

ВИЗНАЧЕННЯ ВЛАСНИХ ЧАСТОТ ТА ФОРМ КОЛИВАНЬ РАДІАЛЬНО-УПОРНОГО КУЛЬКОВОГО ПІДШИПНИКА

Проведено теоретичне дослідження закономірностей змінення власних частот і форм коливань радіально – упорного шарикового підшипника гіперлегкої серії 2-го класу точності. Визначено величини власних частот на одному обороті сепаратора (комплекта шариків) і встановлено подібність характеру їх змінення зміненням величин радіальних і осевих жорсткостей підшипника.

Theoretical research of regularities of change of fundamental frequencies and shapes of oscillations angular contact ball bearing a consequence of presence errors manufacture of raceway and a package of balls. On an instance loaded by an axial thrust spindle bearing, it is calculated magnitudes of fundamental frequencies on one turnover of a separator (a package of balls) and similitude of character of their changes to changes of magnitudes of radial and axial rigidity of the bearing is installed.

Найбільш дієвими методами оцінки технічного стану роторних машин з опорами кочення, зокрема й шпindelних вузлів, є методи вібродіагностики.

Переваги цих методів пояснюються достатньо високою ступінню детермінованості механічних вібрацій за частотним складом, що дозволяє з достатньою достовірністю ідентифікувати їх причини та джерела.

Так, в спектрі вібрацій ротора, змонтованого на підшипниках кочення можна виділити 4 основні області, які характеризують [1]: 1) наявність і величину дисбалансу (вібрації з частотою, рівною частоті обертання ротору); 2) перебік підшипників опор внаслідок похибок збирання або сприйняття ротором зовнішніх навантажень (вібрації з частотою, рівною подвійній частоті обертання ротору); 3) якість приводу обертання (вібрації на характерних частотах привідного механізму); 4) похибки виготовлення доріжок і тіл кочення підшипників (так звані «підшипникові вібрації», пов'язані із частотами, що визначаються кінематикою підшипників).

Власне «підшипникові вібрації» належать до середньо- і високочастотних, і тому у високооборотних підшипниках можуть значно підсилюватись на частотах, близьких до частот їх власних коливань.

При дослідженні динамічних характеристик кулькових підшипників зазвичай застосовується пружно-деформаційна модель у вигляді внутрішнього кільця на пружній підвісці [2, 3]. Число пружних зв'язків між зовнішнім та внутрішнім кільцями підшипника відповідає кількості кульок (контактних груп). В обох вищевказаних роботах вказується на необхідність врахування в моделі нелінійності пружних зв'язків і пропонуються методи її врахування або через кінематичне збурення [2], або через деформації в контактних групах [3]. При цьому обидві моделі побудовані на розрахунку радіальних вібрацій підшипника без їх зв'язку із осевими, що робить їх непридатними для розрахунку вібрацій радіально-упорних кулькових підшипників, які є основним видом підшипників кочення, що використовуються в опорах високооборотних шпindelних вузлів.

Метою цієї роботи є визначення власних частот і форм коливань радіально-упорних кулькових підшипників з урахуванням нелінійної жорсткості контактних груп, обумовленої похибками виготовлення доріжок кочення кілець та комплекту кульок підшипника.

Для визначення власних частот і форм коливань радіально-упорного кулькового підшипника скористаємося рівнянням вільних коливань у загальній формі з частинним розв'язком у вигляді головних (синхронних і синфазних) коливань [4]:

$$[a]\{\ddot{q}\} + [c]\{q\} = \{0\}, \quad \{q\} = A\{u\} \cos(\omega t - \varphi)$$

де $[a]$ – матриця інерційних коефіцієнтів системи, $[c]$ – матриця жорсткості системи, $\{q\}$ – матриця-стовпець узагальнених координат, $\{u\}$ – матриця-стовпець амплітудних коефіцієнтів, A – амплітуда головних коливань, яка дорівнює амплітуді коливань першої узагальненої координати, якщо вважати $u_{11} = 1$.

Для цього випадку матричне алгебричне рівняння для кутової частоти ω і вектора $\{u\}$ записується у вигляді:

$$([c] - \omega^2 [a])\{u\} = \{0\}, \quad (1)$$

а нетривіальний розв'язок цього рівняння відносно вектора $\{u\}$ існує тільки у випадку, коли

$$\det([c] - \omega^2 [a]) = 0 \quad (2)$$

Для формування матриці жорсткості $[c]$ скористаємося результатами теоретичних досліджень [5, 6], згідно яких, виходячи з припущення абсолютної жорсткості кілець підшипника та незалежності деформування в

контактних групах «тіло кочення – кільця підшипника» матриця жорсткості «неідеального» підшипника може бути поданою у вигляді:

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xy} & C_{xz} \\ C_{yx} & C_{yy} & C_{yz} \\ C_{zx} & C_{zy} & C_{zz} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

де C_{xx} , C_{yy} і C_{zz} – радіальні і осьова жорсткості підшипника, Н/м;

$C_{xy} = C_{yx}$, $C_{xz} = C_{zx}$, $C_{yz} = C_{zy}$ – перехресні жорсткості підшипника, Н/м.

Для «ідеального» підшипника $[C] = \text{diag}(C_{xx}, C_{yy}, C_{zz})$.

Елементи матриці жорсткості $[c]$ розраховуються за залежностями [6] за величинами пружної деформації в кожній окремій контактній групі. Необхідно зауважити, що при цьому використовується квазістатичний підхід з отриманням результатів для фіксованих кутових положень елементів підшипника при дискретному повороті внутрішнього кільця.

Виходячи з цього, при розв'язку рівняння (1) нелінійність пружної характеристики підшипника може бути враховано шляхом розрахунку власних частот та форм коливань підшипника для його послідовних дискретних положень, або представлення елементів матриці жорсткості підшипника у вигляді функцій кута повороту внутрішнього кільця (або сепаратора).

Для дослідження було обрано шпindelний радіально-упорний кульковий підшипник гіперлегкої серії 2-го класу точності SEA 35 фірми SNFA [7]. Основні параметри підшипника: габаритні розміри $d \times D \times B = 35 \times 47 \times 7$ мм, кут контакту $\tau_0 = 15^\circ$, діаметр кульки $d_{w0} = 3,17$ мм, число кульок $z = 26$. Для розрахунків обрано величину попереднього осьового натягу $Q_0 = 370$ Н. Похибки виготовлення підшипника обирались за середньо-імовірнісними спектрами похибок геометрії бігових доріжок кілець і різномірності кульок для підшипників 2-го класу точності [8]. Було прийнято: загальні значення відхилень від круглості доріжок кочення – 0,323 мкм (зовнішнє кільце), 0,340 мкм (внутрішнє кільце), різномірність кульок в комплекті – 0,12 мкм.

Розглянемо порядок визначення власних частот і форм коливань на прикладі їх розрахунку для «0»-го положення вищезазначеного підшипника. Маса внутрішнього кільця підшипника дорівнює 0.015 кг. Матриця жорсткості підшипника розрахована за допомогою авторської програми BearProj.

Таким чином матриця інерції та матриця жорсткості для «0»-го положення будуть такими:

$$a = \begin{pmatrix} 0.015 & 0 & 0 \\ 0 & 0.015 & 0 \\ 0 & 0 & 0.015 \end{pmatrix} \quad c = \begin{pmatrix} 258.99 & -8.59 & -0.189 \\ -8.59 & 259.2 & -0.011 \\ -0.189 & -0.011 & 37.2 \end{pmatrix} \cdot 10^6$$

Відповідно, рівняння (1) і (2) запишуться у вигляді:

$$\left(\begin{pmatrix} 258.99 & -8.59 & -0.189 \\ -8.59 & 259.2 & -0.011 \\ -0.189 & -0.011 & 37.2 \end{pmatrix} \cdot 10^6 - \omega^2 \begin{pmatrix} 0.015 & 0 & 0 \\ 0 & 0.015 & 0 \\ 0 & 0 & 0.015 \end{pmatrix} \right) \{u\} = \{0\} \quad (4)$$

$$\det \left(\begin{pmatrix} 258.99 & -8.59 & -0.189 \\ -8.59 & 259.2 & -0.011 \\ -0.189 & -0.011 & 37.2 \end{pmatrix} \cdot 10^6 - \omega^2 \begin{pmatrix} 0.015 & 0 & 0 \\ 0 & 0.015 & 0 \\ 0 & 0 & 0.015 \end{pmatrix} \right) = 0 \quad (5)$$

Усі корені ω^2 вікового рівняння (5) є дійсними числами, тому що матриці $[a]$ і $[c]$ симетричні, а матриця $[a]$ додатно визначена. Корені будуть додатними, якщо обидві матриці $[a]$ і $[c]$ додатно визначені.

Арифметичні значення квадратних коренів з ω_l^2 є власними кутовими частотами коливальної системи, с^{-1} :

$$\omega_1 = 49799.49; \quad \omega_2 = 129229.63; \quad \omega_3 = 133587.85$$

Підставляючи значення кутової власної частоти в рівняння (4), з умови $u_1 = 1$ отримаємо систему лінійно незалежних рівнянь:

$$\begin{cases} -8.59u_2 - 0.189u_3 = -258.99 \\ -0.011u_2 + 37.2u_3 = -0.189 \end{cases}$$

з якої визначаємо сукупність амплітудних коефіцієнтів (l -их власних векторів), що відповідають l -им власним частотам:

$$[u] = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0.097 & 0.988 & -1.012 \\ 1169.102 & -0.0009 & -0.0008 \end{pmatrix} \quad (6)$$

Власні вектори входять в матрицю амплітудних коефіцієнтів (6) як стовпці. Кожен власний вектор визначає відповідну власну форму коливань.

Власні форми коливань, які відповідають різним власним частотам, мають бути попарно ортогональними з вагою матриць $[a]$ і $[c]$, тобто

$$\{u\}_l^T [a] \{u\}_s = 0; \quad \{u\}_l^T [c] \{u\}_s = 0;$$

Перевіряючи умову ортогональності для нашої задачі отримуємо:

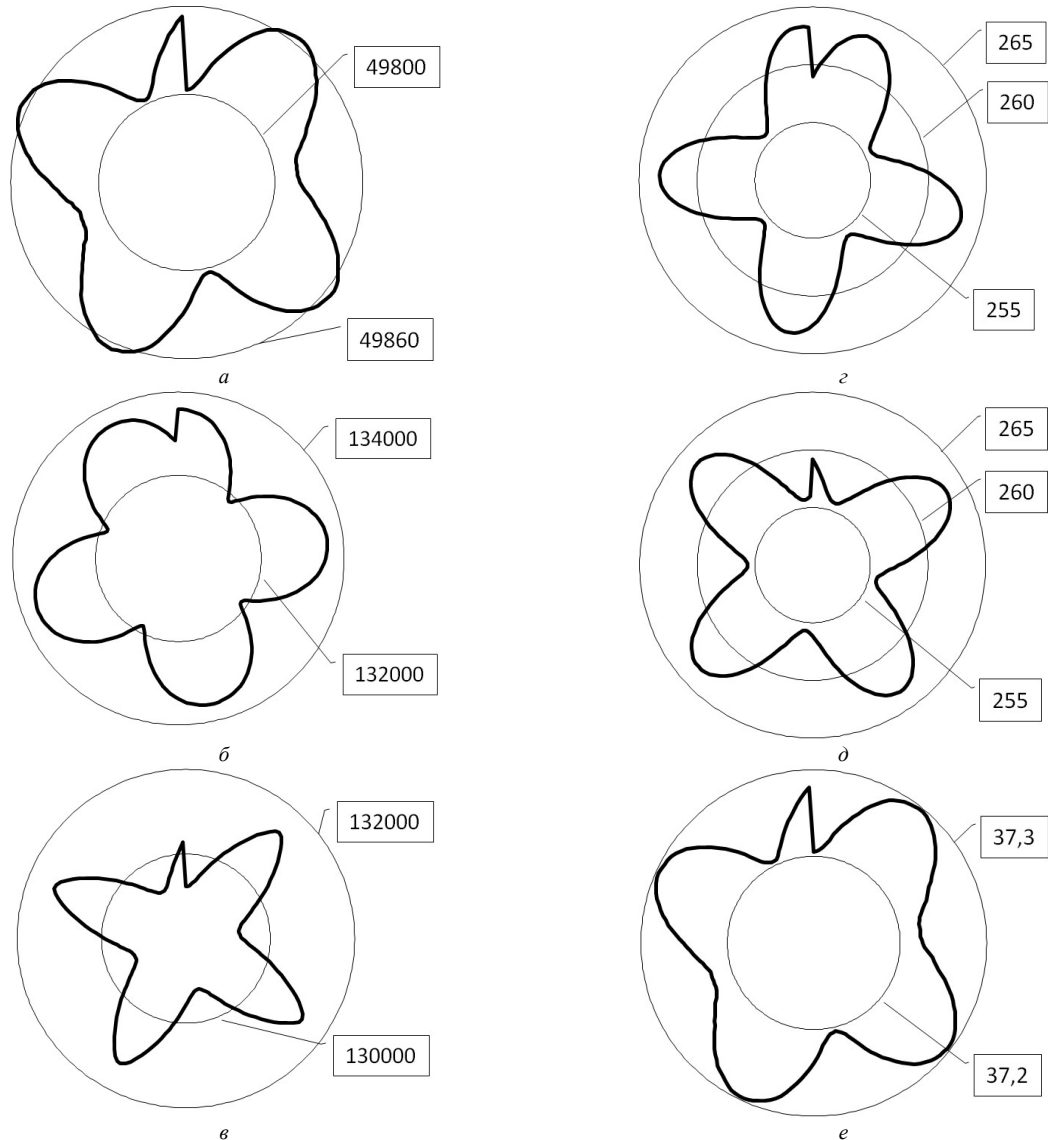


Рис. 1. Колові діаграми власних частот та жорсткостей коливань. а) 1 частота (c^{-1}); б) 2 частота (c^{-1}); в) 3 частота (c^{-1}); г) радіальна c_{xx} (Н/мкм); д) радіальна c_{yy} (Н/мкм); е) осьова c_{zz} (Н/мкм)

$$\{u\}_1^T [a] \{u\}_2 = (1 \ 0.097 \ 1169) \begin{pmatrix} 0.015 & 0 & 0 \\ 0 & 0.015 & 0 \\ 0 & 0 & 0.015 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0.998 \\ -0.0009 \end{pmatrix} = 9.36 \cdot 10^{-13};$$

$$\{u\}_1^T [a] \{u\}_3 = 8.65 \cdot 10^{-13}; \quad \{u\}_2^T [a] \{u\}_3 = -2.13 \cdot 10^{-14}$$

$$\{u\}_1^T [c] \{u\}_2 = 1.56 \cdot 10^{-8};$$

$$\{u\}_1^T [c] \{u\}_3 = 1.54 \cdot 10^{-8}; \quad \{u\}_2^T [c] \{u\}_3 = -3.67 \cdot 10^{-10};$$

Отримані значення близькі до нуля, тому умова ортогональності виконується.

В подальшому, при розв'язку задач про вимушені та параметричні коливання, за отриманими значеннями амплітудних коефіцієнтів можна буде розрахувати зведені або головні коефіцієнти інерції та жорсткості:

$$\{u\}_I^T [a] \{u\}_I = M_I; \quad \{u\}_I^T [c] \{u\}_I = K_I;$$

За аналогічною процедурою на одному оберті сепаратора було розраховано власні частоти і форми коливань для 208 послідовних положень внутрішнього кільця підшипника. Результати розрахунку подані на рис.1 у вигляді колових діаграм.

З отриманих результатів видно, що змінність пружної характеристики підшипника, що виникає внаслідок похибок виготовлення доріжок кочення його кілець та комплекту кульок, спричиняє аналогічну змінність його власних частот коливань (коефіцієнти кореляції за амплітудами гармонік не менші за 0,99).

Зважаючи на результати досліджень [6] щодо закономірностей змін жорсткості підшипника за кутом повороту внутрішнього кільця залежно від величини попереднього осьового натягу, радіального навантаження та частоти обертання внутрішнього кільця, варто очікувати таких же результатів і стосовно змін величин частот власних коливань. Саме ці питання, а також питання розв'язку задач про вимушені та параметричні коливання підшипника будуть предметом подальших розвідок.

Висновки.

1. Теоретичне дослідження власних частот і форм коливань радіально-упорного кулькового підшипника гіперлегкої серії 2-го класу точності, навантаженого зусиллям попереднього осьового натягу, свідчить про те, що наявність похибок виготовлення доріжок кочення кілець та комплекту кульок підшипника, при його обертанні спричиняє змінність величин його власних частот та форм коливань.

2. Характер змінності власних частот підшипника відповідає характеру змінності його радіальних та осьової жорсткостей.

Список літератури

1. Advanced Spectral Analysis. – http://www.pdma.com/pdfs/Articles/Advanced_Spectral_Analysis.pdf.
2. Wensing J.A. On the dynamics of ball bearings /PhD thesis, University of Twente, Enschede, The Netherlands, 1998, P. 173.
3. Upadhyay S. H., Harsha S. P. and Jain S. C. Nonlinear vibration signature analysis of high Speed rotor due to defects of rolling element /Adv. Theor. Appl. Mech., Vol. 1, 2008, no. 7, pp. 301 – 314 (<http://www.m-hikari.com/atam/forth/upadhyayATAM5-8-2008.pdf>).
4. Василенко М.В., Алексейчук О.М. Теорія коливань і стійкості руху. – К.: Вища шк., 2004. – 525 с.: іл.
5. Журавлев В.Ф., Бальмонт В.Б. Механика шарикоподшипников гироскопов. – М.: Машиностроение. 1985. – 272 с.
6. Данильченко Ю.М., Кузнецов Ю.М. Прецизионні шпиндельні вузли на опорах кочення (теорія і практика). - Тернопіль – Київ: Економічна думка, 2003. – 344 с.
7. Высокоточные подшипники. Каталог фирмы SNFA / Gen. Cat. – 9-85-6000 - I.F.E.D.R.S. – Tipostampa – Torino – 62с.
8. Явленский К.Н., Явленский А.К. Вибродиагностика и прогнозирование качества механических систем. – Л.: Машиностроение, 1983. – 239 с.