

УДК 539.32

Фам Д.К., Халимон А.П. к.т.н., доц.  
НТУУ «Киевский политехнический институт», г. Киев, Украина

## ПОВРЕЖДЕННОСТЬ И ЭФФЕКТИВНАЯ ДИАГРАММА ДЕФОРМИРОВАНИЯ АЛЮМИНИЕВОГО СПЛАВА АМГ2

Fam D., Khalimon A.  
National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute», Kyiv, Ukraine

### DAMAGE AND EFFECTIVE STRESS-STRAIN DIAGRAM OF ALUMINUM ALLOY 1520

*В работе описана усовершенствованная методика построения истинных и эффективных диаграмм деформирования при одноосном растяжении. Приведен анализ различных подходов к экспериментальному определению параметра поврежденности и представлены кинетические диаграммы накопления повреждений для алюминиевого сплава АМг2. Проверена гипотеза о постоянстве объема и ее адекватность на всех участках диаграммы напряжение-деформация. Так же были сравнены данные полученные с использованием данной гипотезы, экспериментальными данными и инструментальными измерениями, объяснены причины возможных погрешностей.*

*Ключевые слова:* поврежденность, эффективное напряжение, истинная диаграмма, алюминий

#### Вступление

На сегодня удобным для инженерных расчетов является феноменологический подход определения поврежденности в виде кинетических диаграмм поврежденности, который базируется на концепции Л.М. Качанова и Ю.М. Работнова [1, 2]. Конкретизация параметров поврежденности и их учет в системе определяющих уравнений дает возможность существенно повысить достоверность расчета предельных состояний и ресурсных характеристик ответственных элементов конструкций.

Возникновение повреждений в объемах (начинающихся с микродефектов) в наиболее напряженных или слабых местах материала можно фиксировать разными способами: изменением скорости ультразвука, модуля упругости, измерением акустической и световой эмиссии, диэлектрических свойств [3]. Этими методами получают усредненные данные о поврежденности.

Размеры микротрещин, возникающих при малых значениях нагрузок и воздействий, сравнимы с характерными размерами микроструктуры. С увеличением нагрузок и воздействий возрастает количество микротрещин на удельной площадке и объеме элемента, происходит слияние благоприятно расположенных относительно напряжений и общей траектории величины накопленной в связях деформации. Поэтому диаграмма напряжения-деформации  $\sigma$ – $\varepsilon$  позволяет проследивать этапы процесса постепенного истощения сопротивляемости (наступления разрушения) вследствие изменения физико-механических характеристик материала.

Кривая напряжение-деформация при испытаниях на одноосное растяжение может быть получена с некоторой точностью, но обычно недостаточной для корректной работы моделей повреждаемости. Более точный подход заключается в использовании комбинаций эксперимента и анализа полученной кривой напряжение-деформация в области появления и развития шейки при одноосном растяжении пластических металлических материалов. Бриджман [4] предложил аналитический метод экстраполяции кривой напряжение-деформация, базирующийся на измерении диаметра, а также радиуса профиля шейки круглых образцов. Впоследствии этим вопросом занимались, и другие исследователи [5, 6].

Для более точного определения напряженно-деформированного состояния элементов конструкций необходимы достоверные данные об истинных напряжениях и кинетической диаграмме накопления рассеянных повреждений. Исходя из этого в статье рассмотрены методики построения истинной и эффективной кривых деформирования, а также экспериментального определения параметра поврежденности для алюминиевого сплава АМг2.

#### Цель работы

Целью работы является усовершенствование методики построения истинной и эффективной диаграмм растяжения; анализ подходов по определению параметра поврежденности на примере алюминиевого сплава АМг2.

**Поврежденность и эффективная диаграмма деформирования**

Для нахождения эффективного напряжения ( $\sigma_{эф}$ ) нам необходимо знать значения истинного напряжения ( $\sigma_{ист}$ ) и значения параметра поврежденности  $D$ :

$$\sigma_{эф} = \frac{\sigma_{ист}}{(1-D)} \tag{1}$$

На рис.1 схематически представлена условная, истинная и эффективная диаграммы деформирования.

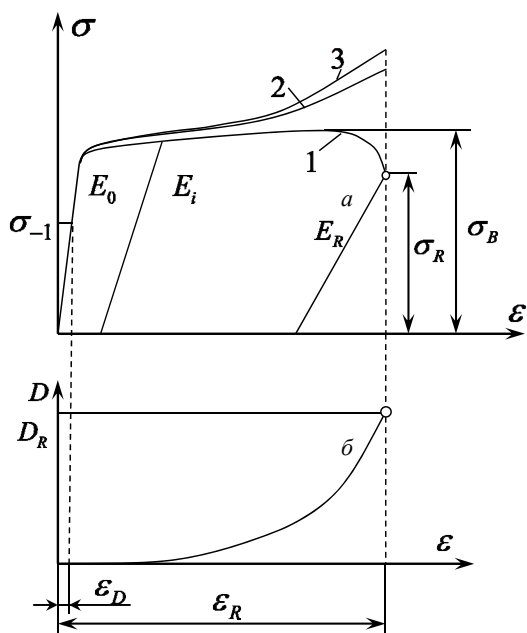


Рис. 1. (а) - диаграмма растяжения (1 – условная, 2 – истинная, 3 – эффективная), (б) - кинетическая диаграмма накопления микроповреждений

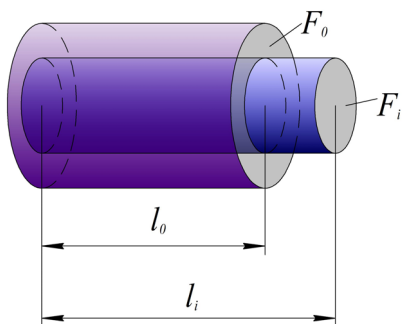


Рис. 2. Первоначальный и текущий объем рабочей части образца

Кривая деформирования (диаграмма деформирования) строится как зависимость условного напряжения

$$\sigma_{усл} = \frac{P}{F_0}, \tag{2}$$

от условной деформации

$$\epsilon = \frac{l-l_0}{l_0}, \tag{3}$$

где  $F_0$  - начальная площадь поперечного сечения [6]. Истинная диаграмма деформирования представляет зависимость между величинами

$$\sigma_{ист} = \frac{P}{F} \tag{4}$$

и

$$\epsilon_{ист} = \ln\left(\frac{l}{l_0}\right), \tag{5}$$

где  $F$  - текущая площадь поперечного сечения.

При относительно небольших деформациях ( $\epsilon < 5\%$ ) различие между условной и истинной диаграммой деформирования незначительно. Для более пластичных материалов необходимо учитывать утонение образцов в области интенсивной пластической деформации (шейки).

В работах [7, 8] был предложен закон изменения площади поперечного сечения исходя из предположения, что объем материала рабочей части образца остается постоянным, как представлено на рисунке 2.

То есть

$$V_i = V_0, \tag{6}$$

$$A_i l_i = A_0 l_0, \tag{7}$$

$$\epsilon_{ист} = \ln\left(\frac{l}{l_0}\right) = \ln\left(\frac{A_0}{A}\right), \tag{8}$$

$$F_i = F_0 \exp(-\epsilon_{ист}), \tag{9}$$

Площадь поперечного сечения образца равномерно изменяется вдоль рабочего участка обратно пропорционально удлинению.

Формула для определения истинного напряжения с учетом уравнения (9) имеет вид:

$$\sigma_{ист} = \frac{P}{F_0 \exp(-\epsilon_{ист})}, \tag{10}$$

На рисунке 3 представлена условная кривая деформаций, разбитая на несколько участков.

Исходя из этого формулу (10) можно использовать только до предела прочности, до которой изменение поперечного сечения вдоль образца является постоянным.

В свою очередь очень важной характеристикой при построении критерия разрушения является величина напряжения в момент разрушения:

$$\sigma_R = \frac{P}{F_k}, \quad (11)$$

где  $F_k$  - площадь поперечного сечения при разрушении.

В таблице 1 сведены все формулы определения напряжения и деформаций для разных кривых деформирования на разных участках.

Для построения эффективной диаграммы деформирования необходимо также построить кривую накопления повреждений. Существуют разные способы экспериментального определения повреждаемости, одним из самых простых и удобных является измерение деградации модуля упругости [12, 13].

Рассмотрим два подхода к описанию повреждаемости. Первый основан на гипотезе об эквивалентности упругой энергии, которую предложил Чоу [9]. Приращение упругой энергии между условными напряжениями  $\sigma$  и  $\sigma + d\sigma$  для поврежденного материала,

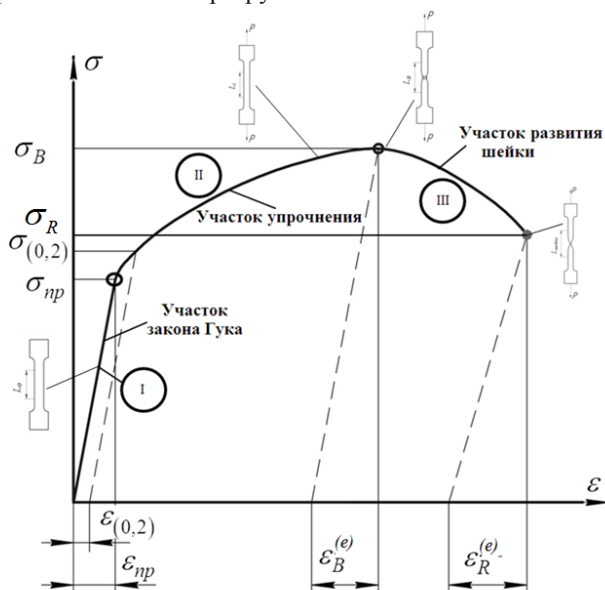


Рис. 3. Условная кривая деформирования

характеризуется тензором повреждаемости  $D + dD$ , который эквивалентен приращению энергии между истинными напряжениями  $\tilde{\sigma}$  и  $\tilde{\sigma} + d\tilde{\sigma}$ , который для поврежденного материала характеризуется тензором повреждаемости  $D$ .

Таблица 1

Определение напряжений и деформаций

Описание	Участок закона Гука	Участок упрочнения	Образование шейки
Инженерное (условное) напряжение	$\sigma = \frac{P}{A_0}$	$\sigma = \frac{P}{A_0}$	$\sigma = \frac{P}{A_0}$
Истинное напряжение	$\sigma_{ист} = \frac{P}{A_i}$	$\sigma_{ист} = \frac{P}{A_i}$	$\sigma_{ист} = \frac{P}{A_{шейка}}$
Эффективное напряжение	$\sigma_{эф} = \frac{\sigma_0}{(1-D)}$	$\sigma_{эф} = \frac{\sigma_{ист}}{(1-D)}$	$\sigma_{эф} = \frac{\sigma_{ист}}{(1-D)}$
Инженерная (условная) деформация	$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$	$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$	$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$
Истинная деформация	$\varepsilon_{ист} = \ln \frac{A_0}{A_{min}}$	$\varepsilon_{ист} = \ln \frac{l_i}{l_0} = \ln \frac{A_0}{A_i} = \ln(1 + \varepsilon)$	$\varepsilon_{ист} = \ln \frac{A_0}{A_{шейка}}$
Эффективная деформация	$\varepsilon_{эф} = \ln \frac{A_0}{A_{min}}$	$\varepsilon_{эф} = \ln \frac{l_i}{l_0} = \ln \frac{A_0}{A_i} = \ln(1 + \varepsilon)$	$\varepsilon_{эф} = \ln \frac{A_0}{A_{шейка}}$

Математически это можно представить:

$$\delta \Psi_c (d\sigma_{D+dD}, \tilde{E}_{D+dD}^{-1}, D+dD) = \delta \Psi_c (d\tilde{\sigma}_D, \tilde{E}_D^{-1}, D), \quad (12)$$

где  $\delta \Psi_c = \frac{1}{2} d\sigma^T \cdot \tilde{E} \cdot (2\sigma + d\sigma)$  представляет собой приращение упругой энергии (рис. 4).

Соотношение между условным напряжением и эффективным, записывается в следующем виде:

$$\tilde{\sigma} = M(D) \cdot \sigma, \quad (13)$$

где  $M(D)$  эффективный тензор повреждаемости четвертого порядка.

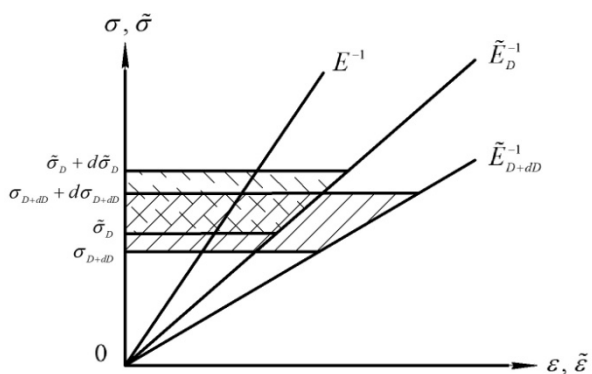


Рис. 4. Приращение упругой энергии

На основе этой теории линейное упругое определяющее уравнение для приращения, можно представить, как

$$\varepsilon = \tilde{E}_D^{-1} \cdot \sigma \quad (14)$$

$$\tilde{E}_D^{-1} = M(D)^T \cdot E^{-1} \cdot M(D) \quad (15)$$

Так как полученная величина является приращением, уравнение (11) можно использовать не только для «маленькой» повреждаемости ( $D \ll 1$ ), но и для «большой» повреждаемости, при условии, что она может быть смоделирована серией «маленьких» приращений повреждаемости. В случае «большой» повреждаемости, переменная повреждаемости определяется [10]:

$$D = \ln \frac{A}{\tilde{A}_0}, \quad (16)$$

где  $A$  и  $\tilde{A}_0$  - начальная и эффективная площадь поперечного сечения, соответственно.

Тогда, эффективное напряжение запишется как:

$$\tilde{\sigma} = e^D \sigma. \quad (17)$$

В соответствие с теорией больших повреждений для определяющее уравнение при растяжении [9]:

$$\varepsilon = \frac{1}{E} e^{2D} \sigma = \frac{1}{\tilde{E}} \sigma, \quad (18)$$

Тогда, величина повреждаемости будет определяться, как:

$$D = -\frac{1}{2} \ln \frac{\tilde{E}_i}{E_0}, \quad (19)$$

где  $E_0$  и  $E_i$  - начальный и текущий модуль упругости, соответственно.

Второй подход основан на гипотезе эквивалентности приращения энергий, которую предложил Луо [14]. Lemaître [15] представил теорию эквивалентности деформации для повреждаемости, заменив в кинетических уравнениях условное напряжение на эффективное. Sidoroff [16] указал, что дополнительная упругая энергия для поврежденного материала имеет тот же вид, что и при подстановке эффективного напряжения в энергетическое определение. То есть,

$$\Psi_c(\sigma, \tilde{E}^{-1}, D) = \frac{1}{2} \sigma^T \cdot E^{-1} \cdot \sigma = \Psi_c(\tilde{\sigma}^T, E^{-1}, 0) \quad (20)$$

При одноосном растяжении, определяющее уравнение, представляется как:

$$\varepsilon^{(e)} = \frac{\sigma}{E(1-D)^2} = \frac{\sigma}{\tilde{E}}, \quad (21)$$

Соответственно переменная повреждаемости можно определить, как:

$$D_{Лью} = 1 - \sqrt{\frac{\tilde{E}}{E}}. \quad (22)$$

В работе [11] эти подходы рассмотрены более подробно.

### Экспериментальные исследования

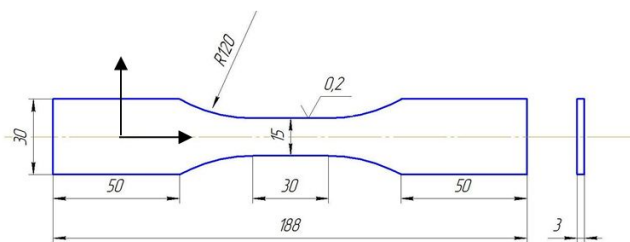


Рис. 5. Образец для испытания. (Размеры в мм)

Условная кривая деформирования в координатах  $\sigma - \varepsilon$  была получена из эксперимента на растяжение с разгрузками образцов представленных на рис. 5. на сервогидравлической испытательной установке MTS 810. На образец устанавливались два тензодатчика: для измерения продольной и поперечной деформации.

Механические характеристики (предел прочности, деформация при разрушении и коэффициент Пуассона) после статистической обработки представлены в таблице 2.

Таблица 2

№	$\sigma_B$ , МПа	$\varepsilon_R$	$\mu$
1	179,65	0,23	0,30
2	227,08	0,29	0,30
3	215,13	0,26	0,33
4	222,90	0,27	0,29

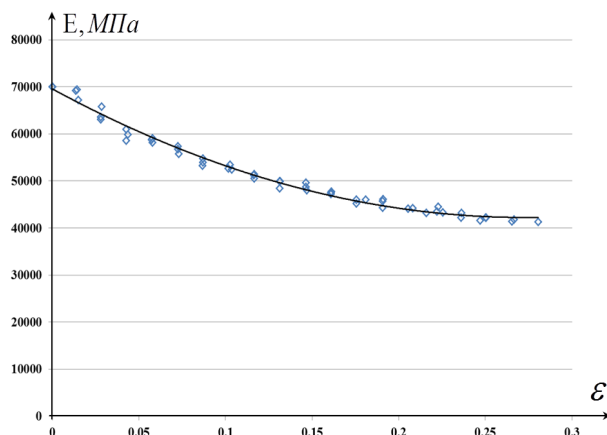


Рис. 6. Деградация модуля упругости

На рис. 6 представлены графики зависимости изменения модуля упругости от деформации.

#### Анализ и обработка результатов

Так как во время проведения эксперимента не всегда удается установить датчик поперечной деформации в месте образования шейки, то после разрушения измеренные величины ширины и толщины образцов не совпадают. В табл. 3 приведены сравнение результатов измерения поперечной деформаций образцов тензометром и после разрушения при помощи микроскопа.

Таблица 3

#### Результаты измерений геометрии образцов

Образец	Начальная Ширина, мм	$\varepsilon_R^u$ (микроскоп)	$\varepsilon_R^u$ (тензометр)	Погрешность, %	$\varepsilon_R$
3-0	15,26	0,1572	0,0619	60,6038	0,2272
4-0	15,11	0,1452	0,0556	61,7094	0,2014
6-0	15,38	0,1550	0,0887	42,7609	0,2876
8-0	15,38	0,1417	0,0899	36,567	0,2767

Графики зависимости повреждаемости от пластической деформации (рис. 7) были получены по формулам (19) и (22). Они коррелируются с результатами, описанными в работе [11], которые были полученные через измерение изменения удельного электросопротивления.

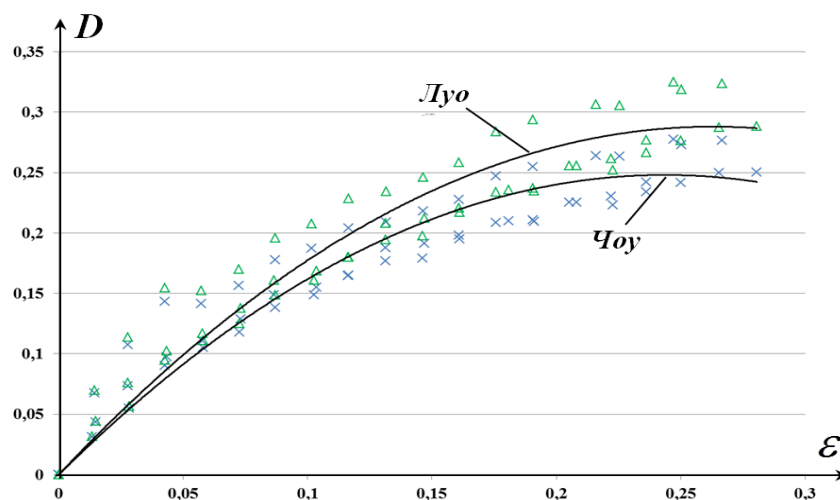


Рис. 7. Кривые повреждаемости

На рис. 8 представлені криві деформування отримані, відповідно по формулам (1), (2), (4) и (10).

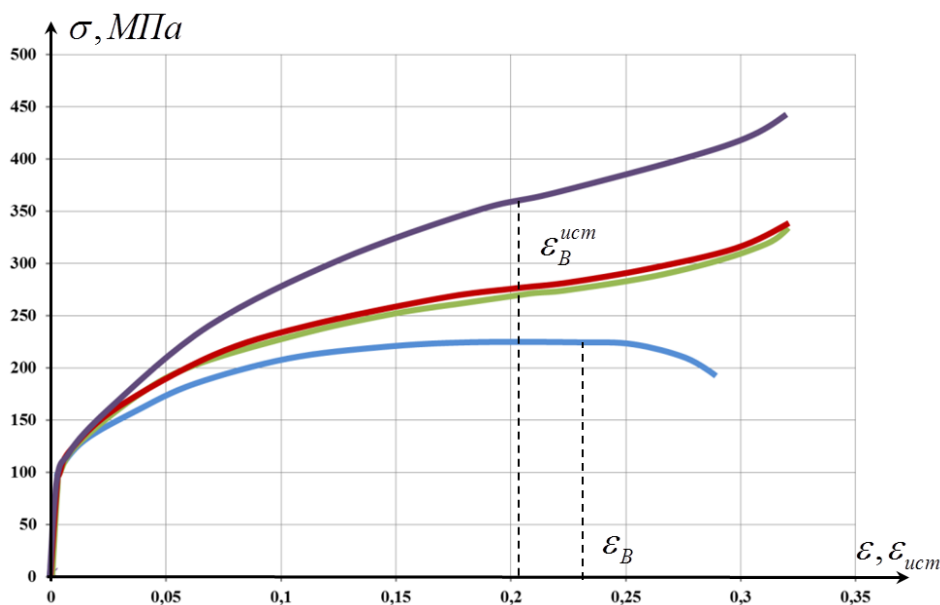


Рис. 8. Криві деформацій: 1 – умовна крива, 2 – істинна крива (дані тензометрів), 3 – істинна крива (постійність об'єму), 4 – ефективна крива

### Выводы

Применение предложенного метода позволяет получать диаграмму деформирования в координатах эффективное напряжение-деформация без использования дополнительного оборудования, при этом дает достаточно точные результаты. Упрощается методика и сокращает время проведения эксперимента и обработки результатов эксперимента.

Определены эффективные напряжения в участке развития шейки.

**Анотація.** У роботі описана вдосконалена методика побудови істинних і ефективних діаграм деформування при одноосовому розтягуванні. Наведено аналіз різних підходів до експериментального визначення параметра пошкоджуваності та представлені кінетичні діаграми накопичення пошкоджень для алюмінієвого сплаву АМг2. Перевірена гіпотеза про постійність об'єму і її адекватність на всіх ділянках діаграми напруження-деформація. Так само були порівняні дані отримані з використанням даної гіпотези, експериментальними даними та інструментальними вимірами, пояснені причини можливих похибок.

**Ключові слова:** пошкоджуваність, ефективно напруження, істинна діаграма, алюміній

**Abstract. Purpose.** The aim is to improve methods of constructing true and effective diagrams, analysis of approaches to determine the parameters of the damage on the aluminum alloy AMg2 specimens.

**Design/methodology/approach.** To find the effective stress, we need to know the value of true stress and damage parameter.

Effective strain diagram must also construct a curve of damage accumulation. There are different ways of experimental determination of damage, one of the most simple and convenient is to measure the degradations of elastic modulus. All data for calculations obtained from stress-strain curve.

**Findings.** During the test is not always possible to establish the transverse strain sensor in the place of neck beginning, after the rupture, the measured values of width and thickness of the samples do not match. Table 3 shows the comparison of the results.

**Originality/value.** Application of the proposed method allows obtaining stress-strain diagram in the coordinates of the effective stress-strain without the use of additional equipment, while giving accurate results. Simplified procedure and reduces the time of the experiment and analyzing the results of the experiment.

**Keywords:** damage, effective stress, the true diagram, aluminum

### Библиографический список использованной литературы

1. Kachanov, L. M., "On Creep Rupture Time," Proc. Acad. Sci., USSR, Div. Eng. Sci., 8, 1958, pp. 26–31.
2. Rabotnov Yu. N., Creep in Structural Elements [in Russian], Nauka, Moscow, 1966.
3. Томуж В.П., Куксенко В.С. Макромеханика разрушения полимерных материалов. – Рига: Зинатне, 1978.

4. *Bridgman P.* Studies in large plastic flow and fracture. New York: McGraw-Hill, 1952.
5. *Marcilio Alves, Jilin Yu, Norman Jones* On the elastic modulus degradation in continuum damage mechanics: Computers and Structures 76 (2000) 703-712.
6. *Бурзеп И. А., Мавлютов Р. Р.* Сопrotивление материалов: Учебное пособие.— М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986.— 560 с.
7. *Dufailly J.* Modelisation mecanique et identification de l'endommagement plastique des metaux. Ph.D. thesis, Laboratoire de Mecanique et Technologie, Universite P.M. Curie. Cachan, France, 1980.
8. *Nouailhas D.* Etude experimentale de l'endommagement de plasticite ductile anisotrope. Ph.D. thesis, Laboratoire de Mecanique et Technologie, Universite P.M. Curie. Cachan, France, 1980.
9. *C.L. Chow and June Wang.* An anisotropic theory of elasticity for continuum damage mechanics International Journal of Fracture 33:3-16 (1987)
10. *Broberg H.* Damage measures in creep deformation and rupture. Swedish Solid mechanics Report 8 (1974), pp.100-104
11. *Boby M., Khalimon O., Bondarets O.,* Phenomenological Damage models of Anisotropic Structural Materials, National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute" 2013:5-13
12. *Lemaitre J, Dufailly J.* Damage measurements. Engineering Fracture Mechanics 1987;28(5/6):643-61.
13. *Asundi A.* Damage measurement in aluminium using the Moire method. In: Jono M, Inoue T, editors. Mechanical behaviour of materials, VI. Pergamon Press, 1991. pp. 823-8.
14. *Albert C.J. Luo, Yanghu Mou and Ray Es.* Hana large anisotropic damage theory based on an incremental complementary energy equivalence model. International Journal of Fracture 70: 19-34, 1995.
15. *Lemaitre J., Desmorat R., Sauzay M.* Anisotropic damage law of evolution. Eur. J. Mech. A/Solids 19, 2000, pp. 187-208.
16. *Sidoroff F.* Description of anisotropic damage application to elasticity IUTAM Colloquium, Physical Nonlinearities in Structural Analysis, 1981, pp. 237-244.

#### References

1. *Kachanov, L. M.,* "On Creep Rupture Time," Proc. Acad. Sci., USSR, Div. Eng. Sci., 8, 1958, pp. 26–31.
2. *Роботнов Ю. Н.,* Creep in Structural Elements [in Russian], Nauka, Moscow, 1966.
3. *Томуш В.П., Куksenko V.S.* Макромеханика разрушения полимерных материалов. Рига: Зинатне, 1978.
4. *Bridgman P.* Studies in large plastic flow and fracture. New York: McGraw-Hill, 1952.
5. *Marcilio Alves, Jilin Yu, Norman Jones* On the elastic modulus degradation in continuum damage mechanics: Computers and Structures 76 (2000) 703-712.
6. *Birger I. A., Мавлютов Р. Р.* Сопrotivlenie materialov: Uchebnoe posobie. Minsk.: Nauka. Gl. red. fiz.-mat. lit., 1986. 560.
7. *Dufailly J.* Modelisation mecanique et identification de l'endommagement plastique des metaux. Ph.D. thesis, Laboratoire de Mecanique et Technologie, Universite P.M. Curie. Cachan, France, 1980.
8. *Nouailhas D.* Etude experimentale de l'endommagement de plasticite ductile anisotrope. Ph.D. thesis, Laboratoire de Mecanique et Technologie, Universite P.M. Curie. Cachan, France, 1980.
9. *C.L. Chow and June Wang.* An anisotropic theory of elasticity for continuum damage mechanics International Journal of Fracture 33:3-16 (1987)
10. *Broberg H.* Damage measures in creep deformation and rupture. Swedish Solid mechanics Report 8 (1974), pp.100-104
11. *Boby M., Khalimon O., Bondarets O.,* Phenomenological Damage models of Anisotropic Structural Materials, National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute" 2013:5-13
12. *Lemaitre J, Dufailly J.* Damage measurements. Engineering Fracture Mechanics 1987;28(5/6):643-61.
13. *Asundi A.* Damage measurement in aluminium using the Moire method. In: Jono M, Inoue T, editors. Mechanical behaviour of materials, VI. Pergamon Press, 1991. pp. 823-8.
14. *Albert C.J. Luo, Yanghu Mou and Ray Es.* Hana large anisotropic damage theory based on an incremental complementary energy equivalence model. International Journal of Fracture 70: 19-34, 1995.
15. *Lemaitre J., Desmorat R., Sauzay M.* Anisotropic damage law of evolution. Eur. J. Mech. A/Solids 19, 2000, pp. 187-208.
16. *Sidoroff F.* Description of anisotropic damage application to elasticity IUTAM Colloquium, Physical Nonlinearities in Structural Analysis, 1981, pp. 237-244.

Подана до редакції 11.12.2014