

ПАРАМЕТРИЧНІ КОЛИВАННЯ РАДІАЛЬНО-УПОРНОГО КУЛЬКОВОГО ПІДШИПНИКА

Проведено теоретичне дослідження умов виникнення параметричного резонанса радіально – упорного шарикового підшипника з урахуванням змінної характеристики його жорсткості, обумовленої погрешностями виготовлення бігових дорожок кілець і комплекта шариків, а також дії інерційних навантажень і теплообігріву при обертанні внутрішнього кільця. На прикладі високоскоростного підшипника гіперлегкої серії 2-го класу точності проведена оцінка стійкості його руху і визначено умови виникнення параметричного резонанса.

Theoretical research of conditions of origin of a parametric resonance angular contact ball bearing taking into account variable performance of its rigidity is carried out. Rigidity is caused by lapses of manufacture of racetracks of rings and a package of balls, and also operations of inertia loadings and a heat generation at twirl of an internal ring. On an instance of the high-speed bearing of a hypereasy series of 2nd absolute consistency the estimation of stability of its traffic is spent and conditions of origin of a parametric resonance are defined.

До шпindelних вузлів сучасних металорізальних верстатів ставлять надзвичайно високі вимоги щодо швидкохідності та точності обертання. Це вимагає при їх проектуванні, виготовленні та експлуатації врахування всіх факторів конструкторського, технологічного та експлуатаційного характеру, що викликають похибки обертання шпindelів, особливо на високих частотах обертання.

Основними причинами вібрацій шпindelів, змонтованих на підшипниках кочення, є наявність дисбалансу, періодичні збурення від приводу обертання, перекид опір підшипників внаслідок похибок збирання або сприйняття ротором зовнішніх навантажень, похибки виготовлення бігових доріжок кілець і тіл кочення підшипників [1]. При цьому похибки виготовлення і монтажу підшипників спричиняють змінність їх жорсткості, і тому можуть розглядатись як джерела виникнення параметричних коливань шпинделя [2].

Ефект наявності параметричних коливань навіть у «ідеальних» кулькових підшипників доведено в роботі [3]. Ці коливання виникають на частотах, кратних частоті проходження кульок по зовнішньому кільцю. В роботі [4] теоретично доведено, що похибки геометрії кульок спричиняють параметричні коливання і на інших, комбінованих частотах. Але ці дослідження стосуються лише радіальних кулькових підшипників, які не використовуються як опори в шпindelних вузлах сучасних верстатів. Крім того похибки виготовлення робочих поверхонь елементів підшипника враховано лише частково.

Метою даної роботи є теоретичне дослідження параметричних коливань радіально-упорних кулькових підшипників, зумовлених похибками виготовлення бігових доріжок кілець і тіл кочення.

Представимо пружно-деформаційну модель підшипника у вигляді системи з трьома степенями вільності із змінною жорсткістю по куту повороту внутрішнього кільця.

Для цього скористаємося результатами теоретичних досліджень щодо формування матриці жорсткості $[c]$ підшипника з урахуванням похибок виготовлення бігових доріжок кілець і тіл кочення [2] та дії інерційних та теплових навантажень [5] при обертанні внутрішнього кільця.

В загальному вигляді матриця жорсткості $[c]$ «неідеального» підшипника є такою [2]:

$$[c] = \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xy} & c_{xz} \\ c_{yx} & c_{yy} & c_{yz} \\ c_{zx} & c_{zy} & c_{zz} \end{bmatrix},$$

де c_{xx} , c_{yy} і c_{zz} – радіальні і осьова жорсткості підшипника; $c_{xy} = c_{yx}$, $c_{xz} = c_{zx}$, $c_{yz} = c_{zy}$ – перехресні жорсткості підшипника.

Нелінійність пружної характеристики підшипника враховується шляхом представлення елементів матриці $[c]$ у вигляді полігармонічних функцій кута повороту сепаратора (комплекту кульок):

$$c_{ij} = c_{0ij} + \sum_{m=1}^n c_{mij} \cos(m\omega_c t + \varphi_{mij}), \quad (1)$$

де c_{mij} і φ_{mij} – амплітуда і фаза m -ї гармоніки ij -го елемента матриці жорсткості, ω_c – частота обертання сепаратора.

Відомо [6], що при розгляді простих резонансів в особливому випадку матричне рівняння параметричних коливань записується у вигляді [6]:

$$[a]\{\ddot{q}\} + [c_0](1 + 2\mu \cos \omega t)\{q\} = \{0\}, \quad (2)$$

де $[a]$ – матриця інерційних коефіцієнтів системи; $[c_0]$ – матриця середньої жорсткості системи; $\{q\}$ – матриця-стовпець узагальнених координат; μ – коефіцієнт параметричного збудження, ω – частота збудження.

Застосовуючи метод головних координат запишемо систему (2) у вигляді:

$$[M]\{\ddot{\eta}\} + [K_0](1 + 2\mu \cos \omega t)\{\eta\} = 0, \quad (3)$$

де $[M]$ – діагональна матриця головних коефіцієнтів інерції; $[K_0]$ – діагональна матриця середніх головних коефіцієнтів жорсткості; $\{\eta\}$ – головні координати.

Стійкість розв'язків кожного рівняння системи (3):

$$M_l \ddot{\eta}_l + K_{0l} \eta_l (1 + 2\mu \cos \omega t) = 0 \quad (4)$$

можна дослідити за допомогою діаграм Айнса – Стретта, привівши рівняння (4) до вигляду:

$$\frac{d^2 \eta}{d\tau^2} + (a + 2b \cos 2\tau)\eta = 0, \quad (5)$$

де τ – безрозмірний час, $2\tau = \omega t$.

Для нашого випадку цей підхід можна застосувати виходячи з припущення незалежності впливу складових параметричного збудження. Тоді при дослідженні умов виникнення параметричних коливань при гармонічному збудженні із певною частотою $\omega_r = r\omega_c$, складові (1) матриці $[c]$ представляються у вигляді:

$$c_{ij} = c_{0ij}^* + c_{r_{ij}} \cos r\omega_c t,$$

де

$$c_{0ij}^* = c_{0ij} + \sqrt{\sum_{m \neq r}^n (c_{m_{ij}})^2} \quad (6)$$

а коефіцієнти рівняння (5) будуть такими:

$$a_l = \frac{4\omega_l^2}{(r\omega_c)^2}, \quad b_l = \frac{2\omega_l^2}{(r\omega_c)^2} \frac{K_{rl}}{K_{0l}}, \quad (7)$$

де K_{0l} і K_{rl} – середнє значення і амплітуда r -ї змінної складової головної жорсткості для l -го розв'язку системи (3).

Для використання залежностей (7) необхідно попередньо визначити їх складові, а саме власні частоти ω_l і складові K_{0l} і K_{rl} головних коефіцієнтів жорсткості.

Для цього скористаємося рівнянням вільних коливань у загальній формі з частинним розв'язком у вигляді головних (синхронних і синфазних) коливань [6]:

$$[a]\{\ddot{q}\} + [c]\{q\} = \{0\}, \quad \{q\} = A\{u\} \cos(\omega t - \varphi)$$

де $\{u\}$ – матриця-стовпець амплітудних коефіцієнтів; A – амплітуда головних коливань.

Матричне алгебричне рівняння для кутової частоти ω і вектора $\{u\}$ для цього випадку записується у вигляді:

$$([c] - \omega^2 [a])\{u\} = \{0\}, \quad (8)$$

а нетривіальний розв'язок цього рівняння відносно вектора $\{u\}$ існує тільки у випадку, коли

$$\det([c] - \omega^2 [a]) = 0. \quad (9)$$

З рівняння (9) отримуємо значення власних частот ω_l коливальної системи і далі з рівняння (8) – сукупність амплітудних коефіцієнтів $\{u\}_l$ (l -их власних векторів), що відповідають l -им власним частотам та головні

коефіцієнти жорсткості $K_l = \{u\}_l^T [c] \{u\}_l$, з яких за аналогією до (6) знаходимо складові K_{0l} і K_{rl} .

Для дослідження умов виникнення параметричного резонансу обрано шпindelний радіально-упорний кульковий підшипник гіперлегкої серії 2-го класу точності SEA 35 фірми SNFA [7]. Основні параметри підшипника: габаритні розміри $d \times D \times B = 35 \times 47 \times 7$ мм, кут контакту $\tau_0 = 15^\circ$, діаметр кульки $d_{w0} = 3,17$ мм, число кульок $z = 26$. Маса внутрішнього кільця підшипника дорівнює 0,015 кг. Похибки виготовлення підшипника обирались за середньо-імовірнісними спектрами похибок геометрії бігових доріжок кілець і різномірності кульок для підшипників 2-го класу точності [8]. Було прийнято: загальні значення відхилень від круглості доріжок кочення – 0,323 мкм (зовнішнє кільце), 0,340 мкм (внутрішнє кільце), різномірність кульок в комплекті – 0,12 мкм.

Матриця жорсткості підшипника $[c]$ розраховується для 208 послідовних дискретних положень для одного оберту сепаратора за допомогою авторської програми BearProj. Середні значення радіальних C_{0xx} , C_{0yy} і осьової

C_{0zz} жорсткостей підшипника з урахуванням дії інерційного навантаження від комплексу кульок та теплоутворення у підшипнику при обертанні внутрішнього кільця розраховується за допомогою авторської програми BearProJNT.

При проведенні попередніх досліджень було встановлено, що параметричний резонанс обраного підшипника (з врахуванням лише маси внутрішнього кільця) виникає на високих частотах обертання при його значному розвантаженні внаслідок дії інерційного навантаження від комплексу кульок. Виходячи з цього, власне дослідження умов виникнення параметричного резонансу підшипника проводилось для частоти обертання внутрішнього кільця $n = 34300 \text{ хв}^{-1}$ і величини попереднього осьового натягу $Q_0 = 60 \text{ Н}$.

Як видно з рис. 1, а, при цих умовах спостерігається значне зменшення середніх значень жорсткостей підшипника: радіальних c_{0xx} (c_{0yy}) до 12 Н/мкм і осьової c_{0zz} до 1.8 Н/мкм . Змінні складові цих жорсткостей на одному оберті сепаратора подані на рис. 1, б-г у вигляді відповідних спектрів амплітуд.

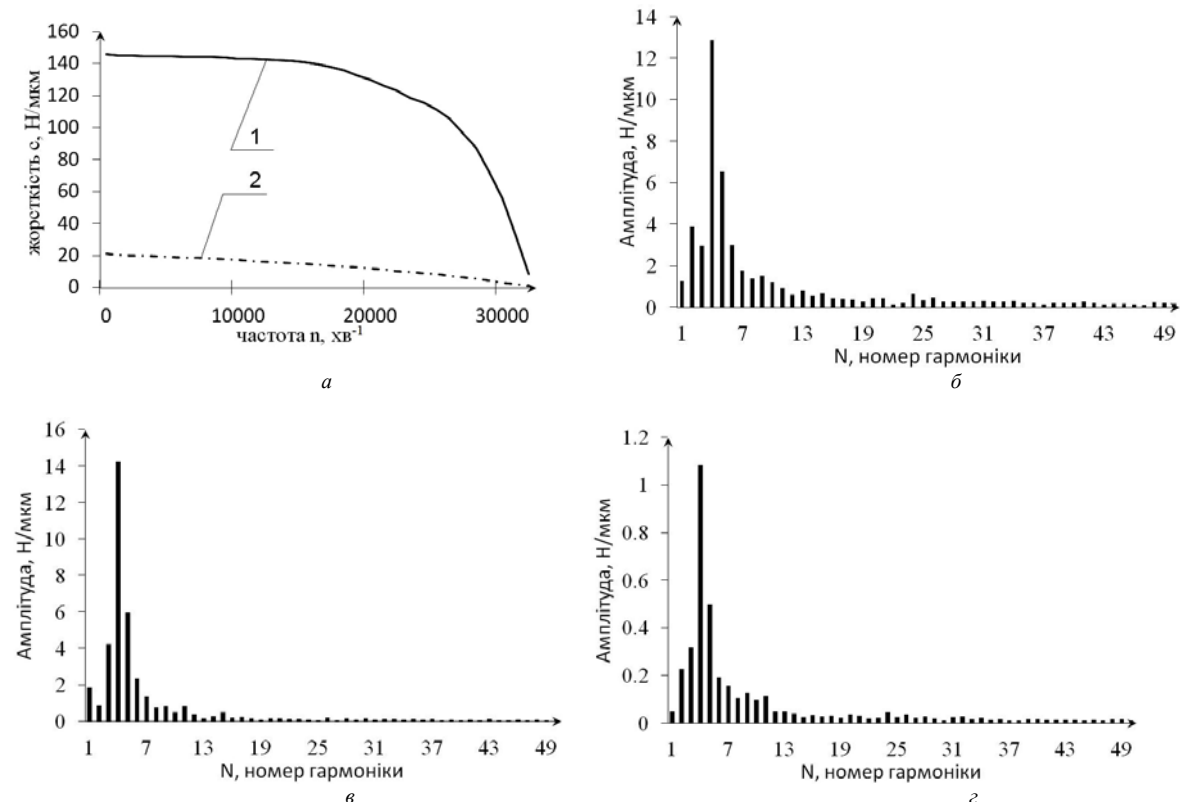


Рис. 1. Характеристика жорсткості підшипника: а) середні значення радіальних (1) і осьової (2) жорсткостей при зміні частоти обертання внутрішнього кільця підшипника; спектри амплітуд змінних складових жорсткості для $n = 34300 \text{ хв}^{-1}$ і $Q_0 = 60 \text{ Н}$: б) радіальної C_{mxx} ; в) радіальної C_{myy} ; г) осьової C_{mzz}

За цими значеннями складових матриць жорсткості $[c]$ з рівняння (9) були отримані значення власних частот ω_1 ($\omega_1 = 10880 \text{ с}^{-1}$, $\omega_2 = 19061.85 \text{ с}^{-1}$, $\omega_3 = 36265.8 \text{ с}^{-1}$) і для них визначені групи коефіцієнтів a_{lr} і b_{lr} (7) при параметричних збудженнях на частотах $\omega_r = r\omega_c$ відповідних гармонік спектрів амплітуд змінних складових головних жорсткостей. Результати розрахунків подано на рис. 2.

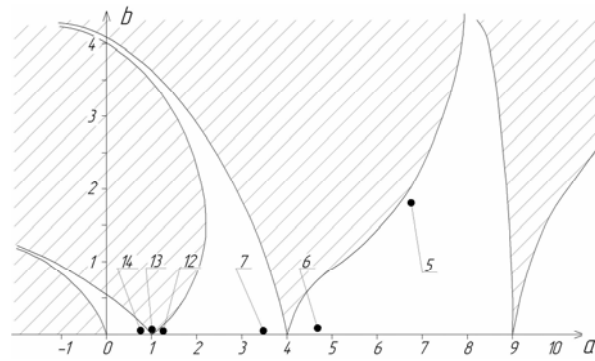
Як видно з рис. 2, виникнення параметричних коливань можливе на всіх формах коливань в першій зоні діаграми Айнса – Стретта (13, 23 і 44 - гармоніки збудження). Однак, відповідно рис.1, амплітуди гармонік збудження з $N > 10$ є незначними, і коефіцієнти збудження b_{lr} для них достатньо малі (рис. 2). Тому за реальних умов, з врахуванням певного підвищення порогу збудження за рахунок тертя в контактних групах підшипника, малоймовірно виникнення параметричного резонансу в першій зоні діаграми Айнса – Стретта для всіх трьох форм коливань.

З іншого боку, при значних коефіцієнтах збудження b_{lr} , що є можливим при значних розвантаженнях підшипника на високих частотах обертання (наприклад, 4 і 5 гармоніки збудження, рис. 2, а), параметричний резонанс може виникнути і при значному розладі частот (коефіцієнт a_{lr}).

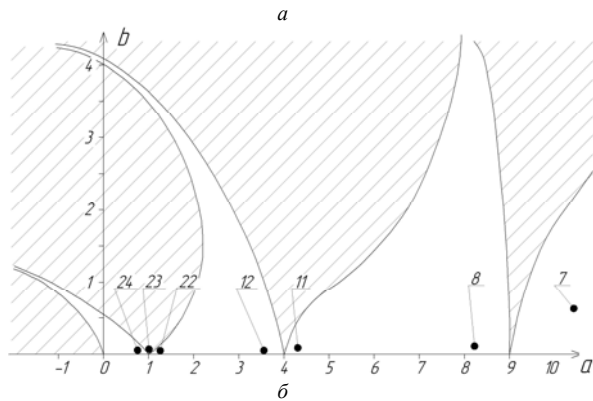
Таким чином, при експлуатації високооборотних радіально-упорних кулькових підшипників необхідно зважати на можливість виникнення параметричних коливань навіть у випадках не збігання власних частот з частотами збудження, що генерується безпосередньо підшипником.

Висновки.

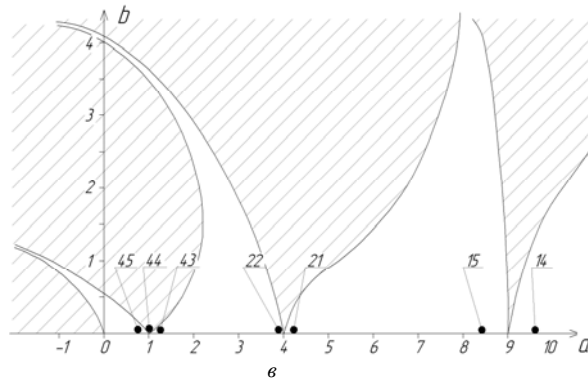
1. Для високооборотних радіально-упорних кулькових підшипників існує небезпека виникнення параметричних коливань навіть при умові високої точності їх виготовлення, тобто незначних амплітудах збудження, генерованого підшипником.



Номер гармоніки збудження	a	b
4	10.712	4.632
5	6.856	1.51
6	4.761	0.093
7	3.498	0.072
12	1.19	0.012
13+	1.014	0.023
14	0.874	0.007



Номер гармоніки збудження	a	b
24	0.913	0.0017
23+	0.994	0.003
22	1.087	0.004
11	4.347	0.118
12	3.653	0.045
8	8.219	0.199
7	10.735	0.505



Номер гармоніки збудження	a	b
45	0.94	0.003
44+	0.984	0.0038
43	1.03	0.003
22	3.934	0.02
21	4.318	0.022
15	8.463	0.059
14	9.715	0.103

Рис. 2 Діаграми Айнса – Стретта: а) перша власна частота $\omega_1 = 10880 c^{-1}$; б) друга власна частота $\omega_2 = 19061.85 c^{-1}$; в) третя власна частота $\omega_3 = 36265.8 c^{-1}$

2. При порівняно невеликих змінах жорсткості по куту повороту підшипника (не критичному розвантаженні), параметричні коливання (як і вимушені) виникають лише при збігу власних частот з частотами збудження, тобто при створенні динамічних моделей підшипників змінність їх жорсткості в часі можна врахувати у вигляді силового полігармонічного збудження.

3. У випадках критичного розвантаження підшипників, що характерно для надвисоких частот обертання, необхідно зважати на можливість виникнення параметричних коливань навіть у випадках не збігання власних частот з частотами збудження, генерованого підшипником.

Список літератури.

1. Advanced Spectral Analysis. – http://www.pdma.com/pdfs/Articles/Advanced_Spectral_Analysis.pdf.
2. Данильченко Ю.М., Петров С.В. Жорсткість по куту повороту радіально-упорного кулькового підшипника опори шпиндельного вузла // Вісник Тернопільського державного технічного університету. - 2001. – Т.6, № 3. - С. 46-52.
3. Purohit R.K. and K. Purohit Dynamic analysis of ball bearings with effect of preload and number of balls // Int. J. of Applied Mechanics and Engineering, 2006, vol.11, No.1, pp.77-91.
4. Upadhyay S. H., Harsha S. P. and Jain S. C. Nonlinear vibration signature analysis of high Speed rotor due to defects of rolling element /Adv. Theor. Appl. Mech., Vol. 1, 2008, no. 7, pp. 301 – 314 (<http://www.m-hikari.com/atam/forth/upadhyayATAM5-8-2008.pdf>).
5. Данильченко Ю.М., Петров С.В. Моделювання силових характеристик підшипників опор кочення швидкохідних шпиндельних вузлів // Вісник Тернопільського державного технічного університету. - 2001. – Т.6, № 1. - С. 51-60.
6. Василенко М.В., Алексейчук О.М. Теорія коливань і стійкості руху. – К.: Вища шк., 2004. – 525 с.: іл.
7. Высокоточные подшипники. Каталог фирмы SNFA / Gen. Cat. – 9-85-6000 - I.F.E.D.R.S. – Tipostampa – Torino – 62 с.
8. Явленский К.Н., Явленский А.К. Вибродиагностика и прогнозирование качества механических систем. – Л.: Машиностроение, 1983. – 239 с.