

БАГАТОВІСНА ВТОМА ТИТАНОВИХ СПЛАВІВ ТА ЕФЕКТИ НЕПРОПОРЦІЙНОСТІ НАВАНТАЖУВАННЯ

По результатам экспериментальных испытаний титановых сплавов BT1-0 и BT9 при регулярном нагружении исследовался эффект циклического дополнительного упрочнения. Установлено, что отклик напряжений исследуемых сплавов является нечувствительным к непропорциональности нагружения и обобщенные кривые циклического деформирования для всех типов нагружения согласуются по критерию Мизеса. Для корреляции экспериментальных данных использован параметр типа Фатемі-Соси в форме сдвига. Показано, что данный параметр может быть успешно использован как для пропорциональных, так и непропорциональных траекторий деформирования.

The effect of additional cyclic hardening under regular loading was investigated based on experimental results of BT1-0 and BT9 titanium alloys. Load non-proportionality had no effect on deformation behavior and cyclic stress-strain data were correlated by von Mises equivalent criterion. The Fatemi-Socie critical plane approach was found to correlate in-phase and out-of-phase experimental data of both titanium alloys very well.

Вступ. У більшості випадків навантажування відповідальних елементів конструкцій є багатовісним. Навіть за умови навантажування лише осью силою, напружено-деформований стан елементів складної форми або у місцях концентрації напружень (отвори, пази тощо) є також багатовісним. До того ж, різноспрямоване навантажування, пропорційне або ж непропорційне, є типовим для багатьох компонентів та структур. При пропорційному навантажуванні вісі напружень та деформацій сягають своїх максимальних значень в один і той же момент часу і головні напрямки залишаються нерухомими. У випадку непропорційного навантажування компоненти напружень та деформацій сягають своїх максимальних значень в різні моменти часу в результаті повороту головних осей, і тому взаємодія численних систем ковзання в різних напрямках спричиняє непропорційне циклічне зміцнення в багатьох матеріалах [1].

Специфічні механічні та циклічні характеристики титану та сплавів, а також застосування у військової та авіакосмічній промисловості поширює використання титанів і в інших галузях виробництва. Висока міцність при низькій питомій вазі, відмінна корозійна стійкість та висока в'язкість, низький рівень коефіцієнту термічного розширення роблять титан надмірно придатним до використання в багатьох конструкціях. До того ж, цей матеріал використовується в хімічній та біоінженерійній промисловості, де в'язкість та корозійна стійкість є надзвичайно важливими.

Втомне руйнування є одним з механізмів можливого руйнування механічних компонентів та структур, що піддаються циклічному навантажуванню. З метою прогнозування ресурсу компонентів та структур за умов багатовісного навантажування запропоновано ряд моделей втомної довговічності, що пов'язують довговічність з одновісними втомними характеристиками. Моделі багатовісної втомної довговічності можуть бути поділені на дві групи: класичні теорії міцності та теорії критичних площадок. Енергетичний критерій Мизеса є найбільш розповсюдженою класичною теорією міцності [1]. Однак, зазначений підхід не пов'язаний з площадками руйнування і зазвичай дає значні похибки при непропорційному навантажуванню [4, 5].

Теорії критичних площадок враховують механізм пошкодження і визначають критичну площадку з максимальним втомним пошкодженням в матеріалі. Оскільки моделі критичних площадок прогноують площадку руйнування та відповідну втомну довговічність, зазвичай, вони добре працюють як для пропорційного так і непропорційного навантажування. Теорії критичних площадок поділяються на три категорії: підходи, що ґрунтуються на напруженнях, підходи, що ґрунтуються на деформаціях та підходи, що ґрунтуються на напруженнях та деформаціях. Силкові підходи ґрунтуються лише на напруженнях і можуть бути використані лише для багатоциклового режиму навантажування, де пластичні деформації є незначними. Підходи, що ґрунтуються на деформаціях для матеріалів зі зсувним механізмом руйнування придатні як для малоциклового так і багатоциклового режимів навантажування. Ці підходи ґрунтуються лише на деформаціях і тому не відображають істотну поведінку матеріалів як непропорційне циклічне зміцнення. Підходи критичних площадок, що ґрунтуються як на напруженнях та і на деформаціях зазвичай включають в себе змінний деформаційний параметр та допоміжний параметр напружень, що враховує поведінку матеріалів. Такі підходи притаманні як для малоциклової так і багатоциклової втоми. Підходи критичних площадок Фатемі-Сосі [6] та Смітта-Ватсона-Троппера [7] є прикладами моделей, що ґрунтуються на напруженнях та деформаціях для матеріалів з модами руйнування зсуву та розтягу відповідно. Середні та залишкові напруження, а також циклічне зміцнення при непропорційному навантажуванні враховуються нормальними напруженнями в цих моделях. В роботі [8] було показано, що визначення критичного площадки з максимальним значенням параметру руйнування Фатемі-Сосі дає кращу кореляцію експериментальних даних з розрахунковими у порівнянні з максимальною площадкою зсуву.

В роботі вивчається поведінка технічно чистого титану BT1-0 та жаростійкого титанового сплаву BT9 за умов одновісного та багатовісного пропорційного і непропорційного режиму навантажування при жорсткому режимі випробувань.

Критерій Мізеса, який що використовується у нормативних розрахунках, а також модель Фатемі-Сосі були використані для прогнозування довговічності при одновісному осьовому навантажуванні, знакозмінному крученні, пропорційному навантажуванні, непропорційному навантажуванні з кутом зсуву фаз 45° і 90° за умов постійної амплітуди деформації.

В даній роботі представлено експериментальні дані та результати розрахунків. Після чого проводиться обговорення спостережень поведінки титанових сплавів ВТ1-0 та ВТ9 шляхом визначення кореляції експериментальних даних для різних траєкторій деформування, використовуючи критерій Мізеса та модель Фатемі-Сосі. До розділу з аналізу експериментальних даних за теорією критичних площадок Фатемі-Сосі також входить обговорення механізмів пошкоджуваності та утворення втомних тріщин.

Таблиця 1

Експериментальні та аналітичні дані випробувань сплаву ВТ1-0

Кут зсуву фаз ($^\circ$)	λ	$\frac{\Delta \varepsilon}{2}$	$\frac{\Delta \gamma}{2}$	$\frac{\Delta \sigma}{2}$ (МПа)	$\frac{\Delta \tau}{2}$ (МПа)	$\frac{\Delta \bar{\varepsilon}}{2}$	$\frac{\Delta \bar{\sigma}}{2}$ (МПа)	$\frac{\Delta \gamma_{\max}}{2}$	$\sigma_{n, \max}$ (МПа)	$2N_f$ реверси
0	0	0.0168	-	535	-	0.0168	535	0.0242	268	300
0	0	0.0115	-	520	-	0.0115	520	0.0163	260	830
0	0	0.0107	-	509	-	0.0107	509	0.0151	255	1,562
0	0	0.0083	-	500	-	0.0083	500	0.0115	250	2,140
0	0	0.0061	-	485	-	0.0061	485	0.0084	243	6,430
0	∞	-	0.0191	-	303	0.0110	525	0.0191	0	882
0	∞	-	0.0191	-	300	0.0110	520	0.0191	0	940
0	∞	-	0.0156	-	297	0.0090	514	0.0156	0	1,820
0	∞	-	0.0156	-	294	0.0090	509	0.0156	0	1,906
0	∞	-	0.0121	-	279	0.0070	483	0.0121	0	4,090
0	∞	-	0.0121	-	276	0.0070	478	0.0121	0	4,200
0	1.7	0.0078	0.0134	375	218	0.0114	532	0.0174	191	620
0	1.7	0.0078	0.0134	374	214	0.0114	527	0.0174	193	632
0	1.7	0.0078	0.0134	370	214	0.0114	524	0.0174	189	630
0	1.7	0.0059	0.0103	356	208	0.0087	506	0.0132	190	2,062
0	1.4	0.0055	0.0075	348	200	0.0072	491	0.0107	197	3,008
0	1.4	0.0055	0.0075	348	201	0.0073	492	0.0107	198	3,160
0	1.3	0.0082	0.0107	369	212	0.0105	521	0.0158	219	904
0	1.3	0.0078	0.0100	364	209	0.0099	513	0.0149	216	1,000
0	1.3	0.0072	0.0094	360	209	0.0093	511	0.0139	215	1,606
0	1.3	0.0072	0.0094	360	207	0.0093	508	0.0138	214	1,644
0	1.3	0.0072	0.0094	358	206	0.0093	505	0.0139	212	1,840
45	1.7	0.0087	0.0150	388	234	0.0116	515	0.0180	291	400
45	1.7	0.0087	0.0150	389	239	0.0117	520	0.0180	291	422
45	1.7	0.0071	0.0123	380	230	0.0095	505	0.0146	285	736
45	1.7	0.0071	0.0123	383	229	0.0095	508	0.0146	287	744
45	1.7	0.0053	0.0095	367	222	0.0072	487	0.0111	244	1,780
45	1.7	0.0053	0.0095	372	225	0.0072	494	0.0111	248	1,862
90	1.7	0.0110	0.0191	528	304	0.0110	527	0.0191	528	384
90	1.7	0.0110	0.0191	527	302	0.0110	523	0.0191	527	398
90	1.7	0.0090	0.0156	516	296	0.0090	513	0.0156	516	586
90	1.7	0.0090	0.0156	516	298	0.0090	516	0.0156	516	602
90	1.7	0.0070	0.0121	488	285	0.0070	494	0.0121	488	1,420
90	1.7	0.0070	0.0121	490	286	0.0070	495	0.0121	490	1,466

Експериментальні результати. В роботі розглядаються експериментальні результати випробувань титанових сплавів ВТ1-0 та ВТ9 з постійною амплітудою деформування при пропорційному на непропорційному навантажуванні.

Детальний опис експериментального обладнання, методика проведення випробувань, а також закономірності руйнування та деформування зазначених сплавів представлено у роботах [1-2].

Амплітуда осьової деформації та деформації зсуву, а також кількість повторювань навантажування до руйнування $2N_f$ для кожної траєкторії деформування титанових сплавів ВТ1-0 та ВТ9 наведено у таблицях 1 і 2, відповідно.

Еквівалентні напруження та деформації були розраховані за критерієм типу Мізеса [1]:

$$\bar{\sigma}_a = \frac{\Delta\bar{\sigma}}{2} = \sqrt{\left(\frac{\Delta\sigma}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{\Delta\tau}{2}\right)^2}, \quad (1)$$

Таблиця 2

Експериментальні та аналітичні дані випробувань сплаву ВТ9

Кут зсуву фаз (°)	λ	$\frac{\Delta\varepsilon}{2}$	$\frac{\Delta\gamma}{2}$	$\frac{\Delta\sigma}{2}$ (МПа)	$\frac{\Delta\tau}{2}$ (МПа)	$\frac{\Delta\bar{\varepsilon}}{2}$	$\frac{\Delta\bar{\sigma}}{2}$ (МПа)	$\frac{\Delta\gamma_{\max}}{2}$	$\sigma_{n,\max}$ (МПа)	$2N_f$ реверси
0	0	0.0190	-	1,041	0	0.0190	1,041	0.0267	521	124
0	0	0.0160	-	1,035	0	0.0160	1,035	0.0222	518	262
0	0	0.0130	-	1,013	0	0.0130	1,013	0.0178	507	598
0	0	0.0100	-	978	0	0.0100	978	0.0134	489	1,920
0	0	0.0070	-	871	0	0.0070	871	0.0092	436	9,780
0	∞	-	0.0225	0	594	0.0130	1,028	0.0225	0	348
0	∞	-	0.0225	0	582	0.0130	1,008	0.0225	0	408
0	∞	-	0.0173	0	557	0.0100	965	0.0173	0	822
0	∞	-	0.0195	0	577	0.0113	1,000	0.0195	0	898
0	∞	-	0.0173	0	555	0.0100	962	0.0173	0	1,168
0	∞	-	0.0158	0	544	0.0091	942	0.0158	0	3,476
0	∞	-	0.0121	0	520	0.0070	900	0.0121	0	7,090
0	∞	-	0.0121	0	518	0.0070	897	0.0121	0	8,000
0	1.7	0.0092	0.0159	735	425	0.0130	1,040	0.0205	395	250
0	1.7	0.0092	0.0159	743	429	0.0130	1,051	0.0205	400	334
0	1.7	0.0071	0.0122	687	399	0.0100	974	0.0157	369	614
0	1.7	0.0071	0.0122	698	404	0.0100	988	0.0157	375	760
0	1.7	0.0049	0.0085	628	360	0.0070	885	0.0110	340	2,202
0	1.7	0.0049	0.0085	632	365	0.0070	894	0.0110	340	2,786
90	1.7	0.0130	0.0225	1,045	604	0.0130	1,045	0.0225	1,112	136
90	1.7	0.0130	0.0225	1,035	598	0.0130	1,035	0.0225	1,089	136
90	1.7	0.0100	0.0173	977	565	0.0100	977	0.0173	1,027	210
90	1.7	0.0100	0.0173	994	575	0.0100	994	0.0173	1,033	356
90	1.7	0.0070	0.0121	919	486	0.0070	919	0.0121	919	554
90	1.7	0.0070	0.0121	901	514	0.0070	901	0.0121	901	580

$$\bar{\varepsilon}_a = \frac{\Delta\bar{\varepsilon}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}(1+\bar{\nu})} \sqrt{2\left(\frac{\Delta\varepsilon}{2}\right)^2 (1+\bar{\nu})^2 + 3\left(\frac{\Delta\gamma}{2}\right)^2}. \quad (2)$$

Ефективний коефіцієнт Пуассона розраховувався за наступною формулою:

$$\bar{\nu} = \frac{\nu_e \varepsilon_e + \nu_p \varepsilon_p}{\varepsilon} \quad (3)$$

де ε_e , ε_p та ε - пружна, пластична і загальна осьова деформація, ν_e та ν_p пружній та пластичний коефіцієнт Пуассона. Величини зазначених коефіцієнтів мали наступні значення: ν_e близько 0.3 та ν_p дорівнював 0.5. Величини амплітуди еквівалентної деформації та напруження для кожної траєкторії деформування наведено у таблицях 2 і 3.

Проаналізувавши табл. 1 і 2 можна прийти до висновку, що всі значення еквівалентних напружень при циклічних випробувань відповідають значенням монотонних випробувань. Це означає, що не спостерігається впливу зміни траєкторії на величину напружень, а також вказує на відсутність додаткового зміцнення титанових сплавів ВТ1-0 та ВТ9 при непропорційному навантажуванні.

Для зв'язку осьової амплітуди деформації з втомною довговічністю у випадку одновісного навантажування використовувалося рівняння Коффіна-Менсона. Втомні характеристики досліджуваних титанових сплавів ВТ1-0 та ВТ9 наведено у табл. 3. Також до цієї таблиці внесено деякі механічні характеристики обох матеріалів.

Аналіз експериментальних результатів. Не зважаючи на те, що відгук напружень титанових сплавів ВТ1-0 та ВТ9 є нечутливим до непропорційності навантажування втомна довговічність обох матеріалів значно менша при непропорційному навантажуванні з кутом зсуву фаз 90° у порівнянні з одновісним розтяганням-стискуванням та пропорційним навантажуванням, що представлено у таблицях 1 і 2.

Як приклад, при рівні еквівалентної деформації $\bar{\varepsilon}_a = 0.9\%$ довговічність зразків з титанового сплаву ВТ1-0 при непропорційному навантажуванні з кутом зсуву фаз 90° у тричі нижча ніж довговічність зразків при одновісному розтягання-стискуванні, знакозмінному крученні та пропорційному навантажуванні. Аналогічно для зразків з титанового сплаву ВТ9, при рівні еквівалентної деформації $\bar{\varepsilon}_a = 1\%$ спостерігається зниження довговічності на 70% при переході до

непропорційних траєкторій деформування. Отже, навіть для матеріалів, що не мають непропорційного додаткового зміцнення спостерігається зниження довговічності при переході від простих до складних траєкторії деформування.

Таблиця 3
Механічні та втомні характеристики титанових сплавів ВТ1-0 та ВТ9

Механічні характеристики	ВТ1-0	ВТ9
Модуль пружності, E , GPa	112	118
Модуль зсуву, G , GPa	40	43
Границя текучості, σ_y , МПа	475	865
Границя міцності, σ_U , МПа	558	1,080
<i>Осьові циклічні характеристики</i>		
σ'_f , МПа	647	1,180
b	-0.033	-0.025
ε'_f	0.548	0.278
c	-0.646	-0.665
<i>Циклічні характеристики зсуву</i>		
τ'_f , МПа	485	881
b_o	-0.069	-0.082
γ'_f	0.417	0.180
c_o	-0.523	-0.470

Порівняльний аналіз критеріїв Мізеса та Фатемі-Сосі. Наступна форма критерію Мізеса була використана для кореляції даних при одновісному розтяганні-стисканні, знакозмінному крученні, пропорційному та непропорційному навантажуванні:

$$\frac{1}{(1+\bar{\nu})} \sqrt{3 \left(\frac{\Delta \varepsilon}{2} \right)^2 (1+\bar{\nu})^2 + \frac{9}{4} \left(\frac{\Delta \gamma}{2} \right)^2} = \frac{\tau'_f}{G} (2N_f)^{b_0} + \gamma'_f (2N_f)^{c_0}, \quad (4)$$

де τ'_f , b_o , γ'_f та c_o – втомні коефіцієнти зсуву Коффіна-Менсона, G – модуль зсуву (табл. 3); $2N_f$ – кількість реверсів до руйнування. Застосування критерію Мізеса та кореляція даних для титанових сплавів ВТ1-0 та ВТ9 представлено на рис. 1(а) та 1(б) відповідно. Незважаючи на те, що кореляція даних для одновісного розтягання-стискання, знакозмінного кручення та пропорційного навантажування є задовільною, має місце розбіжність між прогнозованими та спостереженими даними непропорційного навантажування у 5 разів для титанового сплаву ВТ1-0 та у 15 разів для сплаву ВТ9. Дійсно, критерій Мізеса дає завищену оцінку втомного пошкодження непропорційним навантажуванням навіть для матеріалів, що не мають додаткового непропорційного зміцнення. Як приклад, втомна довговічність для однакового значення амплітуди еквівалентного напруження типу Мізеса $\bar{\varepsilon}_a = 0.7\%$ при знакозмінному крученні, пропорційному на непропорційному навантажуванні становить приблизно 4000, 2000 та 550 реверсів відповідно, що не може бути пояснено лише деформаційними критеріями.

Для оцінки втомної міцності металевих сплавів в роботі запропоновано використовувати наступну форму критерію критичних площадок Фатемі-Сосі (ФС):

$$\frac{\Delta \gamma_{\max}}{2} \left(1 + k \frac{\sigma_{n,\max}}{\sigma_y} \right) = \frac{\tau'_f}{G} (2N_f)^{b_0} + \gamma'_f (2N_f)^{c_0}, \quad (5)$$

де $\Delta \gamma_{\max} / 2$ – максимальна амплітуда деформації зсуву, $\sigma_{n,\max}$ – максимальне нормальне напруження, що діє на максимальній площадці деформації зсуву, σ_y – границя текучості, τ'_f , b_o , γ'_f та c_o коефіцієнти зсуву рівняння Коффіна-Менсона, G – модуль зсуву. Значення цих коефіцієнтів наведено у табл. 3 для обох матеріалів. $2N_f$ – кількість реверсів до руйнування і k – константа матеріалу, що відображає ступінь розшарування втомних даних при одновісному розтяганні-стисканні та знакозмінному крученні. Більш детальна методика розрахунків за критеріями Мізеса та Фатемі-Сосі представлена у роботі [2].

Кореляція даних одновісного розтягання-стискання, знакозмінного кручення, пропорційного та непропорційного навантажування для титанових сплавів ВТ1-0 та ВТ9 за критерієм типу Фатемі-Сосі представлено на рисунках 2(а) та 2(б) відповідно. При використанні критерію ФС були визначені наступні значення константи матеріалу $k = 0.6$ для титанового сплаву ВТ1-0, та $k = 0.5$ для сплаву ВТ9. З рис. 2(а) та 2(б) видно, що експериментальні точки добре узгоджуються з прогнозованою кривою.

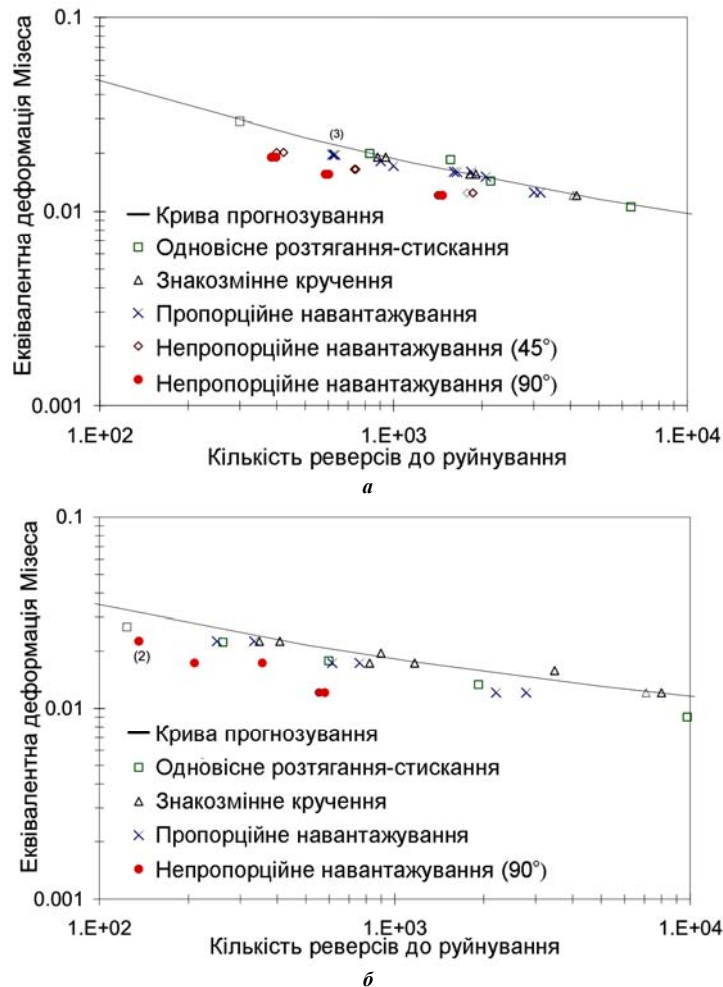


Рис. 1. Кореляцій експериментальних даних випробувань з постійною амплітудою деформації за критерієм Мізеса для (а) VT1-0 і (б) VT9

Критерій Мізеса прогнозує однакове значення пошкоджуваності для знакозмінного кручення, пропорційного та не пропорційного навантажування з однаковою амплітудою еквівалентної деформації. Як наслідок, менша довговічність зразків при непропорційному навантажуванні не може бути пояснено за цим критерієм. Більш того, критерій Мізеса, який припускає, що пошкоджуваність є викривлення енергії всередині малого елемента матеріалу, не пов'язаний з жодною площею руйнування і тому визначає однакове значення пошкоджуваності для усіх площадок матеріалу.

При цьому втомна пошкоджуваність, розрахована за параметром ФС, набагато більша для непропорційного навантажування у порівнянні зі знакозмінним крученням та пропорційним навантажуванням.

Нормальні напруження на критичних площадках, що розташовані під кутом 0° та 90° для знакозмінного кручення, дорівнюють нулю. Тому у цьому випадку параметри Мізеса і Фатемі-Сосі дають схожі результати. Якщо ж на критичній площадці з'являються нормальні напруження, ФС параметр прогнозує трохи вище значення пошкоджуваності ніж параметр Мізеса. Однак, найбільша різниця між прогнозованими даними спостерігається саме для непропорційного навантажування з кутом зсуву фаз 90° , де амплітуда деформації зсуву і нормальне напруження сягають своїх максимальних значень одночасно на перпендикулярній до вісі зразка площадці. Отже, підхід Фатемі-Сосі прогнозує набагато більшу пошкоджуваність при непропорційному навантажуванні, що і пояснює зниження довговічності для таких траєкторій деформування. Втомне руйнування обох досліджуваних матеріалів спостерігалось біля 90° , 160° та 0° для знакозмінного кручення, пропорційного та непропорційного навантажування відповідно, що добре узгоджується з теорією критичних площадок Фатемі-Сосі.

Для підвищення точності прогнозування втомної довговічності може бути застосовано комбінацію втомних моделей зсуву та розтягу. Це дасть можливість врахувати історію розвитку тріщини за різними модами руйнування. Однак, зважаючи на те, що ФС критерій дає оцінку для всіх типів навантажування з розсіюванням даних не більше як у два рази, та існуючий у виробництві стандартизований коефіцієнт запасу втомної міцності, – цей критерій може бути також успішно застосований при проектуванні відповідальних елементів конструкцій.

Висновки. За результатами аналізу експериментальних даних титанових сплавів VT1-0 та VT9 при регулярному режимі навантажування, а також за результатами розрахунків можна зробити наступні висновки:

1) Перехід від пропорційних траєкторій деформування до непропорційних не впливає на відгук напружень у випадку регулярного циклічного навантажування.

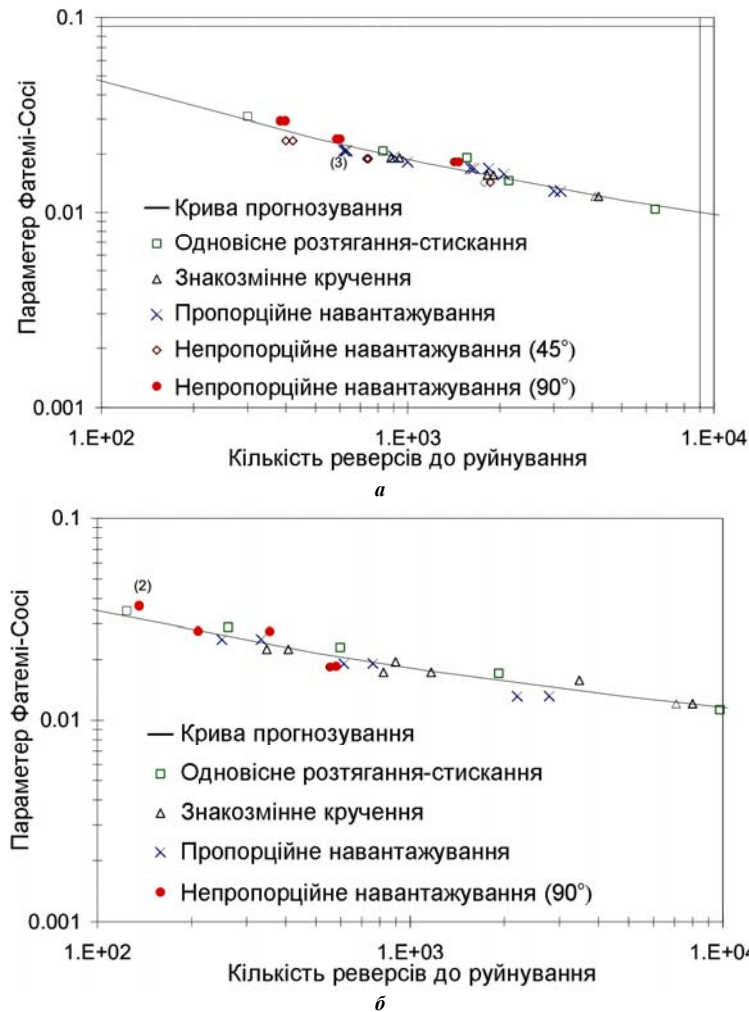


Рис. 2. Кореляції експериментальних даних випробувань з постійною амплітудою деформації за критерієм типу Фатемі-Сосі для (а) VT1-0 і (б) VT9

2) Незважаючи на те, що сплави VT1-0 та VT9 є нечутливими до непропорційності навантажування, спостерігається зниження довговічності при переході від пропорційних до непропорційних траєкторій деформування. З цього приводу, на прикладі критерію Мізеса, показано, що поведінка металевих сплавів при багатовісному навантажуванні не може бути описана за допомогою класичних теорій міцності.

3) Запропоновано використовувати теорію критичних площадок типу Фатемі-Сосі у формі зсуву, яка дозволяє в умовах пропорційного та непропорційного регулярного навантажування оцінити довговічність досліджуваних сплавів. Показано, що параметр типу Фатемі-Сосі можна успішно використовувати навіть для матеріалів з низькою чутливістю до непропорційності навантажування за рахунок врахування механізмів утворення тріщин та накопичування пошкоджень.

Список літератури.

1. Шукаєв С. М. Гладський М. М. Малоциклова втома титанового сплаву VT1-0 в умовах пропорційного та непропорційного навантажень // Наук. вісті НТУУ «КПІ». – Вип. 6. – 2005. – С. 86–92.
2. Shamsaei, N., Gladskyi, M. et al., 2010, Multiaxial fatigue of titanium including step loading and load path alteration and sequence effects. *Int. J. Fatigue* 32, 1862-1874.
3. Socie, D. F. and Marquis, G. B., 2000, *Multiaxial Fatigue*, Society of Automotive Engineers, Inc.
4. Fatemi, A. and Socie, D. F., 1989, "Damage Mechanisms and Life Predictions," *Advances in Fatigue Science and Technology*, NATO Advanced Study Institute, Alvor, Portugal (1988), C.M. Branco and L.G. Rosa, Eds., Series E: Applied Sciences, Klumer Academic Publishers, Vol. 159, pp. 877-890.
5. Fatemi, A. and Stephens, R. I., 1989, "Biaxial Fatigue of 1045 Steel under In-Phase and 90 Degree Out-of-Phase Loading Conditions," *Multiaxial Fatigue: Analysis and Experiment*, Chapter 9, SAE AE14, pp. 121-137.
6. Fatemi, A. and Socie, D. F., 1988, "A Critical Plane Approach to Multiaxial Fatigue Damage Including Out-of-Phase Loading," *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, Vol. 11, pp. 149-165.
7. Smith, R. N., Watson, P. P., and Topper, T. H., 1970, "A Stress-Strain Parameter for the Fatigue of Metals," *Journal of Materials*, Vol. 5, pp. 767-778.
8. Chen, X., Jin, D., and Kim, K. S., 2006, "A Weight Function-Critical Plane Approach for Low-Cycle Fatigue under Variable Amplitude Multiaxial Loading," *Fatigue and Fracture Engineering Materials and Structures*, Vol. 29, pp. 331-339.