УДК 539.374.001.8.621.7-111

В.В. Чигиринский,д.т.н., проф., А.Ф.Бичевой, В.И.Дубина, к.т.н., М.В.Чигиринский
Запорожский НТУ, г. Запороже

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДЕЛИ РЕАЛЬНОЙ ПЛАСТИЧЕСКОЙ СРЕДЫ

ВВЕДЕНИЕ

Напряженное состояние пластической среды во многом определяется распределением напряжения текучести в зоне течения металла. В настоящее время существует ряд работ, в которых есть экспериментальные данные для ряда марок сталей и сплавов, позволяющих определить средний предел текучести в очаге деформации $[1]...[3]$.

Расчет напряженного состояния сводится к определению влияния контактного трения или внешних зон с учетом среднего напряжения текучести $[4]...[5]$. Однако экспериментальные данные показывают, что напряжение текучести переменно в очаге деформации. Это позволяет предположить, что его определение должно учитывать влияние термомеханических параметров в каждой точке очага деформации. При таком подходе необходимо знать математическую модель реальной пластической среды.

Для решения этой задачи воспользуемся методом гармонических функций, который изложен в ряде работ $[6]$.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Особенностью метода является то, что поставлена и решена плоская задача теории пластичности в замкнутом виде. Имеем:

уравнения равновесия
$$\frac{\partial\sigma_x}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{xy}}{\partial y}=0;\frac{\partial\tau_{yx}}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_y}{\partial y}=0; \tag{1а}$$

условие пластичности
$$(\sigma_x-\sigma_y)^2+4\cdot\tau_{xy}{}^2=4\cdot k^2; \tag{1б}$$

уравнения связи для
$$\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2\cdot\tau_{xy}}=\frac{\xi_x-\xi_y}{\dot{\gamma}_{xy}}=F_1;\quad \frac{\sigma_x-\sigma_y}{2\cdot\tau_{xy}}=\frac{\varepsilon_x-\varepsilon_y}{\gamma_{xy}}=F_2; \tag{1в}$$

уравнения несжимаемости
$$\xi_x+\xi_y=0;\quad \varepsilon_x+\varepsilon_y=0\ ; \tag{1г}$$

уравнения неразрывности скоростей деформаций и деформаций
$$\frac{\partial^2\xi_x}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\xi_y}{\partial x^2}=\frac{\partial^2\gamma'_{xy}}{\partial y\partial x};\quad \frac{\partial^2\varepsilon_x}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\varepsilon_y}{\partial x^2}=\frac{\partial^2\gamma_{xy}}{\partial y\partial x}; \tag{1д}$$

уравнение теплопроводности
$$\frac{\partial T}{\partial t}=a^2(\frac{\partial^2T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2T}{\partial y^2}), \tag{1е}$$

Модель сложной пластической среды
$$T_i=\chi\cdot(H_i)^{m_1}\cdot(\Gamma_i)^{m_2}\cdot(T)^{m_3}, \tag{1ж}$$

В систему (1) включены уравнения деформационной теории пластичности и теории течения. Кроме этого добавлено уравнение теплопроводности. Уравнения связи напряжений, скоростей деформаций и деформаций показывают, что напряжения должны реагировать, как на деформационные, так и на скоростные параметры процесса. Модель (1) - это реальная упрочняющаяся среда. Граничные условия для напряжений

$$\tau_n=-T_i\cdot Sin\left[\mathrm{A}\Phi-2\alpha\right],\quad T_i=k$$

или

$$\tau_n=(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\cdot Sin2\alpha-\tau_{xy}\cdot Cos2\alpha), \tag{2}$$

Для получения модели (1ж) рассмотрим три уравнения второго порядка в частных производных, неоднородных, гиперболического типа, граничные условия вида (2) будут удовлетворены, если $\tau_{xy}=k\cdot Sin\mathrm{A}\Phi$. Для сложной пластической среды задача решается с учетом того, что имеет место сложная зависимость от координат, т.е. $k=f(\Gamma_i,H_i,T,x,y)$.` При этом $\kappa=C_\sigma\cdot\exp\theta'$, где $\theta'=f(\Gamma_i,H_i,T,x,y)$.

После преобразований получения обобщенного уравнения равновесия и подстановки в получим

$$\Big\{\left(\theta'_н H_{ix}+\theta'_г\Gamma_{ix}+\theta'_tT_x\right)_x+\left[\left(\theta'_н H_{ix}+\theta'_г\Gamma_{ix}+\theta'_tT_x\right)+\mathrm{A}\Phi_y\right]^2-$$
$$-\left(\theta'_н H_{iy}+\theta'_г\Gamma_{iy}+\theta'_tT_y\right)_y-\left[\left(\theta'_н H_{iy}+\theta'_г\Gamma_{iy}+\theta'_tT_y\right)-A\Phi_x\right]^2+2A\Phi_{xy}\Big\}\cdot$$
$$\cdot Sin(\mathrm{A}\Phi)+\Big\{2\cdot\left[\left(\theta'_н H_{ix}+\theta'_г\Gamma_{ix}+\theta'_tT_x\right)+\mathrm{A}\Phi_y\right]\cdot\left[\mathrm{A}\Phi_x-\left(\theta'_н H_{iy}+\theta'_г\Gamma_{iy}+\theta'_tT_y\right)\right]+$$
$$+\mathrm{A}\Phi_{xx}-\mathrm{A}\Phi_{yy}-2\cdot\Big(\theta'_{нн}\cdot H_{ix}\cdot H_{iy}+\theta'_н\cdot H_{ixy}+\theta'_{гг}\cdot\Gamma_{ix}\cdot\Gamma_{iy}+\theta'_г\cdot\Gamma_{ixy}+$$

$$+\theta'_{tt}\cdot T_x\cdot T_y+\theta'_t\cdot T_{xy}\Big)\Big\}\cdot Cos\left(\mathrm{A}\Phi\right)=0\ . \qquad (3)$$

Имея соотношения $\theta'_x=\left(\theta'_i H_{ix}+\theta'_{\tilde{a}}\tilde{A}_{ix}+\theta'_t T_x\right)=-\mathrm{A}\Phi_y$

$$\theta'_y=\left(\theta'_i H_{iy}+\theta'_{\tilde{a}}\tilde{A}_{iy}+\theta'_t T_y\right)=A\Phi_x$$

можно показать, что $\theta'=\theta'_1+\theta'_2+\theta'_3$.

$$\theta'=-\mathrm{A}\theta=\theta'_1+\theta'_2+\theta'_3=-(\mathrm{A}'_1\theta+\mathrm{A}'_2\theta+\mathrm{A}'_3\theta),$$

отсюда $\mathrm{A}=\mathrm{A}'_1+\mathrm{A}'_2+\mathrm{A}'_3$, где $\mathrm{A}'_1,\mathrm{A}'_2,\mathrm{A}'_3$ - постоянные величины, определяющие влияние скорости, степени деформации и температуры. Выражения, стоящие в квадратных скобках оператора (3) представляют собой соотношения Коши-Римана. Перейдя ко вторым производным убеждаемся, что функции θ' и Φ являются гармоническими.

Сопротивление сдвигу и составляющие тензора напряжений

$$k=C_\sigma\cdot\exp(-\mathrm{A}'_1\theta)\cdot\exp(-\mathrm{A}'_2\theta)\cdot\exp(-\mathrm{A}'_3\theta)\ , \qquad (4а)$$

$$\tau_{xy}=C_\sigma\cdot\exp(-\mathrm{A}'_1\theta)\cdot\exp(-\mathrm{A}'_2\theta)\cdot\exp(-\mathrm{A}'_3\theta)\cdot Sin(\mathrm{A}\Phi)\ , \qquad (4б)$$

$$\sigma_x=C_\sigma\cdot\exp(-\mathrm{A}'_1\theta)\cdot\exp(-\mathrm{A}'_2\theta)\cdot\exp(-\mathrm{A}'_3\theta)\cdot Cos(\mathrm{A}\Phi)+\sigma_0+f(y)+C \qquad (4в)$$

$$\sigma_y=-C_\sigma\cdot\exp(-\mathrm{A}'_1\theta)\cdot\exp(-\mathrm{A}'_2\theta)\cdot\exp(-\mathrm{A}'_3\theta)\cdot Cos(\mathrm{A}\Phi)+\sigma_0+f(x)+C\ , \qquad (4г)$$

при $\theta'_x=(\theta'_1)_x+(\theta'_2)_x+(\theta'_3)_x=-\mathrm{A}\Phi_y$,

$$\theta'_y=(\theta'_1)_y+(\theta'_2)_y+(\theta'_3)_y=\mathrm{A}\Phi_x.$$

Перейдем к рассмотрению деформационной задачи

$$\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2\cdot\tau_{xy}}=ctg\mathrm{A}\Phi;\quad \frac{\xi_x-\xi_y}{\gamma'_{xy}}=ctg\mathrm{B}_1\Phi\ ;\quad \frac{\varepsilon_x-\varepsilon_y}{\gamma_{xy}}=ctg\mathrm{B}_2\Phi\ .$$

С учетом уравнений несжимаемости и уравнений связи определим сдвиговые составляющие, а затем линейные имеем $\xi_x=-\xi_y=C_\xi\cdot\exp\theta''_1\cdot Cos\mathrm{B}_1\Phi$;

$$\varepsilon_x=-\varepsilon_y=C_\varepsilon\cdot\exp\theta''_2\cdot Cos\mathrm{B}_2\Phi\ .$$

Подставляя последние соотношения в уравнения неразрывности скоростей деформаций и деформаций (1д), с учетом (1г) получим

$$\left[-\theta''_{1xx}-(\theta''_{1x}+\mathrm{B}_1\Phi_y)^2+\theta''_{1yy}+(\theta''_{1y}-\mathrm{B}_1\Phi_x)\right]\cdot Sin\mathrm{B}_1\Phi+$$
$$+\left[2\cdot(\mathrm{B}_1\Phi_x-\theta''_{1y})\cdot(\theta''_{1x}+\mathrm{B}_1\Phi_y)+(\mathrm{B}_1\Phi_{xx}-\mathrm{B}_1\Phi_{yy})\right]\cdot Cos\mathrm{B}_1\Phi= \qquad (5)$$
$$=2\cdot\mathrm{B}_1\Phi_{xy}\cdot Sin\mathrm{B}_1\Phi+2\cdot\theta''_{1xy}\cdot Cos\mathrm{B}_1\Phi,$$

также

$$\left[-\theta''_{2xx}-(\theta''_{2x}+\mathrm{B}_2\Phi_y)^2+\theta''_{2yy}+(\theta''_{2y}-\mathrm{B}_2\Phi_x)\right]\cdot Sin\mathrm{B}_2\Phi+$$
$$+\left[2\cdot(\mathrm{B}_2\Phi_x-\theta''_{2y})\cdot(\theta''_{2x}+\mathrm{B}_2\Phi_y)+(\mathrm{B}_2\Phi_{xx}-\mathrm{B}_2\Phi_{yy})\right]\cdot Cos\mathrm{B}_2\Phi= \qquad (6)$$
$$=2\cdot\mathrm{B}_2\Phi_{xy}\cdot Sin\mathrm{B}_2\Phi+2\cdot\theta''_{2xy}\cdot Cos\mathrm{B}_2\Phi,$$

Уравнения (5) и (6) формально напоминают (3). Появляются аналогичные скобки. Это позволяет получить тождества для функций ξ_x и ε_x в уравнениях неразрывности при условии

$$(\theta''_1)_x=-\mathrm{B}_1\Phi_y\ ,\ (\theta''_1)_y=\mathrm{B}_1\Phi_x,\ \ (\theta''_2)_x=-\mathrm{B}_2\Phi_y,\ (\theta''_2)_y=\mathrm{B}_2\Phi_x,$$

Выражения для скоростей деформаций и деформаций имеют вид

$$\xi_x=-\xi_y=C_\xi\cdot\exp\theta''_1\cdot Cos\mathrm{B}_1\Phi=C_\xi\cdot\exp(-\mathrm{B}_1\theta)\cdot Cos\mathrm{B}_1\Phi\ , \qquad (7а)$$

$$\gamma'_{xy}=2C_\xi\cdot\exp\theta''_1\cdot Sin\mathrm{B}_1\Phi=2C_\xi\cdot\exp(-\mathrm{B}_1\theta)\cdot Sin\mathrm{B}_1\Phi\ , \qquad (7б)$$

$$H_i=2C_\xi\cdot\exp\theta''_1=2C_\xi\cdot\exp(-\mathrm{B}_1\theta)\ , \qquad (7в)$$

и

$$\varepsilon_x=-\varepsilon_y=C_\varepsilon\cdot\exp\theta''_2\cdot Cos\mathrm{B}_2\Phi=C_\varepsilon\cdot\exp(-\mathrm{B}_2\theta)\cdot Cos\mathrm{B}_2\Phi\ , \qquad (8а)$$

$$\gamma_{xy}=2C_\varepsilon\cdot\exp\theta''_2\cdot Sin\mathrm{B}_2\Phi=2C_\varepsilon\cdot\exp(-\mathrm{B}_2\theta)\cdot Sin\mathrm{B}_2\Phi\ , (8б)$$

$$\Gamma_i=2C_\varepsilon\cdot\exp\theta''_2=2C_\varepsilon\cdot\exp(-\mathrm{B}_2\theta)\ , \qquad (8в)$$

при $(\theta_1'')_y = \mathrm{B}_1\Phi_x$, $(\theta_1'')_x = -\mathrm{B}_1\Phi_y$, $(\theta_2'')_y = \mathrm{B}_2\Phi_x$, $(\theta_2'')_x = -\mathrm{B}_2\Phi_y$.

Сопоставляя формулы (7), (8) и (4), убеждаемся, что во всех выражениях имеют место функции от координат θ и Φ. Поля напряжений, скоростей деформаций и деформаций согласуются присутствием указанных функций.

Рассмотрим температурную задачу, решение которой также может определяться указанными выше зависимостями. Дифференциальное уравнение для стационарного температурного поля $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0$. Решение определяется в виде

$$T = C_T \cdot \exp(\theta_3'') \cdot (Sin\mathrm{B}_3\Phi + Cos\mathrm{B}_3\Phi), \tag{9}$$

Покажем, что (910) является решением уравнения Лапласа. Подставив производные в уравнение теплопроводности, после упрощений, получим

$$\Big\{(\theta_3'')_{xx} + \Big[(\theta_3'')_x + \mathrm{B}_3\Phi_y\Big]\cdot\Big[(\theta_3'')_x - \mathrm{B}_3\Phi_y\Big] + (\theta_3'')_{yy} + \Big[(\theta_3'')_y + \mathrm{B}_3\Phi_x\Big]\cdot$$
$$\cdot\Big[(\theta_3'')_y - \mathrm{B}_3\Phi_x\Big]\Big\}\cdot(Sin\mathrm{B}_3\Phi + Cos\mathrm{B}_3\Phi) + \Big[2\cdot(\theta_3'')_x\cdot\mathrm{B}_3\Phi_x + \mathrm{B}_3\Phi_{xx} + 2\cdot$$
$$\cdot(\theta_3'')_y\cdot\mathrm{B}_3\Phi_y + \mathrm{B}_3\Phi_{yy}\Big]\cdot(Cos\mathrm{B}_3\Phi - Sin\mathrm{B}_3\Phi) = 0\,. \tag{10}$$

Как и ранее, в уравнении (10) появляются скобки, $\Big[(\theta_3'')_x + \mathrm{B}_3\Phi_y\Big]$, $\Big[(\theta_3'')_y - \mathrm{B}_3\Phi_x\Big]$, которые являются результатом преобразований нелинейных операторов, стоящих при тригонометрических функциях. Если положить указанные скобки равными нулю, $(\theta_3'')_x = -\mathrm{B}_3\Phi_y$, $(\theta_3'')_y = \mathrm{B}_3\Phi_x$, то дифференциальное уравнение (10) превращается в тождество. Для температурной задачи $\theta_3'' = -\mathrm{B}_3\theta$.Интенсивности и температура задаются параметрически от одинаковых координатных функций. Деформационные параметры и температуру математически можно выразить через единую зависимость. Таким образом,

$$\exp(-\theta) = \left(\frac{H_i}{2\cdot C_\xi}\right)^{\frac{1}{\mathrm{B}_1}} = \left(\frac{\Gamma_i}{2\cdot C_\varepsilon}\right)^{\frac{1}{\mathrm{B}_2}} = \left(\frac{T}{C_T\cdot(Sin\mathrm{B}_3\Phi + Cos\mathrm{B}_3\Phi)}\right)^{\frac{1}{\mathrm{B}_3}}.$$

Подставляя в выражение для сопротивления деформации $k = T_i$, получим

$$k = C_\sigma'\cdot\left(2\cdot C_{\sigma1}\cdot C_\xi\right)^{m_1}\cdot\left(2\cdot C_{\sigma2}\cdot C_\varepsilon\right)^{m_2}\cdot\left(C_{\sigma3}\cdot C_T\right)^{m_3}\cdot$$
$$\cdot(H_i)^{m_1}(\Gamma_i)^{m_2}(T)^{m_3}\,, \tag{11}$$
$$\text{при } T = C_T\cdot\exp(\theta_3'')\cdot Cos\mathrm{B}_3\Phi,$$

где $m_1 = \frac{\mathrm{A}_1'}{\mathrm{B}_1}$, $m_2 = \frac{\mathrm{A}_2'}{\mathrm{B}_2}$, $m_3 = \frac{\mathrm{A}_3'}{\mathrm{B}_3}$.

Тогда $T_i = \chi\cdot(H_i)^{m_1}\cdot(\Gamma_i)^{m_2}\cdot(T)^{m_3}$. При этом $\mathrm{B}_1 = \mathrm{B}_2 = \mathrm{B}_3 = \mathrm{A}$.

Модель (1ж) можно скорректировать

$$k = C_\sigma\cdot(H_i)^{m_1}\cdot(\Gamma_i)^{m_2}\cdot(T)^{m_3}\cdot\exp\theta_4' \tag{12}$$

Выражение (12) является составной частью решения (4а), если его привести к виду, используя фундаментальную подстановку. Отличается от (4а), выражением $\exp\theta_4'$, тогда

$$k = C_\sigma\cdot\exp\theta_1'\cdot\exp\theta_2'\cdot\exp\theta_3'\cdot\exp\theta_4' = C_\sigma\cdot\exp\theta'\,, \tag{13}$$

где $\theta' = \theta_1' + \theta_2' + \theta_3' + \theta_4'$, $\theta_1' = -\mathrm{A}_1\theta$, $\theta_2' = -\mathrm{A}_2\theta$, $\theta_3' = -\mathrm{A}_3\theta$, $\theta_4' = -\mathrm{A}_4\theta$

или $\theta' = \left(\mathrm{A}_1 + \mathrm{A}_2 + \mathrm{A}_3 + \mathrm{A}_4\right)\cdot\theta' = \mathrm{A}\cdot\theta$.

Для (13) имеют место те же соотношения Коши-Римана $\theta_x' = -\mathrm{A}\Phi_y$, $\theta_y' = \mathrm{A}\Phi_x$. Выражение для температурной задачи представляется в общем виде, чем для (9)

$$T = \exp(\theta_3'')\cdot(C_T'\cdot SinB_3\Phi + C_T''\cdot CosB_3\Phi), \tag{14}$$

тогда

$$k = C_\sigma\cdot(H_i)^{\frac{A_1'}{B_1}}(\tilde{A}_i)^{\frac{A_2'}{B_2}}\cdot(T)^{\frac{A_3'}{B_3}}\cdot\exp\theta_4',$$

где C_σ - постоянная величина, куда вошли значения C_ξ, C_ε. При этом,

$$m_1 = \frac{A_1'}{B_1},\quad m_2 = \frac{A_2'}{B_2},\quad m_3 = \frac{A_3'}{B_3},\quad k = C_\sigma\cdot(H_i)^{m_1}(\tilde{A}_i)^{m_2}(T)^{m_3}\cdot\exp\theta_4'.$$

В литературе известны аналогичные модели, но полученные на основании экспериментальных исследований в условиях однородного напряженного и деформированного состояний [148]. Для разных марок стали предел текучести σ_T в зависимости от интегральных параметров: скорости деформации U, степени деформации ε, температуры T_i, имеет вид

$$\sigma_T = S \cdot \sigma_o \cdot U^a \cdot (10 \cdot \varepsilon)^b \cdot \left(\frac{T_o}{1000}\right)^c . \qquad (15)$$

Используя (12), и выражение (15), как своеобразное граничное условие, можно получить распределение предела текучести по объему очага деформации в зависимости от распределения скорости деформации, степени деформации и температуры. В этом случае формулу Андреюка-Тюленева следует представить как частный случай выражения (12). Это можно сделать, если предположить, что (15) соответствует однородному напряженно-деформируемому состоянию. В реальных процессах ОМД такое явление имеет место при отсутствии контактного трения. При подстановке в (12) значений из (8),(9) и $C_T^{'} = 0$ с учетом $\mathrm{A\Phi} = \theta^{'} = 0$, получим

$$k = C_\sigma \cdot \left(2 \cdot C_{\sigma 1} \cdot C_\xi\right)^{m1} \cdot \left(2 \cdot C_{\sigma 2} \cdot C_\varepsilon\right)^{m2} \cdot \left(C_{\sigma 3} \cdot C_T^{''}\right)^{m3} \qquad (16)$$

Из граничных условий можно получить $C_\sigma = \dfrac{k_o}{\exp\theta_o \cdot Cos\mathrm{A\Phi}_o}$,

Выражение (17) структурно аналогично (16). Следовательно

$k_o = \dfrac{S \cdot \sigma_o}{\sqrt{3}}$, $2 \cdot C_{\sigma 1} \cdot C_\xi = U$, $2 \cdot C_{\sigma 2} \cdot C_\varepsilon = 10\varepsilon$, $C_{\sigma 3} \cdot C_T^{''} = \dfrac{T_o}{1000}$

$m_1 = a$, $m_2 = b$, $m_3 = c$.

Следует подчеркнуть, что U, ε, T_o средние величины по очагу деформации. Определим постоянные величины C_ξ, C_ε, $C_T^{''}$. Сопоставляя значения формул (15) и (16) запишем для k, с учетом всех изменений

$$k = \frac{S \cdot \sigma_o}{\sqrt{3} \cdot \exp\theta_o \cdot Cos\mathrm{A\Phi}_o} \cdot \left(U \cdot \alpha_\xi\right)^a \cdot \left(10 \cdot \varepsilon \cdot \alpha_\varepsilon\right)^b \cdot \left(\frac{T}{1000} \cdot \alpha_T\right)^c \cdot \exp\theta_4^{'}, \qquad (17)$$

где $\alpha_\xi = \dfrac{\exp(-\theta_1^{''})}{I_1}$, $\alpha_\varepsilon = \dfrac{\exp(-\theta_2^{''})}{I_2}$, $\alpha_T = \dfrac{\exp(-\theta_3^{''})}{I_3}$,

где I_1, I_2, I_3 - соответствующе интегралы по объему от экспонент.

Используя выражение (17) , из уравнений равновесия можно получить формулы для определения нормальных напряжений σ_x и σ_y, действительно

$$\sigma_x = k^{'} \cdot \exp\theta_4^{'} \cdot Cos(A\Phi) + \sigma_0 + f(y) + C, \quad \sigma_y = -k^{'} \cdot \exp(-A_4^{'}\theta) \cdot Cos(A\Phi) + \sigma_0 + f(x) + C, \qquad (18)$$

$$\tau_{xy} = k^{'} \cdot \exp\theta_4^{'} \cdot Sin A\Phi,$$

где $k^{'} = \dfrac{S \cdot \sigma_o}{\sqrt{3} \cdot \exp\theta_o \cdot Cos\mathrm{A\Phi}_o} \cdot \left(U \cdot \alpha_\xi\right)^a \cdot \left(10 \cdot \varepsilon \cdot \alpha_\varepsilon\right)^b \cdot \left(\dfrac{T}{1000} \cdot \alpha_T\right)^c$.

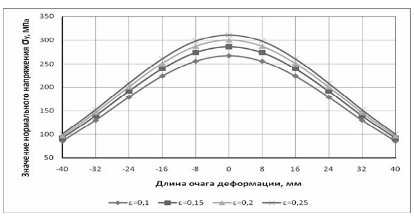
Значения постоянных величин в (17) представлены в работе [4] (экспериментальные данные Андреюка, Тюленева).

Вариант гармонических функций функцией $\mathrm{A\Phi}$, $\theta^{'}$ т.е.

$$\mathrm{A\Phi} = \mathrm{AA}_6 \cdot x \cdot y, \ \theta^{'} = -\frac{1}{2} \cdot \mathrm{AA}_6\left(x^2 - y^2\right). \qquad (19)$$

Используя выражения (18),(19) были подсчитаны напряжения при разных значениях степени, скорости деформации, температуры для разных марок стали, рис.1…4

Решение реагирует на коэффициент трения и фактор формы, как для нормальных, так и касательных напряжений, плавно переходящих через ноль в области нейтральной оси на контакте. На рис.1 показано распределение напряжений при различной степени деформации для Ст3 сп .



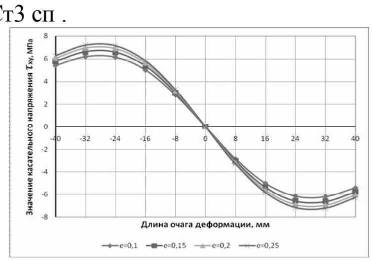


Рис.1. Распределение нормальных и касательных напряжений на контакте в зависимости от степени деформации при $f = 0.3$, $l / h = 5$, $U = 10c^{-1}$, $T = 1000^o C$

Анализ показывает, что марка стали и величина обжатия ε изменяют характер распределения напряжений в зоне течения металла. Для той же марки стали получено распределение напряжений на контакте при разных скоростях деформации, рис.2. При горячей обработке температурный фактор является определяющим. Он также характеризует распределение напряжений в объеме деформируемого материала, рис.3. Разные марки стали представлены на рис.4.

Рис.1. Распределение нормальных и касательных напряжений на контакте в зависимости от степени деформации при $f = 0.3$, $l/h = 5$, $U = 10c^{-1}$, $T = 1000^{o}C$

Рис.2. Распределение нормальных и касательных напряжений на контакте в зависимости от скорости деформации U **при** $f = 0.3$, $l/h = 5$, $\varepsilon = 0.1$, $T = 1000^{o}C$

Рис.3. Распределение нормальных и касательных напряжений на контакте в зависимости от температуры при $f = 0.3$, $l/h = 5$, $U = 10c^{-1}$, $\varepsilon = 0.1$.

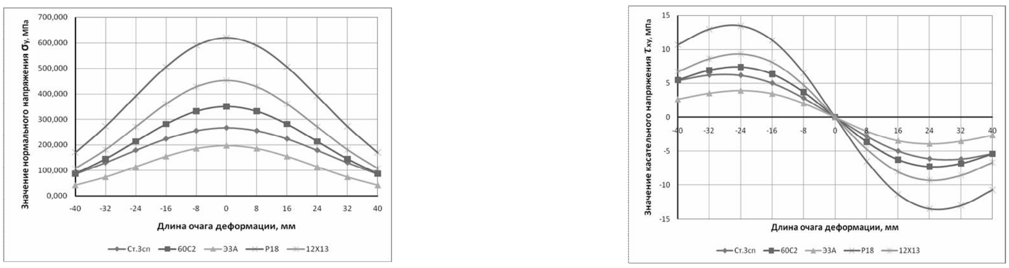


Рис.4. Распределение нормальных и касательных напряжений на контакте для разных марок стали при $f = 0.3, l/h = 5, \varepsilon = 0.1, U = 10c^{-1}, T = 1000^{o}C$

Выводы

Помимо влияния контактного трения и фактора формы появляется возможность аналитически учитывать распределение напряжения текучести не только на контактной поверхности , но и во всех точках очага деформации в зависимости от термомеханических параметров процесса. Это делает расчет напряженного состояния пластической среды более достоверным, и, при известных деформационных и температурных полях возможности расчета становятся перспективными с точки зрения прогнозирования механических свойств полосы по объему очага деформации.

Список литературы

1. .Динник А.А. Истинные пределы текучести стали при высоких температурах и скоростях деформации. В сб. «Обработка металлов давлением» , вып. 39,Металлургиздат,1960.
2. .Соколов А.А. Сопротивление металлов пластической деформации. М.:Металлургиздат.-1963.-284 с.
3. Андреюк Л.В., Тюленев Г.П. // Сталь.-1972.-№9.-с. 825…828.
4. Целиков А.И.. Теория расчета усилий в прокатных станах.М.: Металлургиздат,1962.- 494 с.
5. .Чекмарев А.П,. Нефедов А.А, Николаев В.А.. Теория продольной прокатки.-Харьков: Изд-во Харьковского государственного ун-та,1965.-206 с.
6. Чигиринский В.В. Метод решения задач теории пластичности с использованием гармонических функций// Изв вузов. Черная металлургия.- 2009.- №5.- с. 11-16.