

УДК 621.771.001

А.В.Данько, к.т.н., В.М.Данько, к.т.н.
Донбаський державний технічний університет (ДонДТУ)

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ЛІНІЙ КОВЗАННЯ ПРИ НЕРІВНОМІРНОМУ РОЗПОДІЛІ ОПОРУ ДЕФОРМАЦІЇ ПО ДОВЖИНІ ЗОНИ ДЕФОРМАЦІЇ

Представлена методика построения сеток линий скольжения по экспериментально найденным граничным условиям с учетом неостоянства сопротивления деформации, а также результаты ее применения при исследовании тонколистовой прокатки.

The method of construction of slip lines fields on the experimentally boundary conditions taking into account inconstancy of resistance of deformation and also results of its application at research of the thin plate rolling is represented.

Визначення поля напруг в пластичній області як експериментальними, так і теоретичними методами, є проблемою. Один з варіантів її рішення - використання експериментально знайдених статичних граничних умов у вигляді напруг на поверхні тіла, що деформується, для подальшого обчислення напруженого стану усередині тіла яким-небудь аналітичним методом. Отримання таких граничних умов з достатнім ступенем точності наразі можливе поляризаційно-оптичним методом або методом штифтових месдоз.

Одним з найпоширеніших аналітичних методів визначення поля напруг є метод ліній ковзання (МЛК). Відомо декілька робіт, в яких даний метод застосовувався для вище означеної мети. Наприклад, в роботі [1] по контактним напругам, знайденим методом штифтових месдоз, сітка ліній ковзання (СЛК) будувалась графічно, а в роботі [2] – чисельно, по результатам поляризаційно-оптичного дослідження. З цих робіт витікає, що адекватна експериментальним контактним напругам СЛК може бути отримана тільки при врахуванні змінення опору деформації в результаті процесу зміцнення металу. Але однією з основних передумов МЛК є постійність опору деформації (або пластичної постійної k) по зоні деформації. Тому виникає необхідність у модифікації цього методу для можливості його використання укупі з експериментально знайденими граничними умовами.

Єдина можливість такої модифікації – це розбиття зони пластичної деформації на достатньо велику кількість ділянок, в кожній з яких k буде постійною, змінюючись при переході до іншої ділянки. Наскільки нам відомо, вперше такий підхід було використано в роботі [3] при аналізі пластичної деформації біметалів МЛК. В цій роботі зона пластичної деформації розбивалась по висоті на декілька зон з різними значеннями k . Було також показано що при переході з однієї зони в іншу кут нахилу ліній ковзання міняється стрибком на величину, яка залежить від відношення пластичних постійних в сусідніх ділянках. Надалі у роботі [4] та ж ідея використана для аналізу напруженого стану при прокатці з нерівномірним розподілом температури по висоті зони деформації. Проте при прокатці в низькому осередку деформації, який характерний для тонколистової прокатки, як це показано ще в роботі [1], нерівномірним є розподіл k по довжині зони деформації. Досліджень, в яких би вирішувалась така задача, не знайдено.

Тому завдання даної роботи полягає в розробці методики чисельної побудови сітки ліній ковзання по експериментальним граничним умовам для процесів прокатки з нерівномірним розподілом опору деформації по довжині низької зони деформації.

Для вирішення цієї задачі, з використанням ідей роботи [1], була розроблена методика визначення розподілу параметра k по довжині зони деформації [5]. Для цього зона деформації по довжині розбивається на достатньо велику кількість перетинів N лініями, паралельними осі Y , які проходять через точки контактних поверхонь валків, в яких експериментально визначені нормальна σ_n і дотична τ_k напруги (рис. 1).

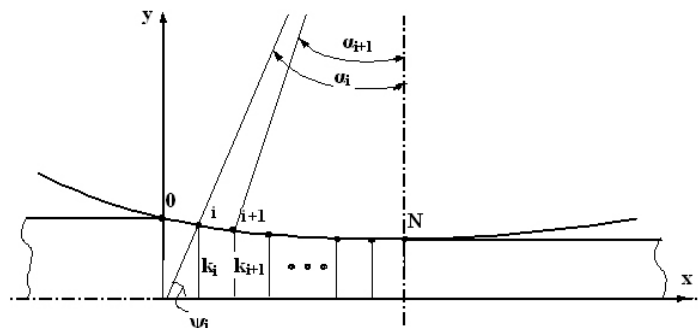


Рис. 1. Розбиття зони деформації на перетини з різною k

В кожній з ділянок, обмежених перетинами i та $i+1$, по відомим σ_n і τ_k умові рівноваги по осі X і умові пластичності Губера-Мізеса, в припущенні незмінності напруг і k по висоті смуги, знаходиться k_i .

При визначенні середньої нормальної напруги σ і кута нахилу α -ліній θ на контактній поверхні враховується виникнення розривів напруг уздовж меж перетинів. Тому в кожній i -тій точці лінії контакту, окрім 0-й і N -й, буде по дві величини σ і θ :

$$\begin{aligned} \theta_i &= \psi_i - \frac{1}{2} a \cos\left(\frac{\tau_{ki}}{k_i}\right) & \theta'_i &= \psi_i - \frac{1}{2} a \cos\left(\frac{\tau_{ki}}{k_{i+1}}\right) \\ \sigma_i &= \sigma_{ni} - k_i \sin[2(\theta_i - \psi_i)] & \sigma'_i &= \sigma_{ni} - k_{i+1} \sin[2(\theta_i - \psi_i)] \end{aligned}$$

де ψ_i – кут нахилу нормалі до контактної поверхні у даній точці.

Використовується система координат по [6], в якій позитивний напрям ліній α -сімейства виходить поворотом на 45° проти годинникової стрілки від напрямку головної напруги σ_1 . Ця система зручна тим, що кути θ виходять гострими і картина ліній ковзання стає наочнішою.

Оскільки уздовж лінії розриву напруг можливий розрив тільки нормальної напруги, співпадаючої з напрямом лінії розриву, то в даному випадку розрив зазнає тільки σ_y , а напруги σ_x і τ_{yx} безперервні. Т.ч. чисельно будується безперервне поле напруг в кожному i -том перетині, в якому компонента σ_y розривна на межах перетинів. Тому під час переходу через межу перетинів кут θ повинен змінюватися залежно від співвідношення k_i/k_{i+1} по [3].

На наступному кроці визначаються параметри ліній ковзання 2-го шару (вважається, що лінія контакту є 1-м шаром сітки ліній ковзання). Розв'язується задача Коші в трикутниках $1_i-2_i-1_{i+1}$, прилеглих до лінії контакту (рис. 2).

Прийнята наступна система індексації вузлів: перший індекс позначає номер шару, другий – номер вузла від початку системи координат. Визначення σ і θ здійснюється по інтегралах Генкі:

$$\sigma_{2i} = \frac{1}{2}(\sigma_{1i+1} + \sigma_{1i}) + k_i(\theta_{1i+1} - \theta_{1i}) \tag{1}$$

$$\theta_{2i} = \frac{1}{2k_i}(\sigma_{1i+1} - \sigma_{2i}) + \theta_{1i+1} \tag{2}$$

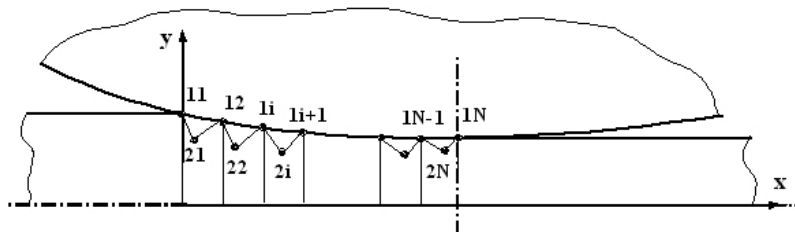


Рис. 2. Побудова рішення у другому шарі

При цьому враховується зміння σ і θ на межі перетинів в точках 1_i і 1_{i+1} внаслідок зміни k . Координати вузлів сітки потім знаходяться по відомих залежностях [6]:

$$x_{2i} = \frac{x_{1i+1} \cdot \operatorname{tg}\left[\frac{1}{2}(\theta_{2i} + \theta_{1i+1})\right] + x_{1i} \cdot \operatorname{ctg}\left[\frac{1}{2}(\theta_{2i} + \theta_{1i})\right] + y_{1i} - y_{1i+1}}{\operatorname{tg}\left[\frac{1}{2}(\theta_{2i} + \theta_{1i+1})\right] + \operatorname{ctg}\left[\frac{1}{2}(\theta_{2i} + \theta_{1i})\right]} \tag{3}$$

$$y_{2i} = y_{1i} + (x_{2i} - x_{1i+1}) \cdot \operatorname{tg}\left[\frac{1}{2}(\theta_{2i} + \theta_{1i+1})\right] \tag{4}$$

Для побудови 3-го і подальших шарів знаходяться параметри вузлів в першому наближенні. Розв'язується задача Рімана в чотирикутниках $2_i-1_{i+1}-2_{i+1}-3_i$ (рис.3).

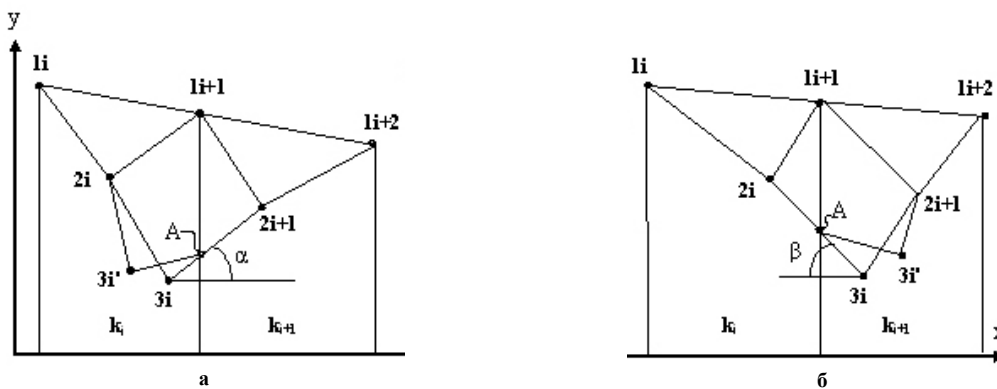


Рис. 3. До побудови 3-го шару сітки ліній ковзання

Спочатку знаходяться параметри ξ і η , постійні вдовж α і β -ліній відповідно:

$$\xi_i = \frac{\sigma_{2i+1}}{2k_{i+1}} + \theta_{2i+1} \quad (5)$$

$$\eta_i = \frac{\sigma_{2i}}{2k_i} - \theta_{2i} \quad (6)$$

Потім визначаються σ_{3i} , і θ_{3i} першого наближення, причому можливі два варіанти:

а) в зоні відставання $x_{3i} < x_{1i+1}$ (рис. 3.а), тоді:

$$\sigma_{3i} = k_i (\xi_i + \eta_i) \quad (7)$$

$$\theta_{3i} = \xi_i - \frac{\sigma_{3i}}{2k_i} \quad (8)$$

б) в зоні випередження $x_{3i} > x_{1i+1}$ (рис. 3.б), тоді:

$$\sigma_{3i} = k_{i+1} (\xi_i + \eta_i) \quad (9)$$

$$\theta_{3i} = \xi_i - \frac{\sigma_{3i}}{2k_{i+1}} \quad (10)$$

Координати вузлів знаходяться по (3) і (4) з підстановкою відповідних параметрів 2-го і 3-го шарів.

Для визначення параметрів 3-го шару в другому наближенні знаходиться координата y точки перетину A меж перетинів (рис.3):

$$yA_i = \frac{y_{2i+1} - y_{3i}}{x_{2i+1} - x_{3i}} (x_{1i+1} - x_{3i}) + y_{3i}, \text{ якщо } x_{3i} < x_{1i+1}$$

$$yA_i = y_{3i}, \text{ якщо } x_{3i} = x_{1i+1}$$

$$yA_i = \frac{y_{2i} - y_{3i}}{x_{3i} - x_{2i}} (x_{3i} - x_{1i+1}) + y_{3i}, \text{ якщо } x_{3i} > x_{1i+1}$$

Потім визначається зміна кута θ при перетині лініями ковзання меж перетинів. Оскільки τ_{xy} безперервна, то:

$$k_i \cos 2\theta_i^+ = k_{i+1} \cos 2\theta_i^-.$$

Звідси:

$$\theta A_i^+ = \frac{1}{2} a \cos \left(\frac{k_{i+1}}{k_i} \cos 2\theta_{3i} \right), \text{ якщо } x_{3i} \leq x_{1i+1}$$

$$\theta A_i^- = \frac{1}{2} a \cos \left(\frac{k_i}{k_{i+1}} \cos 2\theta_{3i} \right), \text{ якщо } x_{3i} < x_{1i+1}$$

Напруга σ_i в точці A після перетину меж перетинів знаходиться з умови безперервності напруги σ_x :

$$\sigma_i^+ + k_i \sin 2\theta_i^+ = \sigma_i^- + k_{i+1} \sin 2\theta_i^-.$$

Тому:

$$\sigma A_i^+ = \sigma_{2i+1} + k_{i+1} \sin 2\theta_{3i} - k_i \sin 2\theta A_i^+, \text{ якщо } x_{3i} \leq x_{1i+1}$$

$$\sigma A_i^- = \sigma_{2i} + k_i \sin 2\theta_{3i} - k_{i+1} \sin 2\theta A_i^-, \text{ якщо } x_{3i} < x_{1i+1}$$

Параметри 3-го шару знаходяться по залежностях:

$$\text{а) якщо } x_{3i} \leq x_{1i+1}: \quad \xi_i' = \frac{\sigma A_i}{2k_i} + \theta A_i; \quad \eta_i' = \frac{\sigma_{2i}}{2k_i} - \theta_{2i};$$

$$\sigma_{3i}' = k_i (\xi_i' + \eta_i'); \quad \theta_{3i}' = \xi_i' - \frac{\sigma_{3i}'}{2k_i}.$$

Координати вузлів 3-го шару у другому наближенні:

$$x_{3i}' = \frac{x_{1i+1} \cdot \operatorname{tg} \left[\frac{1}{2} (\theta_{3i}' + \theta A_i) \right] + x_{2i} \cdot \operatorname{ctg} \left[\frac{1}{2} (\theta_{2i} + \theta A_i) \right] + y_{2i} - yA_i}{\operatorname{tg} \left[\frac{1}{2} (\theta_{3i}' + \theta A_i) \right] + \operatorname{ctg} \left[\frac{1}{2} (\theta_{2i} + \theta A_i) \right]}$$

$$y_{3i}' = yA_i + (x_{3i}' - x_{1i+1}) \cdot \operatorname{tg} \left[\frac{1}{2} (\theta_{3i}' + \theta A_i) \right]$$

$$\text{б) ЯКЩО } x_{3i} < x_{1i+1}: \quad \xi_i' = \frac{\sigma_{2i+1}}{2k_{i+1}} + \theta_{2i+1}; \quad \eta_i' = \frac{\sigma A_i}{2k_{i+1}} - \theta A_i;$$

$$\sigma_{3i}' = k_{i+1} (\xi_i' + \eta_i'); \quad \theta_{3i}' = \xi_i' - \frac{\sigma_{3i}'}{2k_{i+1}}$$

$$x'_{3i} = \frac{x_{2i+1} \cdot \operatorname{tg} \left[\frac{1}{2} (\theta'_{3i} + \theta_{2i+1}) \right] + x_{i+1} \cdot \operatorname{ctg} \left[\frac{1}{2} (\theta'_{3i} + \theta_{A_i}) \right] + y_{A_2} - y_{2i+1}}{\operatorname{tg} \left[\frac{1}{2} (\theta'_{3i} + \theta_{2i+1}) \right] + \operatorname{ctg} \left[\frac{1}{2} (\theta'_{3i} + \theta_{A_i}) \right]}$$

$$y'_{3i} = y_{2i+1} + (x'_{3i} - x_{2i+1}) \cdot \operatorname{tg} \left[\frac{1}{2} (\theta'_{3i} + \theta_{2i+1}) \right].$$

При побудові 4-го шару доводиться кожний осередок сітки розбивати на два, оскільки α -лінії при $x_{3i} \leq x_{i+1}$ і β -лінії при $x_{3i} < x_{i+1}$ мають точки перегину. В зоні відставання, при умові, $x_{3i} \leq x_{i+1}$, побудова відбувається згідно схеми рис.4.

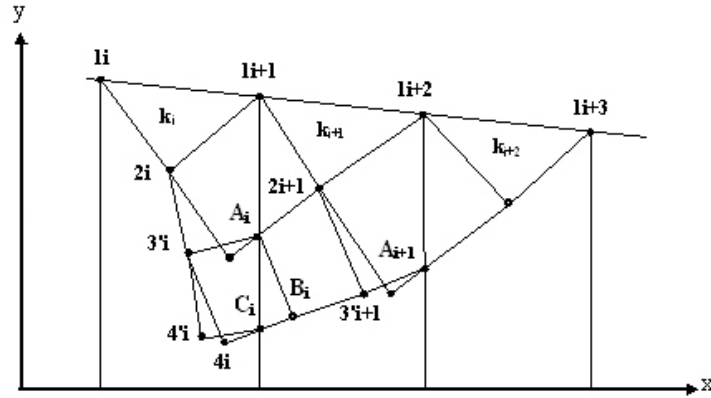


Рис.4. До побудови 4-го шару сітки ліній ковзання в зоні відставання

Знаходяться параметри точки B_i в перетині з k_{i+1} по залежностях, аналогічних (1)-(4), оскільки ця точка завжди знаходиться в середині перетину і для неї k постійна. Далі визначаються параметри і положення точки $4i$ першого наближення так само, як і точки $3i$, по (5-8) і (3), (4).

У зоні випередження побудова проводиться аналогічно, з тією лише різницею, що точки 3 будуть на межах з $i+2$ перетинами по ходу розрахунку (рис.5) тому замість (7) і (8) тут слід використовувати (9) і (10).

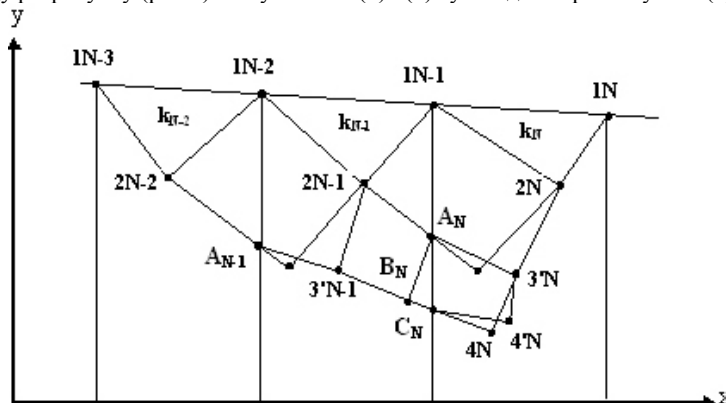


Рис.5. До побудови 4-го шару сітки ліній ковзання в зоні випередження

Побудова п'ятого і подальших шарів здійснюється аналогічно, хоча кількість вузлів, що визначаються, істотно збільшується.

На рис.6 показаний приклад побудови сітки ліній ковзання першого наближення по запропонованій методиці при моделюванні прокатки листів з параметрами $\epsilon = 49,5\%$, $l_d/h_{cp} = 5,6$.

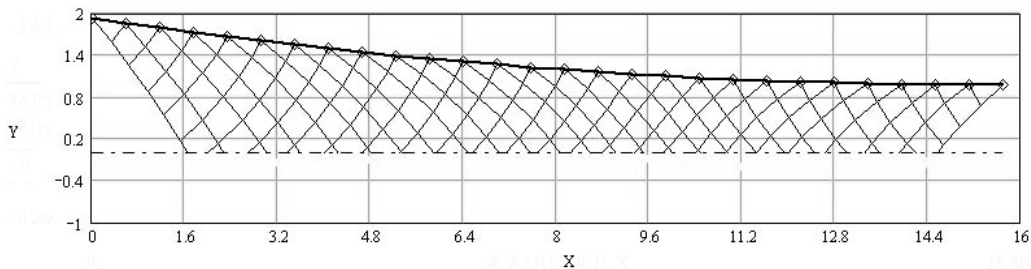
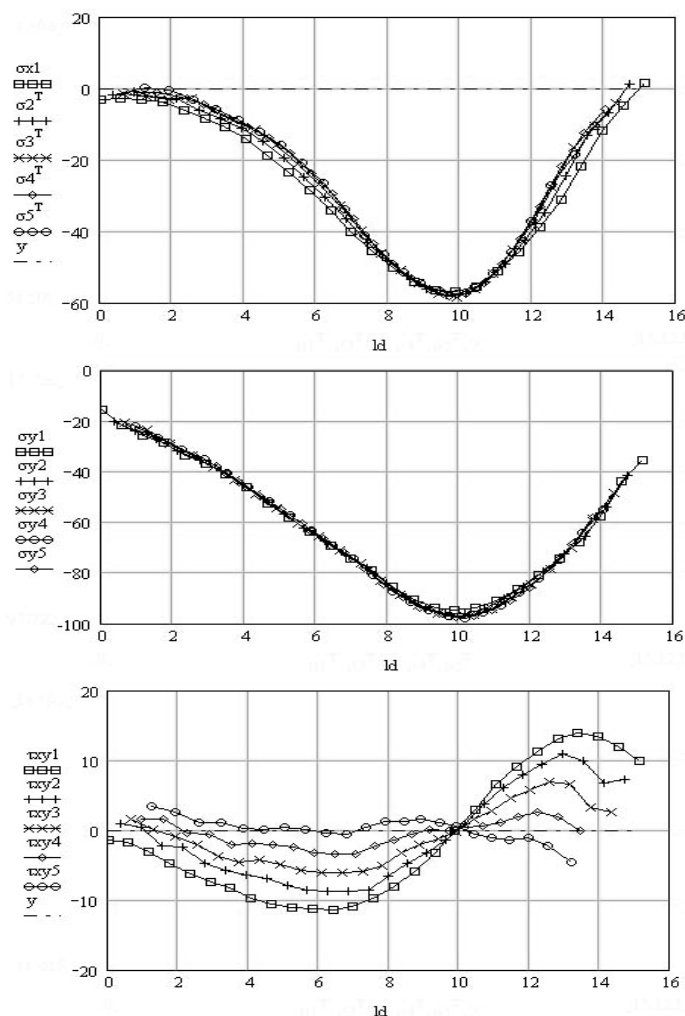


Рис. 6. Сітка ліній ковзання при прокатці з $\epsilon = 49,5\%$, $l_d/h_{cp} = 5,6$

Розподіли напруг на контактній поверхні одержані поляризаційно-оптичним методом в лабораторії фізичного моделювання процесів ОМД НМетАУ під керівництвом проф. Шломчака Г.Г.

По відомим залежностям були отримані розподіли компонент тензора напруг в зоні деформації (рис.7):

Рис.7. Компоненти напруженого стану при прокатці з $\varepsilon = 49,5\%$, $l_d/h_{cp} = 5,6$

На рисунку 7 номер при кожній компоненті тензора напруг відповідає номеру шару СЛК. По осі абсцис – координати X вузлів сітки на певному її шарі по довжині зони деформації l_d , починаючи із входу металу у валки (див. рис.1).

Із рис.7 видно, що розподілення компонент напруженого стану відповідає загальноновизнаним поглядам на напружений стан при тонколистовій прокатці: нормальні напруги σ_x та σ_y по всій довжині зони деформації стискаючи і практично не змінюються по її висоті. Дотичні напруги τ_{xy} зменшуються при наближенні до осі симетрії і в нейтральному перетині дорівнюють нулю.

Отже розроблена методика навіть у першому наближенні дозволяє адекватно визначати поле напруг, якщо відомі напруги на поверхні контакту металу з інструментом. Це дозволяє рекомендувати її для використання при дослідженнях більш складних, несиметричних процесів прокатки.

Висновки

Модифікація методики побудови сіток ліній ковзання врахуванням нерівномірності розподілу опору деформації по довжині низького осередку деформації дозволяє отримувати адекватне експериментальним статичним умовам поле напруг.

Список літератури

1. Использование эпюр контактных напряжений для построения поля линий скольжения. / Клименко П.Л., Потапкин В.Ф., Журавлев А.С. и др. // Обработка металлов давлением. Научн. тр. ДМети, вып. 59, 1972. – с.23-26.
2. Федоринов В.А. и др. Исследование контактных напряжений при асимметричной прокатке методом фотоупругости. // В.А.Федоринов, А.Н.Кулик, А.В.Данько // Удосконалення процесів і обладнання обробки тиском в металургії і машинобудуванні. Тем. збірн. наук. праць. Краматорськ, 2007. - с.369-373.
3. Бровман М.Я. Некоторые вопросы обработки давлением биметалла / М.Я. Бровман, Ю.С.Додин // КШП. – 1963. - №1. – С.3÷5.
4. Прокатка толстых листов /Л.И.Полухин, В.М.Клименко, В.П.Полухин и др. // М.: Металлургия, 1984ю - 287с.
5. Данько А.В. Розподіл опору деформації при кінематично симетричному і асиметричному площинні / А.В.Данько, О.М. Кулік // Луганськ, Вісник СУНУ ім. Даля, №8 (126), ч.2., 2008. – С.127-132.
6. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. М.: Машиностроение, 1975. – 399с.