

УДК 539.3

Каиров А.С. д.т.н., проф., Моргун С.А.

Национальный университет кораблестроения им. адмирала Макарова, г. Николаев, Украина

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ВЕНЦОВ РАБОЧИХ ЛОПАТОК ТУРБОМАШИН С ЗАМКНУТЫМИ НА КРУГ СВЯЗЯМИ

Kairov A., Morgun S.

National University of Shipbuilding named after admiral Makarov, Nikolaev, Ukraine (technolognuk@rambler.ru)

TURBINE ENGINES BLADED DISKS' WITH CIRCULAR DAMPING LINKS FORCED VIBRATION

Изложена методика исследования вынужденных колебаний венцов рабочих лопаток турбомашин с замкнутыми на круг демпферными связями. С использованием метода конечных элементов разработана уточненная математическая модель секции «сектор диска – лопатка с демпферными связями», учитывающая конструктивную неоднородность пера лопатки и диска. Приведены результаты расчета амплитуд и частот вынужденных колебаний, вызванных воздействием переменной газодинамической силы, для двух основных типов венцов рабочих лопаток турбины. Представлена зависимость амплитуд вынужденных колебаний от величины переменной составляющей газодинамической силы.

Ключевые слова: вынужденные колебания, демпферные связи, газодинамическая сила, амплитуды и частоты колебаний, метод конечных элементов

Введение

Задача увеличения сроков службы турбоагрегатов, которая связана с возможностями проведения надежной и оперативной оценки прочности, представляет практический интерес и является актуальной проблемой для украинского машиностроения. Быстрые темпы развития конструкций турбин сопровождаются постоянным ростом интенсивности происходящих в них процессов при общем повышении требований к их прочности и надежности. Поэтому, одной из базовых задач оценки вибрационной прочности лопаточного аппарата, как одного из наиболее ответственных элементов турбомашин, является уже не только отстройка собственных частот колебаний лопаток от частот возбуждающих сил, но и более комплексное изучение колебательных процессов, а именно исследование возмущающих сил, воздействие которых приводит к вынужденным колебаниям, процессов внутреннего и конструкционного демпфирования в местах соединения пера и хвостовика лопатки с демпферными связями и диском соответственно, а также влияние на частоты и амплитуды колебаний конструктивных особенностей элементов лопаток и дисков. При всей своей сложности, эта проблема требует постоянного расширения и углубления теоретических представлений о динамических явлениях, сопутствующих работе турбомашин.

Вследствие высокой стоимости современных турбомашин и работ по их доводке большое значение имеют методы определения вибрационных характеристик лопаточного аппарата, как наиболее нагруженного узла, еще на стадии проектирования. Поэтому комплексное исследование колебаний лопаточного аппарата с учетом специфики его элементов и их взаимодействия представляет собой серьезную научную и практическую проблему, и, несмотря на интенсивные исследования в этой области [1 – 3], остается ряд нерешенных аспектов.

Так использование упрощенных расчетных схем, основанных на применении стержневой теории [1], не позволяет выявить качественно важные особенности системы, такие как влияние на частоты колебаний демпфирования, конструктивных особенностей дисков и лопаток. В рамках этой теории лопатки рассматриваются как закрученные нерастяжимые и жестко закрепленные в диске стержни переменного поперечного сечения, совершающие синфазные колебания в одной из главных плоскостей изгиба. В работе [4] вынужденные колебания рабочих колес турбомашин исследуются при помощи метода начальных параметров, однако, в ней не указан способ вычисления амплитуд гармоник возмущающих сил. В [3] при решении уравнений вынужденных колебаний используются асимптотические методы нелинейной механики, но не учитывается демпфирование в системе. В работах [2, 5] данная проблема решается с использованием метода конечных элементов, но в [5] не учитывается демпфирование, а в [2] при построении конечно-элементной математической модели лопаточного венца используются конечные элементы типа «тетраэдр», не позволяющие в полной мере учесть все конструктивные особенности, как пера, так и хвостовика лопаток. Методика экспериментального исследования частот свободных колебаний рабочих лопаток компрессоров и

турбин приведена в работе [6], однако, экспериментальные данные являются менее достоверными, так как в процессе проведения эксперимента всегда присутствуют неустраняемые системные погрешности самой экспериментальной установки и измерительной аппаратуры.

Цель исследования

Разработка комплекса мероприятий по повышению вибрационной надежности турбомашин неосуществима без детального изучения колебательных процессов, протекающих в таком ответственном узле как лопаточный аппарат и вызванных воздействием на лопатки нестационарных газодинамических сил. Однако, как следует из вышеприведенного анализа последних исследований по данной тематике, некоторые важные аспекты остаются недостаточно освещенными, поэтому возникает необходимость разработки уточненной математической модели вынужденных колебаний систем рабочих лопаток. В ней необходимо учитывать влияние на амплитуды и частоты вынужденных колебаний не только воздействие переменных газодинамических сил, но и значительную конструкционную неоднородность рассматриваемых объектов.

Поэтому целью данной работы является разработка уточненной математической модели вынужденных колебаний систем (венцов) рабочих лопаток турбомашин с замкнутыми на круг связями, используя метод конечных элементов.

Исследование

Рассматривается задача определения амплитуд и частот вынужденных колебаний венцов рабочих лопаток турбомашин с замкнутыми на круг связями. Предполагается, что исследуемая система (венец) обладает свойствами циклической симметрии. Рассматриваемую систему можно интерпретировать в виде

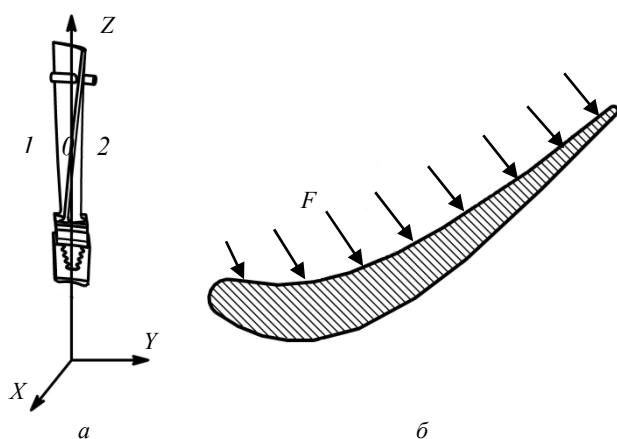


Рис. 1. Модель секции «сектор диска – лопатка с демпферными связями»: а) общий вид секции в декартовой системе координат; б) поперечное сечение лопатки под действием распределенной газодинамической силы F

совокупности χ подсистем (секций) с одинаковыми геометрическими, инерционными и жесткостными свойствами [5]. При этом χ определяет порядок симметрии системы. Венец, состоящий из h идентичных рабочих лопаток, также является циклически симметричной системой с порядком симметрии h . Секция такой системы включает в себя в общем случае сектор диска и укрепленную в нём лопатку с участками демпферных связей (см. рис. 1). Секция рассматривается в прямоугольной правой системе координат XYZ : ось X совпадает с осью вращения ротора турбины, ось Z направлена по радиусу от оси вращения, а ось Y – перпендикулярна оси Z .

Индексами (1), (0) и (2) обозначены левая граница, средняя часть и правая граница секции соответственно. Известными являются силы газодинамического возбуждения F . Вследствие периодичности возмущающих сил каждую из них можно разложить в ряд Фурье:

$$F = F_1 \cos k\omega t + F_2 \sin k\omega t$$

где k – рассматриваемая гармоника возмущающей силы.

ω – частота вынужденных колебаний.

Уравнения движения секции могут быть записаны в следующем виде:

$$\Delta\{a\} = \{F\} \quad (1)$$

где

$$\{a\} = \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix}; \quad \Delta = \begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & L \end{bmatrix}; \quad \{F\} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

$L = K - (k\omega)^2 M$; $\{a\}$ – матрица обобщенных перемещений узлов секции под действием приложенных сил; $\{F\}$ – матрица приложенных сил в узлах секции; K и M – матрицы жесткости и инерции соответственно.

Проведем некоторые преобразования. Представим матрицы L , $\{a\}$ и $\{F\}$ в виде (3):

$$\{a\} = \begin{Bmatrix} a_1^{(1)} \\ a_1^{(0)} \\ a_1^{(2)} \\ a_2^{(1)} \\ a_2^{(0)} \\ a_2^{(2)} \end{Bmatrix}; \quad L = \begin{bmatrix} L_{11}^{(1)} & L_{12}^{(0)} & L_{13}^{(2)} \\ L_{21}^{(1)} & L_{22}^{(0)} & L_{23}^{(2)} \\ L_{31}^{(1)} & L_{32}^{(0)} & L_{33}^{(2)} \end{bmatrix}; \quad \{F\} = \begin{Bmatrix} F_1^{(1)} \\ F_1^{(0)} \\ F_1^{(2)} \\ F_2^{(1)} \\ F_2^{(0)} \\ F_2^{(2)} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

Здесь и далее индексы в скобках обозначают: (1) – узлы на левой границе; (0) – узлы в средней части; (2) – узлы на правой границе секции.

Воспользовавшись зависимостями (3), можно провести преобразование соотношения (1):

$$\begin{aligned} L_{11}^{(1)}a_1^{(1)} + L_{12}^{(0)}a_1^{(0)} + L_{13}^{(2)}a_1^{(2)} &= F_1^{(1)} \\ L_{21}^{(1)}a_1^{(1)} + L_{22}^{(0)}a_1^{(0)} + L_{23}^{(2)}a_1^{(2)} &= F_1^{(0)} \\ L_{31}^{(1)}a_1^{(1)} + L_{32}^{(0)}a_1^{(0)} + L_{33}^{(2)}a_1^{(2)} &= F_1^{(2)} \\ L_{11}^{(1)}a_2^{(1)} + L_{12}^{(0)}a_2^{(0)} + L_{13}^{(2)}a_2^{(2)} &= F_2^{(1)} \\ L_{21}^{(1)}a_2^{(1)} + L_{22}^{(0)}a_2^{(0)} + L_{23}^{(2)}a_2^{(2)} &= F_2^{(0)} \\ L_{31}^{(1)}a_2^{(1)} + L_{32}^{(0)}a_2^{(0)} + L_{33}^{(2)}a_2^{(2)} &= F_2^{(2)} \end{aligned} \quad (4)$$

Для решения (4) в рассмотрение вводятся комплексные амплитуды. Следовательно, элементы матриц $\{a\}$ и $\{F\}$ записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} a^{(1)} &= a_1^{(1)} + ia_2^{(1)} \\ a^{(0)} &= a_1^{(0)} + ia_2^{(0)} \\ a^{(2)} &= a_1^{(2)} + ia_2^{(2)} \\ F^1 &= F_1^{(1)} + iF_2^{(1)} \\ F^{(0)} &= F_1^{(0)} + iF_2^{(0)} \\ F^{(2)} &= F_1^{(2)} + iF_2^{(2)} \end{aligned} \quad (5)$$

где i – мнимая единица.

После подстановки (5) в (4) получены комплексные соотношения (6):

$$\begin{aligned} L_{11}^{(1)}a^{(1)} + L_{12}^{(1)}a^{(0)} + L_{13}^{(2)}a^{(2)} &= F^{(1)} \\ L_{21}^{(1)}a^{(1)} + L_{22}^{(0)}a^{(0)} + L_{23}^{(2)}a^{(2)} &= F^{(0)} \\ L_{32}^{(1)}a^{(1)} + L_{32}^{(0)}a^{(0)} + L_{33}^{(2)}a^{(2)} &= F^{(2)} \end{aligned} \quad (6)$$

Второе уравнение (6) преобразуется следующим образом:

$$a^{(0)} = \left(L_{22}^{(0)}\right)^{-1} \left(F^{(0)} - L_{21}^{(1)}a^{(1)} - L_{23}^{(2)}a^{(2)}\right) \quad (7)$$

Тогда из (6) с учетом (7) следует:

$$\begin{aligned} N_{11}a^{(1)} + N_{12}a^{(2)} &= F^{(1)} - N_{10}F^{(0)} \\ N_{21}a^{(1)} + N_{22}a^{(2)} &= F^{(2)} - N_{20}F^{(0)} \end{aligned} \quad (8)$$

где матрицы N имеют вид:

$$\begin{aligned} N_{11} &= L_{11}^{(1)} - L_{12}^{(0)} \left(L_{22}^{(0)}\right)^{-1} L_{21}^{(1)}; & N_{12} &= L_{13}^{(2)} - L_{12}^{(0)} \left(L_{22}^{(0)}\right)^{-1} L_{23}^{(2)}; \\ N_{21} &= L_{31}^{(1)} - L_{32}^{(0)} \left(L_{22}^{(0)}\right)^{-1} L_{21}^{(1)}; & N_{22} &= L_{33}^{(2)} - L_{32}^{(0)} \left(L_{22}^{(0)}\right)^{-1} L_{23}^{(2)}; \\ N_{10} &= L_{12}^{(0)} \left(L_{22}^{(0)}\right)^{-1}; & N_{20} &= L_{32}^{(0)} \left(L_{22}^{(0)}\right)^{-1}; \end{aligned}$$

Соотношение (8) перепишем таким образом:

$$\begin{aligned} N_{12}a^{(2)} &= -N_{11}a^{(1)} + F^{(1)} - N_{10}F^{(0)} \\ N_{22}a^{(2)} - F^{(2)} &= -N_{21}a^{(1)} - N_{20}F^{(0)} \end{aligned}$$

или в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} N_{12} & 0 \\ N_{22} & -I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a^{(2)} \\ F^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -N_{11} & I \\ -N_{21} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a^{(1)} \\ F^{(1)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -N_{10} & 0 \\ 0 & -N_{20} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F^{(0)} \\ F^{(0)} \end{bmatrix} \quad (9)$$

где I – единичная матрица.

В свернутом виде (9) имеет вид:

$$\Lambda^{(2)} = -R\Lambda^{(1)} - HF^{(0)} \quad (10)$$

где:

$$R = \begin{bmatrix} N_{12} & 0 \\ N_{22} & -I \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} N_{11} & -I \\ N_{21} & 0 \end{bmatrix}; \quad H = \begin{bmatrix} N_{12} & 0 \\ N_{22} & -I \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} N_{10} \\ N_{20} \end{bmatrix};$$

$$\Lambda^{(1)} = \begin{bmatrix} a^{(1)} \\ F^{(1)} \end{bmatrix}; \quad \Lambda^{(2)} = \begin{bmatrix} a^{(2)} \\ F^{(2)} \end{bmatrix}$$

Запишем выражение (2) для комплексных амплитуд газодинамических сил, приложенных в узлах секции:

$$F = F_1 + iF_2 \quad (11)$$

где индексы 1 и 2 обозначают амплитуды при $\cos k\omega t$ и $\sin k\omega t$ соответственно.

В матричном виде система уравнений (11) записывается следующим образом:

$$F = \begin{Bmatrix} F_{11} \\ F_{12} \\ F_{13} \\ \vdots \\ F_{1q} \end{Bmatrix} \cos k\omega t + i \begin{Bmatrix} F_{21} \\ F_{22} \\ F_{23} \\ \vdots \\ F_{2q} \end{Bmatrix} \sin k\omega t$$

где q – число степеней свободы секции;

Условие замкнутости системы заключается в том, что для двух смежных секций r и $r+1$ можно записать равенство

$$\Lambda_r^{(2)} = \Lambda_{r+1}^{(1)}$$

Значит, для газодинамических сил, действующих на смежные секции, справедливо равенство:

$$\begin{Bmatrix} F_{r+1}^{(1)} \\ F_{r+1}^{(0)} \\ F_{r+1}^{(2)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_r^{(1)} \\ F_r^{(0)} \\ F_r^{(2)} \end{Bmatrix} e^{-i2\pi k / h} \quad (12)$$

где h – число лопаток в венце.

При помощи (12) преобразуется уравнение (10) и может быть получена зависимость для определения неизвестных сил и перемещений правой границы секции:

$$\Lambda_1^{(2)} = (-R - I)^{-1} (-R - I e^{-i2\pi k / h})^{-1} + (-R - I)HF \quad (13)$$

Учитывая уравнение (13) и то обстоятельство, что венец рабочих лопаток рассматривается как циклически симметричная система, уравнения (1) могут быть решены для каждой секции. Амплитуды вынужденных колебаний всего венца, возмущаемые любой k -ой гармоникой переменной газодинамической силы, определяются из системы уравнений (3).

Частоты вынужденных колебаний, возбуждаемых любой из рассматриваемых гармоник переменной газодинамической силы, могут быть вычислены следующим образом:

$$\det \left[[K] - (k\omega)^2 [M] \right] = \{F\} \quad (14)$$

или с учетом зависимостей (3)

$$\det [L] = \{F\}$$

Решив системы уравнений (3) и (14), можно получить амплитудно-частотные характеристики лопаточного венца, возбуждаемые любой гармоникой переменной газодинамической силы.

Основные результаты и их анализ

С целью изучения практической пригодности разработанной математической модели проведены расчеты амплитуд и частот вынужденных колебаний венца рабочих лопаток второй ступени турбины, возмущаемых нестационарной газодинамической силой. Исследование проводилось для двух основных конструктивных исполнений венцов: с диском, имеющим центральным отверстием под вал и с цельным диском. Неоднородность газового потока, являющуюся основным источником вынужденных колебаний венца, задавалась отклонением угла установки сопловых лопаток от номинальной величины. Также учитывалась неравномерность угла закрутки по высоте рассматриваемых рабочих лопаток. Кроме того учитывалось демпфирование в местах контакта хвостовиков лопаток с диском и пера лопатки с демпферными связями.

Исследуемый лопаточный венец состоял из 65 рабочих лопаток переменного поперечного сечения с замкнутыми на круг связями. Высота лопатки $l = 115$ мм; материал лопаток – жаропрочная сталь СМ88У – ВИ (плотность материала $\rho = 8100$ кг/м³, модуль Юнга $E = 1,79 \cdot 10^6$ МПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$). Диаметр диска $D = 375$ мм. Лопатки имеют хвостовики елочного типа с торцевой заводкой в диск. Угол выхода потока из сопловых каналов α_l изменялся от $16^\circ 30'$ до $18^\circ 30'$; угол выхода потока из лопаточного венца $\alpha_2 = 73^\circ$.

Конечно-элементная, модель пера лопатки строилась на основе суперпараметрического криволинейного элемента, состояла из 20 конечных элементов и имела 385 степеней свободы. Демпферные связи лопаток в

колесе моделювались при помощи стержневого конечного элемента. Модель хвостовика лопатки состояла из 189 изопараметрических призматических элементов первого порядка с 960 степенями свободы. Модель сектора диска включала в себя 230 призматических конечных элементов первого порядка, имеющих 1254 степеней свободы [3].

На рис. 2 представлена амплитудно-частотная характеристика вынужденных колебаний венцов рабочих лопаток второй ступени турбины.

Анализируя представленные на рис. 2 графические зависимости можно сделать вывод о том, что амплитуда вынужденных колебаний плавно возрастает при приближении к резонансной частоте колебаний. Затем при достижении резонансной частоты происходит резкое возрастание, а после прохождения состояния резонанса – резкое падение и в дальнейшем плавное уменьшение величины амплитуды. Как известно, резонанс наступает при совпадении частоты вынужденных колебаний лопаточного венца с частотой вращения ротора турбомашин. Поэтому знание частот вынужденных колебаний позволяет провести так называемую отстройку от резонансного режима, то есть исключить возникновение резонанса в диапазоне рабочих частот, переведя его в быстропроходящие режимы запуска и остановки двигателя. Достигнуть недопущения совпадения частоты вращения ротора турбины с частотой вынужденных колебаний венца лопаток можно также при помощи изменения параметров газового потока, а именно, снижения перепада давления газа перед и за рассматриваемой турбинной ступенью. Это, в свою очередь, позволит уменьшить переменную составляющую газодинамической силы, которая возникает из-за неравномерности течения газового потока и является основным возбудителем колебаний лопаточного венца

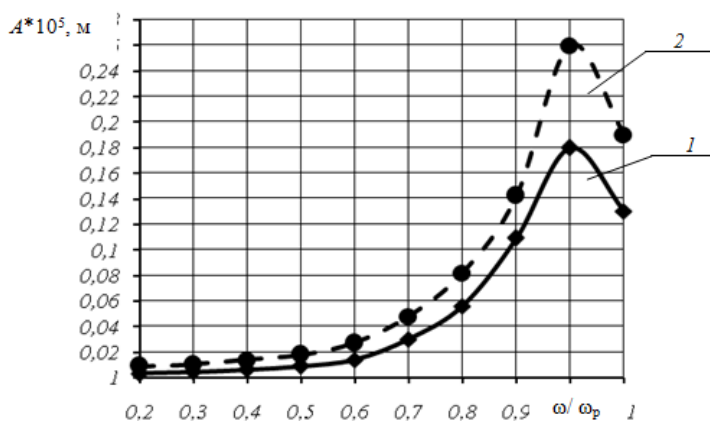


Рис. 2. Амплитудно-частотная характеристика вынужденных колебаний венцов рабочих лопаток турбомашин: A – амплитуда колебаний; ω – частота колебаний, Гц; $\omega_p = 1325$ Гц – резонансная частота колебаний. Кривая 1 – лопаточный венец с цельным диском; кривая 2 – лопаточный венец с отверстием под вал

Еще одним способом улучшения равномерности течения потока является существенное снижение конструктивной неоднородности сопловой решетки, то есть уменьшения отклонения угла установки сопловых лопаток от номинальной величины. Не менее важный вывод, который можно сделать анализируя рис. 2, заключается в том, что при одних и тех же частотах амплитуды колебаний лопаточного венца с цельным диском (кривая 1) ниже, чем у венца, имеющего диск с центральным отверстием под вал (2). Этот факт может быть объяснен тем, что венец с цельным диском является более жестким.

Влияние на амплитуды колебаний обоих типов венцов неравномерности газового потока, которая выражена отношением переменной составляющей газодинамической силы ΔF к ее

номинальному значению F , представлено на рис.3.

Из анализа рис. 3, очевидно, что с увеличением переменной составляющей газодинамической силы, что происходит из-за повышения неравномерности потока, возрастает и амплитуда колебаний рассматриваемой лопаточной системы, причем амплитуда колебаний венца с цельным диском также ниже, чем у венца с отверстием под вал. Объяснением этому также служит то, что венец с цельным диском обладает повышенной жесткостью. Следовательно, исходя из вышеприведенных на рис.2 и рис.3 графических зависимостей можно сделать вывод, что с точки зрения вибрационной надежности использование лопаточного венца с цельным диском является более предпочтительным.

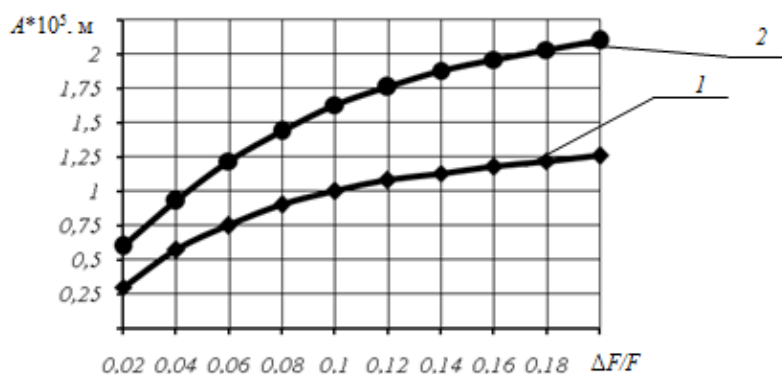


Рис. 3. Зависимость амплитуд колебаний лопаточного венца от неравномерности газового потока: 1. – венец с цельным диском; 2. – венец с центральным отверстием под вал

Выводы

С использованием метода конечных элементов (МКЭ) решена задача расчета амплитуд и частот вынужденных колебаний венца рабочих лопаток турбомашин как циклически симметричной системы с учетом неравномерности газового потока. Для решения данной задачи разработана уточненная математическая модель секции «сектор диска – лопатка с демпферными связями», позволяющая в достаточно полной мере учитывать особенности конструкции пера и хвостовика лопатки, демпферных связей, диска. Определение амплитуд и частот колебаний лопаточного венца с замкнутыми на круг демпферными связями может быть представлено в виде расчета амплитуд и частот колебаний совокупности таких секций, вызванных воздействием нестационарной газодинамической силы, основной причиной возникновения которой является неравномерность течения газового потока. Анализ полученных результатов подтверждает адекватность данной модели и указывает на то, что более предпочтительной с точки зрения вибрационной надежности является конструкция лопаточного венца с цельным диском. Разработанная математическая модель может быть использована для исследования колебаний венцов лопаток турбомашин в предположении отсутствия циклической симметрии, а также рабочих колес турбин, лопатки которых имеют бандажные полки.

Анотація. Викладено методику досліджень вимушених коливань вінців робочих лопаток турбомашин з коловими демпферними зв'язками. З використанням методу кінцевих елементів розроблено удосконалену математичну модель секції «сектор диску – лопатка з демпферними зв'язками», що враховує конструктивну неоднорідність пера лопатки та диску. Наведено результати розрахунку амплітуд та частот вимушених коливань, викликаних дією змінної газодинамічної сили, для двох основних типів вінців робочих лопаток турбіни. Представлено залежність амплітуд вимушених коливань від змінної складової газодинамічної сили.

Ключові слова: вимушені коливання, демпферні зв'язки, газодинамічна сила, амплітуди та частоти коливань, метод кінцевих елементів.

Abstract. The problem of turbine engines bladed disks with circular damping links forced vibration has been studied. All calculations have been provided for the two main disk's types, used in the turbo machinery manufacturing.

Purpose. The new adaptive mathematical model of turbine engine bladed disks with circular damping links forced vibration should be developed by means of finite elements method.

Design/methodology/approach. Borrowed from the literature on finite elements method main mathematical models and some types of the finite elements can't be used for the correct description of the foregoing problem. The matter is that turbine blades and disks have constructional non-homogeneity, which hardly ever could be correctly explained, using well-known finite elements and their mathematical dependences. On the other hand the variable aerodynamic force influence has also been taken into consideration. That is why the new model, which consists of sections, including disk's sector, the whole blade and parts of damping links, has been developed. The finite elements methodology has been used for the forced vibration frequencies and amplitudes of this section calculation. Such approach gives an opportunity to describe the forced vibration of the whole bladed disk as the superposition of the developed sections.

Findings. It is found that even non-homogeneous turbine engine's bladed disks' forced vibration problem could be correctly solved by means of finite elements model, using the newly developed mathematical model, which consists of bladed disk's sections.

Originality/ value. The developed mathematical model and main dependences could be used for the turbine's and compressor's bladed disks under non-stationary aerodynamic force vibration problem solution.

Keywords. Forced vibration, damping links, non-stationary aerodynamic force, oscillation frequencies and amplitudes, finite elements method.

Библиографический список использованной литературы

1. Воробьев Ю. С. Колебания лопаточного аппарата турбомашин / Ю. С. Воробьев–К.: Наук. думка, 1988.–224 с.
2. Зайдельман Р. Л. Надежность лопаточного аппарата паровых турбин / Р. Л. Зайдельман. – М.: Энергия, 1978. – 226 с.
3. Зенкевич О. К. Метод конечных элементов в технике / О.К. Зенкевич. – М.: Мир, 1978. – 519 с.
4. Биргер И. А. Динамика авиационных газотурбинных двигателей / Под ред. И.А. Биргера, Б.Ф. Шорра – М.: Машиностроение, 1981. – 226 с.
5. Костюк А. Г. Динамика и прочность турбомашин / А. Г. Костюк. – М.: МЭИ, 2007. – 476 с.
6. Моргун С. А. Экспериментальное исследование свободных колебаний лопаток газотурбинного двигателя / С. А. Моргун, А. С. Каиров // Методи розв'язання прикладних задач механіки де формівного твердого тіла. Збірник наукових праць. – Дніпропетровськ. – Ліра. – 2011. – Вип. 12. – С. 224 – 229.

References

1. Vorob'ev Ju. S. Kolebanija lopatochnogo apparata turbomashin [Turbine engines blading oscillation] Kiev: Naukova dumka, 1988. 224 p.
2. Zajdel'man R. L. Nadezhnost' lopatochnogo apparata parovyh turbin [The reliability of steam turbine engines blading] Moscow: Energija, 1978. 226 p.
3. Zenkevich O. K. Metod konechnyh jelementov v tehnikе [The finite elements method applications in technique] Moscow: Mir, 1978. 519 p.
4. Birger I. A., Shorr B. F. Dinamika aviacionnyh gazoturbinnnyh dvigatelej [The dynamics of aviation gas turbine engines] Moscow: Mashinostroenie, 1981. 226 p.
5. Kostjuk A. G. Dinamika i prochnost' turbomashin [The turbine's dynamics and strength] Moscow: MEI, 2007. 476 p.
6. Morgun S. A. Jeksperimental'noe issledovanie svobodnyh kolebanij lopatok gazoturbinnogo dvigatelja (The experimental investigation of gas turbine blades' free oscillation) Methods of solid mechanics applied problems solutions. Scientific Journal of the Dnepropetrovsk National University, 2011, no 12, pp. 224-229.