj} отвечает одно и то же число циклов до разрушения n_R .

Задача определения величин η и ζ сводится в итоге к минимизации функционала

$$\Phi(\eta) = \sum_{j=1}^k \left\{ \left(\frac{\tau_{aj}}{\tau_{nj}} \right) - \left[\cos \left(\frac{\pi \sigma_{aj}}{2 \sigma_{nj}} \right) \right]^\eta \right\}^2 \quad (2.12)$$

и соответственно функционала

$$\Phi(\zeta) = \sum_{j=1}^k \left\{ \left(\frac{\tau_{aj}}{\tau_{nj}} \right) - \frac{2}{\pi} \left[\arccos \left(\frac{\sigma_{aj}}{\sigma_{nj}} \right) \right]^\zeta \right\}^2. \quad (2.13)$$

Комбинации касательных τ_a и нормальных σ_a напряжений в базовом эксперименте выбираются таким образом, чтобы удовлетворялись соотношения

$$\frac{\tau_a}{\sigma_a} = \frac{1}{2}; \frac{1}{\sqrt{3}}; 1,0, \quad (2.14)$$

которые следуют из критерия максимальных касательных напряжений, из критерия удельной энергии изменения формы и критерия максимальных нормальных напряжений.

2.3. Основные механические эффекты. Модели предельного состояния (2.1) и (2.4) задают существенно нелинейный характер зависимости между нормальной и касательной компонентами двухосного комбинированного циклического нагружения. Характер и степень нелинейности предельного состояния определяется величиной показателей степени η и ζ , диапазон изменения которых может быть задан в пределах от 1 до 10.

Особенности изменения диаграмм предельных напряжений, задаваемых моделями предельного состояния (2.1) и (2.4) при варьировании показателей степени η и ζ , приведены на рис. 3. Видно, что модели предельного состояния (2.1) и (2.4), построенные на основе степенных трансцендентных функций, позволяют охватить практически все формы зависимости между нормальными и касательными компонентами двухосного

напряженного состояния. Эти формы включают вогнутые диаграммы, *s*-образные диаграммы и диаграммы, близкие к прямым линиям, а также выпуклые диаграммы предельного состояния.

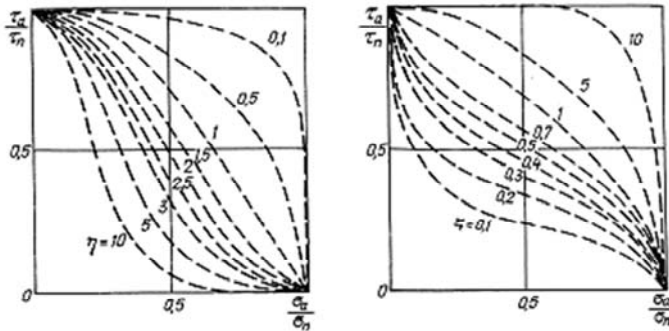


Рис. 3. Диаграммы предельных нормальных и касательных напряжений при варьировании показателей степени η и ζ

Различие между моделями предельного состояния проявляется в различном характере снижения амплитуды касательных напряжений τ_a при увеличении амплитуды нормальных напряжений σ_a в области малых ($\eta = \zeta \approx 0,1$) и в области больших ($\eta = \zeta \approx 10$) значений показателей степени η и ζ . Модель (2.1) задает в каждой из этих областей практически мгновенное снижение величины τ_a , в то время как в соответствии с моделью (2.4) величина τ_a при некоторых

значениях σ_a остается постоянной.

3. Предельное состояние сплошных призматических и тонкостенных трубчатых образцов

Модели предельного состояния, сформулированные в разделе 2, апробируются экспериментально на задачах расчета предельного состояния, инвариантного усталостной долговечности и по параметру усталостной долговечности. Аprobация включает определение материальных констант модели, выбор вида трансцендентной функции и расчет предельного состояния.

3.1. *Материал образцов и материальные константы.* Экспериментальная апробация моделей предельного состояния (2.1)-(2.6) осуществляется на примере оценки предельного состояния сплошных призматических и тонкостенных трубчатых образцов из стали JIS SNCM8 и тонкостенных трубчатых образцов из стали 45.

Образцы из стали JIS SNCM8 испытывались при температуре $\theta = 24$ °C и частоте нагружения $f = 5$ Гц. Соответствующие экспериментальные данные приведены в работе [10]. Образцы из стали 45 испытывались при температуре $\theta = 24$ °C и частоте нагружения $f = 33$ Гц. Соответствующие экспериментальные данные приведены в работе [11].

Значения коэффициентов q_σ , D_σ и q_τ , D_τ , а также значения коэффициентов η и ζ , рассчитанные по изложенной в разделе 2.2 методике, приведены в табл. 1.

Таблица 1

Значения коэффициентов q , D , η , ζ для образцов из стали JIS SNCM8 и стали 45

| Материал | Образцы | q_σ | D_σ , МПа ^{-q} цикл ⁻¹ | q_τ | D_τ , МПа ^{-q} цикл ⁻¹ | η | ζ |
|-----------------|--------------|------------|---|----------|---|--------|---------|
| JIS SNCM8 Steel | сплошные | 15,17 | $2,79 \cdot 10^{-48}$ | 11,98 | $2,43 \cdot 10^{-37}$ | 0,519 | 1,90 |
| | тонкостенные | 11,29 | $2,11 \cdot 10^{-27}$ | 17,49 | $6,38 \cdot 10^{-51}$ | 0,429 | 2,43 |
| Сталь 45 | тонкостенные | 12,59 | $1,39 \cdot 10^{-37}$ | 16,09 | $1,81 \cdot 10^{-43}$ | 0,450 | 2,31 |

3.2. *Выбор вида трансцендентной функции.* Основу сформулированных в разделе 2 моделей предельного состояния составляют две трансцендентные функции (1.5). Выбор одной из функций (1.5), наиболее точно удовлетворяющей первичным экспериментальным данным, осуществляется по результатам минимизации функционалов (2.12) и (2.13). Минимизация функционалов позволяет оптимизировать величину показателей степени η и ζ и определить соответствующие этим показателям коэффициенты корреляции r и величины суммарной квадратичной ошибки $\Sigma\Delta^2(\cdot)$ между экспериментальными данными и единой линеаризованной предельной диаграммой (см. рис. 2). В качестве исходной из (1.5) выбирается та трансцендентная функция, для которой величина r оказывается наибольшей, а величина $\Sigma\Delta^2(\cdot)$ – наименьшей.

На рис. 4 экспериментальные данные, нормированные с использованием трансцендентных функций (1.5) и значений показателей η и ζ , приведенных в табл. 1, сопоставлены с единой линеаризованной предельной диаграммой для сплошных призматических и тонкостенных трубчатых образцов.

Значения коэффициентов корреляции r и значения суммарной квадратичной ошибки $\Sigma\Delta^2(\cdot)$, которые определяются при реализации процедуры минимизации функционалов (2.12) и (2.13), приведены для исследованных образцов и материалов в табл. 2.

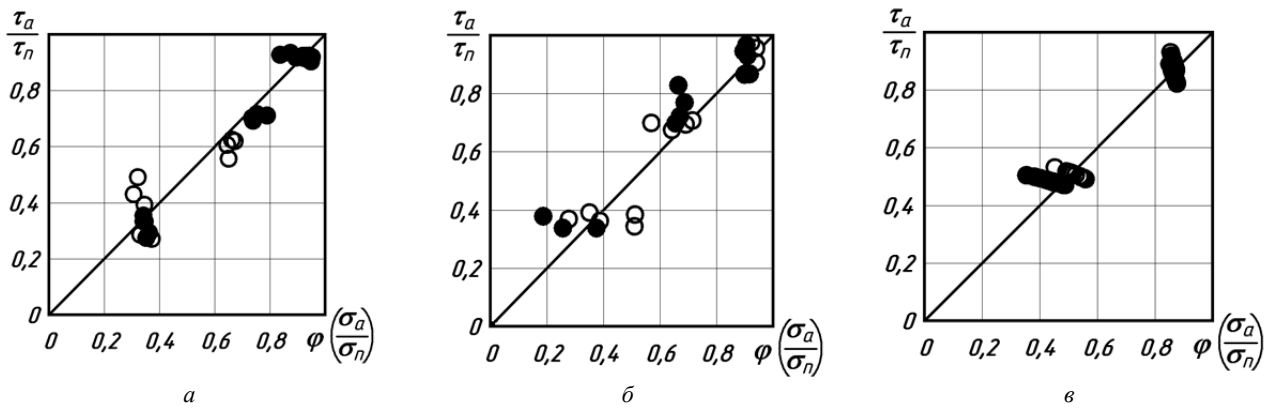


Рис. 4. Єдині лінеаризовані предельні діаграми (лінії) і нормовані експериментальні дані (точки) сплошних призматических образцов из стали JIS SNCM8 (а) і тонкостенних трубчатих образцов из стали JIS SNCM8 (б) і стали 45 (в) – нормирование с использованием функции $\cos(\cdot)$;

● – нормирование с использованием функции $\arccos(\cdot)$

Таблица 2

Значения коэффициентов корреляции r и суммарной квадратичной ошибки $\Sigma\Delta^2(\cdot)$ для образцов из стали JIS SNCM8 и стали 45

| Материал | Образцы | $\cos(\cdot)$ | | $\arccos(\cdot)$ | |
|-----------------|--------------|---------------|-------------------------|------------------|-------------------------|
| | | r | $\Sigma\Delta^2(\cdot)$ | r | $\Sigma\Delta^2(\cdot)$ |
| JIS SNCM8 Steel | сплошные | 0,9572 | 0,0748 | 0,9832 | 0,0752 |
| | тонкостенные | 0,9707 | 0,0768 | 0,9786 | 0,0797 |
| Сталь 45 | тонкостенные | 0,9833 | 0,0514 | 0,9827 | 0,0126 |

Из данных, приведенных на рис. 4 и в табл. 2 следует, что функции $\cos(\cdot)$ и $\arccos(\cdot)$ с одинаковой практически точностью удовлетворяют единой лінеаризованной предельной диаграмме и каждая из них может быть использована для расчета предельного состояния рассмотренных образцов и материалов. В настоящей работе все расчеты предельного состояния строятся на основе модели (2.1) и её приближенных вариантов.

3.3. Оценка обобщенного предельного состояния. Под обобщенным понимается предельное состояние, которое задается в нормированной системе координат в форме зависимости между относительными значениями амплитуд предельных напряжений кручения и растяжения-сжатия. Предельное состояние рассчитывается по модели (2.1) и по приближенным вариантам модели (2.2) и (2.3).

Результаты расчетов, выполненные по моделям предельного состояния (2.1)-(2.3) с использованием значений коэффициентов, приведенных в табл. 1, сопоставлены на рис. 5 с экспериментальными данными, соответствующими различным значениям отношения амплитуд τ_a/σ_a .

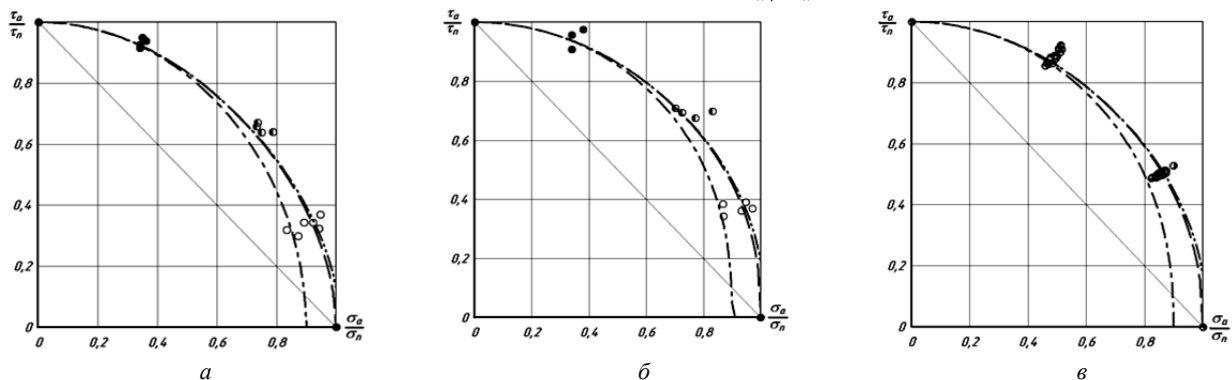


Рис. 5. Расчетные (линии) и экспериментальные (точки) нормированные диаграммы предельных напряжений сплошных цилиндрических образцов из стали JIS SNCM8 (а) и тонкостенных трубчатых образцов из стали JIS SNCM8 (б) и из стали 45 (в) при комбинированном нагружении циклическим растяжением-сжатием и циклическим кручением: — расчет по уравнению (2.1); - · - расчет по уравнению (2.2); - · · - расчет по уравнению (2.3). $\nu = \frac{1}{4}$ (○); 0,4 (●); $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (◐); 1,23 (◑); $\sqrt{3}$ (●)

В целом, как видно, приближенная модель (2.2) вполне удовлетворительно описывает предельное состояние как сплошных цилиндрических, так и тонкостенных трубчатых образцов. Характерно, что результаты расчетов по приближенной модели (2.2) практически не отличаются от результатов расчетов по точной модели (2.1), а с увеличением нормальной компоненты с экспериментальными данными согласуются лучше.

3.4. Оценка предельного состояния по параметру долговечности. В качестве предельного состояния рассматривается зависимость между амплитудными значениями нормальных σ_a и касательных τ_a напряжений, построенная по параметру числа циклов до разрушения n_R .

Для зависимости величины τ_a от σ_a из (2.2) получаем уравнение

$$\tau_a = \left[\frac{1}{(1 + q_\tau) D_\tau n_R} \right]^{\frac{1}{q_\tau}} \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left[\frac{\pi}{2} ((1 + q_\sigma) D_\sigma n_R)^{\frac{1}{q_\sigma}} \sigma_a \right]^2 \right\}^{\eta}, \quad (3.1)$$

где усталостная долговечность n_R задается величиной τ_n и равной ей величиной σ_n .

Результаты расчетов диаграмм предельных напряжений сплошных призматических и тонкостенных трубчатых образцов, выполненных по уравнению (3.1) с использованием приведенных в табл. 1 значений коэффициентов, сопоставлены на рис. 6 экспериментальными данными, соответствующими различным

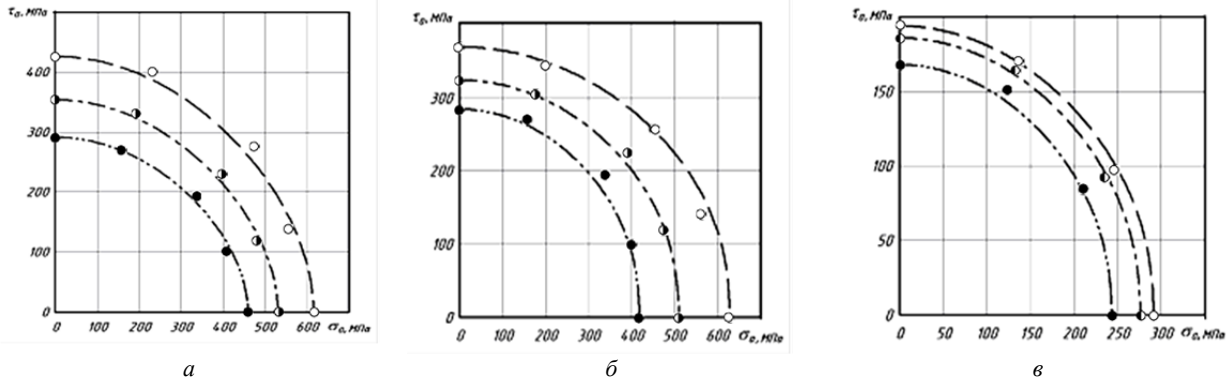


Рис. 6. Расчетные (линии) и экспериментальные (точки) диаграммы предельных напряжений сплошных цилиндрических образцов из стали JIS SNCM8 (а) и тонкостенных трубчатых образцов из стали JIS SNCM8 (б) и из стали 45 (в) при комбинированном нагружении циклическим растяжением-сжатием и циклическим кручением: $n_R = 10^4$ (○); $2 \cdot 10^4$ (◊); 10^5 (◻); 10^6 (●) циклов

значениям усталостной долговечности n_R . Получено, как видно, вполне удовлетворительное согласование расчетных и экспериментальных данных.

4. Обсуждение результатов

Эффективность использования степенных трансцендентных функций для построения моделей предельного состояния при двухосном циклическом нагружении обосновывается в работе на задаче расчета предельного состояния при комбинированном нагружении симметричным циклическим растяжением-сжатием и кручением. В качестве трансцендентной функции использовалась функция $\cos(\cdot)$, поскольку функция $\arccos(\cdot)$ удовлетворяет единой линеаризованной предельной диаграмме практически с такой же степенью точности. Рассчитывалось и экспериментально апробировалось предельное состояние сплошных цилиндрических и тонкостенных трубчатых образцов в абсолютной и нормированной системе координат.

В целом, как это видно из данных, приведенных на рис. 5 и 6, результаты расчетов предельного состояния удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными. Максимальная погрешность по касательной компоненте составляет 25% и получена для образцов из стали JIS SNCM8 (рис. 5,а и 5,б). По нормальной компоненте максимальная погрешность составляет 20% и также получена для образцов из стали JIS SNCM8.

Модели предельного состояния (2.1) и (2.4), построенные на основе степенных трансцендентных функций (1.5), позволяют повысить точность оценки предельного состояния по сравнению с моделями, построенными на основе классических критериев усталостного разрушения [2]. В качестве таких моделей можно рассмотреть модель предельного состояния

$$\left(\frac{\tau_a}{\sigma_n} \right)^2 + \frac{\sigma_a}{\sigma_n} = 1, \quad (4.1)$$

построенную на основе критерия максимальных нормальных напряжений, модель

$$\left(\frac{2\tau_a}{\sigma_n}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_n}\right)^2 = 1 \quad (4.2)$$

построенную на основе критерия максимальных касательных напряжений, и модель

$$\left(\frac{\sqrt{3}\tau_a}{\sigma_n}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_n}\right)^2 = 1, \quad (4.3)$$

построенную на основе критерия удельной энергии формоизменения.

Модель предельного состояния (2.2) в соответствующей уравнениям (4.1)-(4.3) системе координат записывается в виде

$$\left(\frac{\tau_a}{\sigma_n}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \left(\frac{\sigma_n}{\tau_n}\right)^{\frac{1}{n}} + \frac{1}{2} \left[\frac{\pi \sigma_a}{2 \sigma_n} \right]^2 = 1, \quad (4.4)$$

а экспериментальные данные нормируются согласно соотношению

$$\frac{\tau_a}{\sigma_n} = \left(\frac{\tau_n}{\sigma_n}\right) \cdot \left(\frac{\tau_a}{\tau_n}\right).$$

Расчеты предельного состояния (рис. 7), выполненные по уравнению (4.4), занимают промежуточное положение между расчетами, выполненными по модели (4.1), соответствующей критерию максимальных

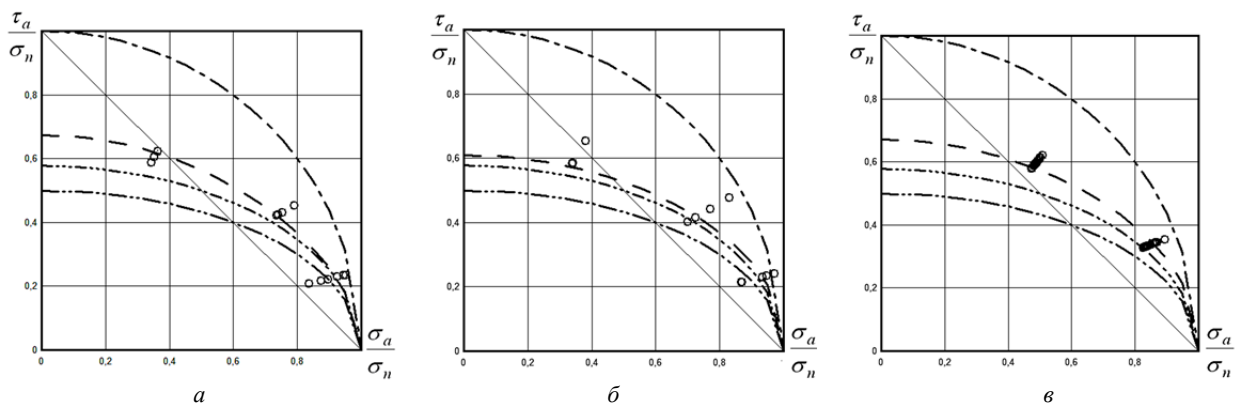


Рис. 7. Расчетные (линии) и экспериментальные (точки) нормированные диаграммы предельных напряжений сплошных цилиндрических образцов из стали JIS SNCM8 (а) и тонкостенных трубчатых образцов из стали JIS SNCM8 (б) и из стали 45 (в) при комбинированном нагружении циклическим растяжением-сжатием и циклическим кручением: — · — расчет по уравнению (4.1); — · · — расчет по уравнению (4.2); — · · · — расчет по уравнению (4.3); — — расчет по уравнению (4.4)

нормальных напряжений, и по модели (4.3), соответствующей критерию удельной энергии формоизменения. Эти расчеты практически полностью совпадают с экспериментальными данными независимо от формы образцов и соответствуют реакции большинства конструкционных материалов [2]. Классические критерии усталостного разрушения (4.1)-(4.3) особенности предельного состояния рассмотренных материалов, как видно, не отражают.

Заключение

Выбор моделей предельного состояния при двухосном комбинированном циклическом нагружении в форме степенных трансцендентных функций является, по-видимому, наиболее обоснованным. Модели позволяют при варьировании показателя степени охватить практически все формы связи между предельными значениями нормальной и касательной компонент двухосного напряженного состояния. Показатель степени зависит от свойств материала и является, по существу, дополнительной материальной константой, позволяющей повысить точность согласования расчетных и экспериментальных данных.

Анотація. Запропоновано точний та наближені варіанти моделей граничного стану ізотропних металевих матеріалів за умов комбінованого навантаження циклічним розтягом-стиском та циклічним скрученням. В точних моделях зв'язок між граничними амплітудами нормальних та дотичних напружень задається степеневими трансцендентними функціями. Наближені варіанти моделей отримано із точних шляхом розкладу трансцендентних функцій в ряд та утримання в розкладі двох та трьох членів ряду. Моделі апробовано експериментально на задачах розрахунку граничного стану суцільних призматичних зразків та тонкостінних трубчатих зразків. Дається порівняння моделей граничного стану що запропоновано із моделями, які побудовано виходячи із класичних критеріїв руйнування.

Ключові слова: суцільні циліндричні зразки, тонкостінні трубчасті зразки, двовісне комбіноване навантаження, циклічний розтяг-стиск, циклічне кручення, руйнування внаслідок втоми, моделі граничного стану, класичні критерії руйнування.

Abstract. The exact and approximate variations of ultimate state models of isotropic metallic materials under combined loading with cyclic tension – compression and cyclic torsion have been suggested. The relation between ultimate amplitudes of direct and shear stresses in exact models is given by the exponential transcendental functions. The approximate variations of the models have been obtained from the exact models by the expansion of the exponential transcendental functions in series and the containment of two or three series terms of the expansion. The models have been approved experimentally on problems of the ultimate state calculation of solid prismatic and thin-walled tubular specimens. The models of ultimate state proposed are compared with those constructed on the basis of classic fracture criteria.

Keywords: solid cylindrical specimens, thin-walled tubular specimens, biaxial combined loading, cyclic tension-compression, cyclic torsion, fatigue failure, models of limiting state, classic fracture criteria.

Библиографический список использованной литературы

1. Форрест П. Усталость металлов // Пер. с англ. под ред. С.В.Серенсена. – М.: Машиностроение, 1968. – 352 с.
2. Хейвуд Р.Б. Проектирование с учетом усталости / Пер. с англ. под ред. чл.-кор. АН СССР И.Ф.Образцова. – М.: Машиностроение, 1969. – 504 с.
3. Серенсен С.В. Несущая способность и расчеты деталей машин на прочность / С.В.Серенсен, В.П.Когаев, Р.М.Шнейдерович // Руководство и справочное пособие под ред. С.В.Серенсена. – М.: Машиностроение, 1975. – 488 с.
4. Gough H.J. The strength of metals under combined alternating stress / H.J.Gough, H.V.Pollard // Proc. Inst. Mech. Engrs, 1937. – Vol. 131, pp. 3-18.
5. Gough H.J. Properties of some materials for cast crankshafts, with special reference to combined alternating stresses / H.J.Gough, H.V.Pollard // Proc. Inst. Automobile Engrs, 1937. – Vol. 31, pp. 821-893.
6. Серенсен С.В. Об условиях прочности при переменных нагрузках для плоского и объемного напряженного состояния // Инж. сборник, 1941. – Том 1, вып. 1. – С. 3-12.
7. Биргер И.А. Условия усталостной прочности при сложном напряженном состоянии. Прочность авиадвигателей // Сб. статей под ред. С.В.Серенсена. – М.: Оборонгиз, 1952. – №7. – С. 130-163.
8. Голуб В.П. К оценке предельного состояния материалов при асимметричном многоцикловом нагружении / В.П.Голуб, В.И.Крижановский // Пробл. прочности, 1994. – № 4. – С. 3-15.
9. Голуб В.П. К оценке предельного состояния материалов при асимметричном циклическом нагружении и сложном напряженном состоянии / В.П.Голуб, В.И.Крижановский // Прикл. механика, 1995. – Том 31, № 2. – С. 67-79.
10. Tanaka K. The strength of JIS SNCM8 steel under combined alternating stresses / K.Tanaka, S.Matsuoka // Advances in Research, on the Strength and Fracture of Materials. 4th Conf. on Fracture, University of Waterloo, 1977, Pergamon Press, 1978. Vol. 23, pp. 1161-1168.
11. Панфилов Ю.А. Описание предельного состояния при переменной двухосной напряженности и его применение в расчетах. Сообщ. 1. Простое нагружение / Ю.А.Панфилов // Пробл. прочности, 1981. – № 1. – С. 49-56.

References

1. Forrest P. Uсталost' metallo [Fatigue of metals]: Per. s angl. pod red. S.V.Serensena. Moscow: Mashinostroenie, 1968, 352 p.
2. Heyvud R.B. Proektirovaniye s uchetom ustalosti [Design taking into account fatigue]: Per. s angl. pod red. chl.-kor. AN SSSR I.F.Obrazcova. Moscow: Mashinostroenie, 1969, 504 p.
3. Serensen S.V., Kogajev V.P., Shneiderovich R.M., Nesushhaja sposobnost' i raschety detalej mashin na prochnost' [Bearing ability and calculations of details of cars on durability]. Moscow: Mashinostroenie, 1975, 488 p.
4. Gough H.J., Pollard H.V., The strength of metals under combined alternating stress. Proc. Inst. Mech. Engrs, 1937. Vol. 131, pp. 3-18.
5. Gough H.J., Pollard H.V., Properties of some materials for cast crankshafts, with special reference to combined alternating stresses // Proc. Inst. Automobile Engrs, 1937. Vol. 31, pp. 821-893.
6. Serensen S.V. Ob uslovijah prochnosti pri peremennyh nagruzkah dlja ploskogo i obyemnogo naprjazhennogo sostojanija [About durability conditions at variable loadings for a flat and volume tension]: Inzh. sbornik, 1941. Vol 1, no. 1, pp. 3-12.
7. Birger I.A. Usloviya ustalostnoj prochnosti pri slozhnom naprjazhennom sostojanii. Prochnost' aviadvigatelij [Conditions of fatigue durability at a difficult tension. Durability of aircraft engines]: Sb. statey pod red. S.B.Serensena. Moscow: Oborongiz, 1952, no 7, pp. 130-163.
8. Golub V.P., Krizhanovsky V.I., K ocenke predel'nogo sostojanija materialov pri asimmetrichnom mnogociklovom nagruzenii [To an assessment of a limit condition of materials at asymmetric multi-cycle loading]: Probl. prochnosti, 1994, no 4, pp. 3-15.
9. Golub V.P., Krizhanovsky V.I., K ocenke predel'nogo sostojanija materialov pri asimmetrichnom ciklicheskom nagruzenii i slozhnom naprjazhennom sostojanii [To an assessment of a limit condition of materials at asymmetric cyclic loading and a difficult tension]: Prikl. mehanika, 1995. – Vol 31, no 2, pp. 67-79.
10. Tanaka K., Matsuoka S., The strength of JIS SNCM8 steel under combined alternating stresses. Advances in Research, on the Strength and Fracture of Materials. 4th Conf. on Fracture, 1978. Vol. 23, pp. 1161-1168.
11. Panfilov Yu.A., Opisanie predel'nogo sostojanija pri peremennoj dvuhosnoj naprjazhennosti i ego primenenie v raschetah. 1. Prostoje nagruzenie [The description of a limit condition at variable biaxial intensity and its application in calculations]. Probl. prochnosti, 1981, no 1, pp. 49-56.