

М.Г. Кришук¹ д-р.техн.наук, проф., А.М. Лакша² канд.мед.наук,доц., В.О.Єщенко¹ маг.
 1 - НТУ України «Київський політехнічний інститут» м.Київ, Україна;
 2 - Українська військово-медична академія, м.Київ, Україна

ОЦІНКА АДЕКВАТНОСТІ ІМІТАЦІЙНОЇ МОДЕЛІ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ СЕГМЕНТА КІНЦІВКИ З ФІКСАЦІЄЮ ПЕРЕЛОМУ СТЕРЖНЕВИМ АПАРАТОМ ЗОВНІШНЬОЇ ФІКСАЦІЇ

Представлены результаты математического имитационного моделирования напряженно-деформированного состояния большеберцовой кости с переломом фиксированным стержневым аппаратом внешней фиксации (СтАЗФ) при статических нагрузках изгиба, сжатия, кручения. Геометрическое моделирование биомеханической системы «кость-аппарат фиксации» проведено по данным компьютерной томографии неоднородной структуры кости и фактических размеров двадцати четырех элементов устройства фиксации. Величины механических свойств материалов имитационной модели биомеханической системы заданы по литературным данным.

Для экспериментального исследования деформаций натурального образца кости с переломом фиксированным СтАЗФ при вышеприведенных нагрузках использована универсальная испытательная машина серии TIRAtest. Оценка адекватности имитационных моделей биомеханической системы проведена путем сравнения экспериментальных данных линейных и угловых деформаций отломков натурального образца кости.

Submitted the results of mathematical simulation modeling of thigh bone stress-strain state with fractures fixed with rod external fixation system (REFS) under static bending loads, compression, torsion. Geometric modeling of biomechanical systems "bone-fixation device" made according to the computed tomography of bone and heterogeneous structure of the actual size of twenty-four elements of the fixation -device. The values of mechanical properties of materials in simulation models of biomechanical systems are set according to the literature.

For an experimental study of deformations of natural samples with a broken bone fixed by REFS under the above loads used universal testing machine of TIRAtest series. Assessing the adequacy of simulation models of biomechanical systems conducted by comparing the experimental data of linear and angular deformations of the fragments of real specimens of bone.

Вступ

Основою створення адекватних комп'ютерних імітаційних моделей біомеханічних систем є якість знань про об'єкт моделювання, а саме чисельні дані про геометричні характеристики, структуру побудови сполучених неоднорідних елементів конструкцій, анізотропні та ізотропні фізико-механічні властивості в'язкопружних та пружних матеріалів природного та штучного походження, силові та кінематичні умови навантаження.

Для проведення чисельного експерименту по визначенню напружено-деформованого стану (НДС) сполучених елементів конструкцій імітаційних моделей біомеханічних систем, що пружно деформуються [1, 2], необхідна наявність інструментів для геометричного моделювання та інженерного аналізу [3 -5]. Такими являються методи, алгоритми та програмне забезпечення для діагностики фізичних властивостей [6] і визначення структури побудови кісток та м'яких тканин, геометричного моделювання збірки елементів біомеханічних систем та розв'язку контактних задач теорії пружності [2, 4]. Механічні властивості біологічних тканин та металевих елементів конструкцій можуть бути визначені експериментально на дослідних зразках [7] або взяті за статистичними даними їх аналогів із літературних джерел [9-11]. Для створення імітаційних моделей біомеханічних систем [2, 5, 8] необхідні практичні навички роботи з програмним забезпеченням інженерної складності.

Метою роботи є перевірка адекватності результатів імітаційного математичного моделювання НДС натурального зразка великомілкової кістки (ВК) з переломом, фіксованим стержневим апаратом зовнішньої фіксації (СтАЗФ), при стискальному, згинальному та ротаційному статичному навантаженні в натуральному експерименті [8].

Методи та матеріали. Імітаційна модель НДС біомеханічних конструкцій кінцівок з переломами, які фіксовані СтАЗФ, оснований на застосуванні рівнянь механіки суцільного пружного середовища [1] для біомеханічної системи з визначеними фізико-механічними властивостями матеріалів та граничними умовами (функціями силового навантаження та пружних зв'язків, кінематичних обмежень), що відображають суттєві властивості об'єкта моделювання.

Система рівнянь теорії пружності включає диференційні рівняння рівноваги

$$\sigma_{ij,i} + X_i = 0 \left(\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \right), \quad i, j = 1, 2, 3,$$

де σ_{ij} – тензор напружень, X_i – об'ємні сили, u_i – компоненти вектора переміщень, ρ – густина матеріалу.

Деформації елементів біомеханічних конструкцій визначаються із співвідношень Коші

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}), \quad i, j = 1, 2, 3$$

Для пружного середовища з анізотропними (ізотропними) властивостями при визначенні напружень використовується узагальнений закон Гука

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad i, j = 1, 2, 3; \quad k, l = 1, 2, 3,$$

де C_{ijkl}^T – фізичні сталі твердого тіла

Механічні граничні умови визначаються завданням на поверхні $S = S_u \cup S_p \cup S_{pu}$ тіла об'ємом V переміщень (кінематичні умови)

$$u_i = u_i^*(x_k), \quad x_k \in S_u$$

або зусиль (статичні умови)

$$\sigma_{ij}(x_k) \eta_j = \eta_i(x_k), \quad x_k \in S_p$$

або суперпозиції зусиль і переміщень по взаємно ортогональним напрямкам для $x_k \in S_{pu}$.

Для чисельних розв'язків крайових задач теорії пружності на ПЕОМ алгебраїзація неперервних змінних в рівняннях рівноваги біомеханічних систем виконується методом скінченних елементів (МСЕ) [3, 12].

Розрахункові величини переміщень, деформацій та напружень при імітаційному математичному моделюванні НДС біомеханічних систем мають ряд похибок, які можуть бути ранжирувані за джерелами їх походження (формалізації параметрів поставлених задач та вхідних даних, застосуванні чисельного методу та алгоритму, округлення результатів чисельних розв'язків) та мають варіацію статистичних даних в певних інтервалах [3].

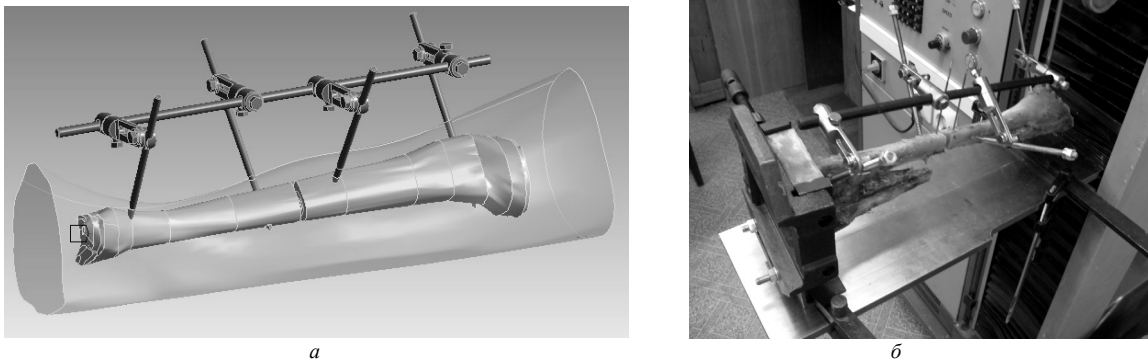


Рис. 1. ВГК з переломом та СтАЗФ: а - тривимірна твердотільна імітаційна модель; б - експериментальний дослідний зразок

Оцінку точності чисельних розв'язків МСЕ в розрахунках НДС біомеханічних систем кісток з переломами, які фіксовані СтАЗФ, контролювали методом забезпечення асимптотичної збіжності отриманих результатів в зонах максимальних градієнтів напружень в результаті кратного збільшення кількості скінченних елементів дискретної моделі.

Перевірку адекватності результатів імітаційного математичного моделювання НДС біомеханічних систем (рис.1а) проводили в процесі експериментального дослідження натурального зразка великогомілкової кістки з переломом фіксованим СтАЗФ (рис.1б).

Просторова твердотільна імітаційна модель тканин ВГК (рис.1а) створена за даними комп'ютерної томографії. Приймаючи до уваги суттєву неоднорідність її будови, виділення значущих шарів кісткової тканини (кортикальний, спонгіозний, кісто-мозковий канал) та шару м'яких тканин виконане за даними рентгенологічної густини. Штучний перелом ВГК змодельовано діастазом з відстанню між кістковими відламками 5 мм та розташовано у діафізарній частині твердотільної моделі. Конструкція СтАЗФ налічує 33 об'єкта збірки металевих елементів (стержнів круглого перетину з різьбою, зажимів, фіксаторів і т.і.) з відомими геометричними параметрами (рис.2). При ідеалізації імітаційної моделі біомеханічної системи введені жорсткі обмеження на кінематичні зв'язки сполучених елементів конструкції.

Базова дискретна модель біомеханічної системи великогомілкової кістки з фіксацією перелому СтАЗФ налічує 98507 вузлів та 41695 об'ємних тетраедральних елементів 41695 (рис.3).

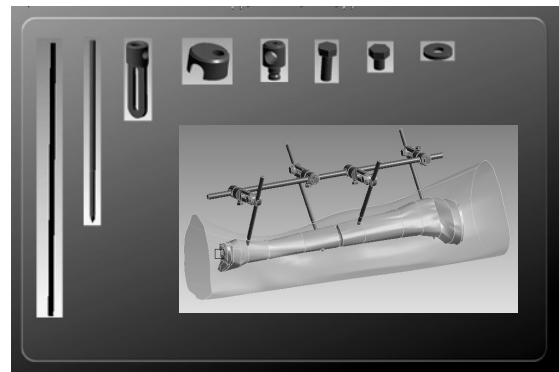


Рис. 2. Типові структурні елементи твердотільної імітаційної моделі стержневої системи фіксації кісткових відламків біомеханічної системи

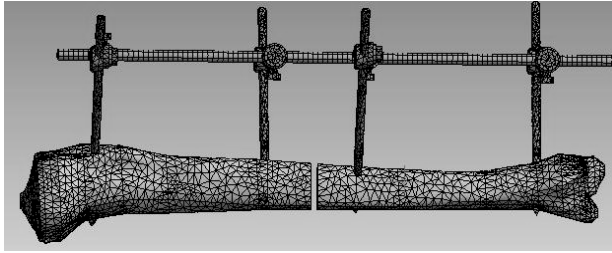


Рис. 3. Базова дискретна скінченно-елементна модель ВГК (без м'язих тканин) і СтАЗФ

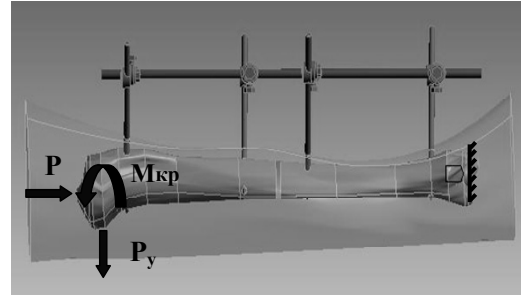


Рис. 4. Схема навантажень імітаційної комп'ютерної моделі біомеханічної системи

Для спрощення розрахунків НДС кожен з типів тканини великогомілкової кістки розглядається гомогенним з ізотропними (спонгіозний шар, кістково-мозковий канал кістки, губчастий шар) та анізотропними (кортикальний шар кістки) властивостями. Середньостатистичні дані для величин модулів пружності та коефіцієнтів Пуассона неоднорідних шарів моделі кістки, які використані в розрахунках, отримані за літературними даними [9 -11].

Чисельний експеримент проводився для трьох видів статичного навантаження: стиск, згин, кручення. Імітаційна модель ВГК з переломом та СтАЗФ була жорстко закріплена по площині дистальної суглобової поверхні (рис.4).

Результати чисельного експерименту представлені на рис.5-7 полями інтенсивності напружень в моделі ВГК з переломом та СтАЗФ в деформованому стані. Для порівняння дається графічний образ моделі біомеханічної системи в недеформованому стані, який відповідає відсутності силового навантаження.

Аналіз НДС біомеханічної системи при стискаючому навантаженні $P_x = 58,9\text{H}$ показує, що тут має місце неоднорідне поле градієнтів напружень та локальна концентрація екстремальних напружень в перетинах стержнів з кістковими тканинами ВГК і вузлах кріплення металевих елементів СтАЗФ. Максимальні величини інтенсивності напружень 105 МПа виникають в металевих елементах СтАЗФ (рис.6). Переміщення кісткових відламків в зоні перелому ВГК складають 2,3мм.

Імітаційне моделювання НДС моделі ВГК з переломом та СтАЗФ кісткових відламків при згинальному навантаженні виконано для статичного зусилля $P_y = 28,9\text{H}$.

Аналіз результатів розрахунків НДС показав виникнення зон локальних концентрацій напружень в околі стику стержнів і кісткової тканини. Найбільші градієнти напружень виникають в

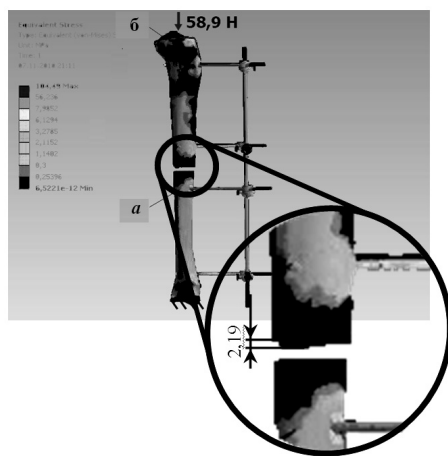


Рис. 5. Поле інтенсивності напружень у ВГК з СтАЗФ при стискаючому навантаженні зусиллям $P_x = 58,9\text{H}$: а – деформований стан; б- недеформований стан

зоні сполучення третього стержня СтАЗФ (рахуючи з проксимального відділу кістки) та великогомілкової кістки. Екстремальні величини головних напружень 15,6 МПа виникають в кортикальному шарі ВГК.

В меншому ступені навантажений спонгіозний шар та суттєво менше (>10 разів) кістномозковий канал ВГК.

Прикладене навантаження головним чином спричинило появу максимальних напружень в стержневому апараті, зафіксоване максимальне значення інтенсивні напружень в якому становить 223 МПа.

Внаслідок дії функціонального згинального навантаження на кістку зі СтАЗФ виникають переміщення кісткових відламків (рис.6, конфігурація б) величиною 10,7мм відносно недеформованого стану системи (рис.6, конфігурація а).

Результати розрахунків для імітаційного моделювання НДС ВГК з переломом та фіксацією кісткових відламків СтАЗФ при ротаційному навантаженні крутильним моментом $M_{кр} = 1430\text{H}\cdot\text{м}$ представлені на рис.7. За даними розрахунків встановлено, що максимальні величини головних напружень в кортикальному шарі кісткової тканини не перевищують 8,3 МПа, а кут переміщення відламків кістки сягає $3,8^\circ$.

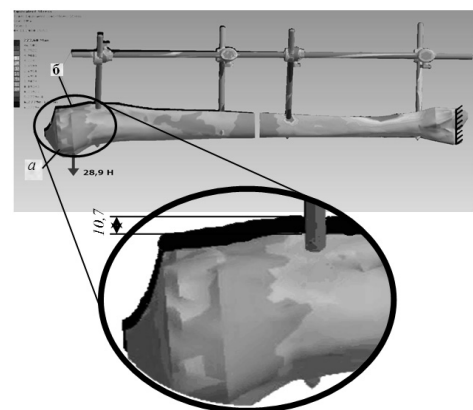


Рис. 6. Поле інтенсивності напружень у ВГК з СтАЗФ при згинальному навантаженні зусиллям $P_y = 28,9\text{H}$: а-деформований стан; б - недеформований стан

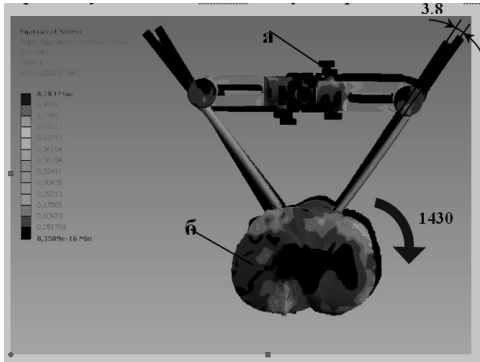


Рис. 7. Поле інтенсивності напружень в кістці з САЗФ при ротаційному навантаженні моментом сил $M_{кр} = 1,43 \text{ Н}\cdot\text{м}$: а–деформований стан; б–недеформований стан

приводить до виникнення додаткових деформацій і є особливістю та перевагою цього методу перед тактильними, як, наприклад, при взаємодії ніжки індикатора штангенциркуля із поверхнею.

Порядок вимірювання досліджуваних параметрів методом цифрового фотографування наступний. На предметний стіл випробувальної машини встановлювався дослідний зразок з попередньо визначеними на ньому реперними точками та фіксувався до предметного столу. Реперні точки розміщувались в фронтальній та сагітальній площинах. На одному рівні з дослідним зразком розміщувалась плитка Іогансона (кінцевий калібр). До предметного столу встановлювався та фіксувався пристрій для фотографування, паралельно дослідному зразку. Розміщувався він так, щоб всі реперні точки знаходились в фокусі об'єктива та були центровані. Зразок фотографували при різних значеннях зовнішнього навантаження. Зміщення опорних точок, що вимірюються на фотографічному образі в пікселях, за відповідною методикою розраховуються в міліметрах.

В процесі випробування на згин (рис.9), зразок кістки з переломом та СтАЗФ піддавався різним навантаженням 10 Н та 20 Н. Так, загальному переміщенню $\Delta'_{p(y)} = 10.06 \text{ мм}$ відповідало навантаження $P_y = 28.9 \text{ Н}$.

При дії на систему згинального навантаження у місці закріплення об'єкту можливе виникнення додаткових деформацій, які впливають на точність експерименту. Для врахування додаткових деформацій проведено експеримент з використанням жорсткого сталевого стрижня, який імітував ВГК. Зазначений стрижень навантажували силою P_y , записували діаграму деформування та розраховували деформації $\Delta''_{p(y)}$ при заданих P_y . Функції деформації (деформації “нетто”) $\Delta_{p(y)}$ дорівнює різниці між $\Delta'_{p(y)}$ та $\Delta''_{p(y)}$. Так, при навантаженні $P_y = 28.9 \text{ Н}$ фактична деформація становила $\Delta_{p(y)} = \Delta'_{p(y)} - \Delta''_{p(y)} = 10.06 - 0.10 = 9.96 \text{ мм}$. Питома деформація при згині складала $\delta_{p(y)} = 9.96/28.9 = 0.3446 \text{ мм/Н}$. За даними випробувань при різних навантаженнях встановлено, що середнє значення величини питомої деформації при згині складає $\delta_{p(y)} = 0.3594 \text{ мм/Н}$. Відхилення даних параметрів випробувань від $\delta_{p(y)}$ визначається величиною $\pm 4.1\%$.

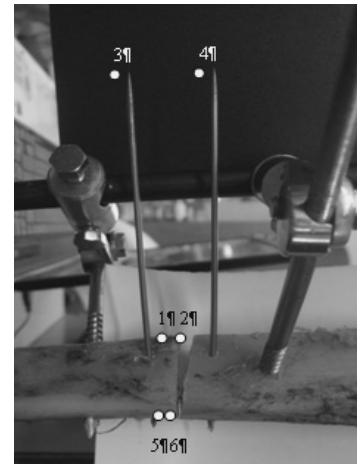


Рис. 8. Опорні точки для вимірювань зміщень при навантаженні ВГК з переломом фіксованим СтАЗФ



Рис. 9. Фрагмент ВГК з переломом у випробуваннях на згин



Рис. 10. Фрагмент ВГК з переломом у випробуваннях на стиск

У випробуваннях при стискальному навантаженні зразка ВГК з переломом та СтАЗФ (рис.10) використовувались дані аналогічного експерименту для аналога кістки без ушкоджень. Встановлено, що загальному переміщенню $\Delta'_{p(x)} = 2.5 \text{ мм}$ в контрольованих точках відповідає навантаження $P_x = 58.9 \text{ Н}$. За діаграмою деформування неушкодженої ВГК при компресійному навантаженні визначено деформацію $\Delta''_{p(x)} = 0.31 \text{ мм}$ в перетині аналогічному перелому.

Таким чином було встановлено, що фактична деформація зразка кістки з переломом та СтАЗФ (деформація «нетто») дорівнює $\Delta_{p(x)} = \Delta'_{p(x)} - \Delta''_{p(x)} = 2.5 - 0.31 = 2.19$ мм. Питома деформація складає $\delta_{p(x)} = 2.19/58.9 = 0.0372$ мм/Н. За даними випробовувань при різних амплітудах навантажень середнє значення величини питомої деформації при стискальському навантаженні складає $\delta_{p(x)} = 0.03815$ мм/Н. Відхилення від середнього значення даних параметрів випробовувань визначена $\pm 2.5\%$.

За результатами випробувань при ротаційному навантаженні (рис.11) великогомілкової кістки з переломом фіксованим СтАЗФ встановлено, що загальному переміщенню $\Delta'_{p(y)} = 10.07$ мм відповідає навантаження $P = 12.4$ Н. За діаграмою деформування жорсткого стрижня при ротації визначена деформація складає $\Delta''_{p(y)} = 0.54$ мм. Фактична деформація (деформація «нетто») дорівнює $\Delta_{p(y)} = \Delta'_{p(y)} - \Delta''_{p(y)} = 10.07 - 0.54 = 9.53$ мм. Для деформації $\Delta_{p(y)} = 9.53$ мм визначено кут закручування $\varphi = \text{arctg}(9.53/150) = 0,063$ рад. Питома деформація при даному ротаційному навантаженні складає $\delta_{\varphi} = 0,063/1430 = 4,4 \cdot 10^{-5}$ рад/ Н·мм. За результатами імітаційного моделювання та експериментального дослідження отримані та зведені у таблицю дані результатів імітаційного моделювання і експериментальних вимірювань переміщень та кутів повороту відламків ВГК з'єднаних апаратом СтАЗФ при трьох видах силового навантаження.

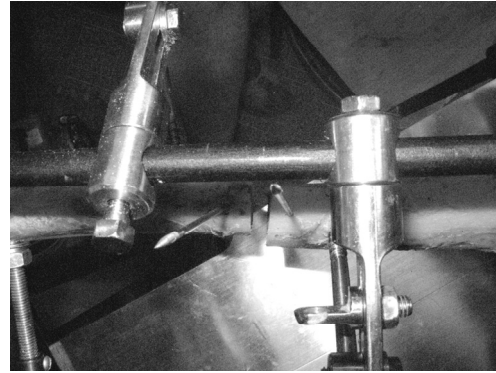


Рис. 11. Фрагмент кістки з переломом у випробовуваннях при ротаційному навантаженні

Таблиця 1

Результати імітаційного моделювання та натурального вимірювання переміщень та кутів повороту кісткових відламків ВГК з'єднаних апаратом СтАЗФ

Вид навантаження	Експеримент мм/град	Імітаційна модель, мм/град	Відносна похибка, %	Середньозважені відхилення, мм/град
Стискальне навантаження	2,19/-	2,3/-	5	0,11/-
Згинальне навантаження	9,96/-	10,7/-	7	0,74/-
Крутильне навантаження	-3,64	-3,8	4	-0,16

Висновки

1. Проведена перевірка адекватності результатів імітаційного моделювання пружного НДС ВГК з переломом фіксованим СтАЗФ при стискальському, згинальному, крутильному статичному навантаженню методами фізичного експерименту для натурального об'єкту. Встановлена відносна похибка визначення деформацій знаходиться в межах інженерної точності та не перевищує 7%.

2. Створення імітаційних моделей ушкоджених кісток кінцівок людини на основі індивідуальних характеристик пацієнта, визначених за даними комп'ютерної томографії та точним визначенням фізико-механічних характеристик матеріалів, дозволяє з високою вірогідністю прогнозувати зміщення між кістковими уламками при різних навантаженнях, таких як інерційні навантаження при транспортуванні постраждалих, функціональні навантаження при реабілітаційних вправах в післяопераційному періоді.

Список літератури

- Бегун П.И., Шукейло Ю.А. Биомеханика: Учебник для вузов. - СПб.: Политехника, 2000.–463с.
- Huiskes R., Chao E.Y.S. A survey of finite element analysis in orthopaedic biomechanics: the first decade // J. Bio-mech. – 1983. – № 16. – P. 385–409.
- Цибенко О. С., Кришук М. Г. Системи автоматизованого проектування та інженерного аналізу в машинобудуванні: Навчальний посібник. К.: Політехніка, 2008. – 95с
- Образцов И.Ф. Проблемы прочности в биомеханике: Учеб. пособие для тех. и биол. спец. вузов / И.Ф. Образцов, И.С. Адамович, А.С. Барер, И.В. Кнетс, Ю.Г. Конахевич, В.А. Ляпин, Б.А. Потемкин, Г.И. Северин, К.В. Фролов. Х.А. Янсон. – М.: Высш. шк., 1988.
- Бушманов А.В. Математическое и компьютерное моделирование фиксирующих устройств в травматологии. – Благовещенск, 2007
- <http://www.materialise.com/mimics>
- Шидловський М.С., Маланчук В.О., Копчак А.В. Вивчення механічних характеристик кісткової тканини з урахуванням її анізотропії. Вісник НТУУ «КПІ», серія Машинобудування, №59, 2010р, с.34-37
- Шидловський Н.С., Лакша А.М., Лакша А.А. Параметри жорсткості стержневих апаратів зовнішньої фіксації. Вісник НТУУ «КПІ», серія Машинобудування, №59, 2010р, с.34-37
- Natali A. N., Merol E. A., A review of the biomechanic properties of bone as a material. Journal of Biomechanical Engineering. – 1988. – №11. – P. 266-275.
- Odgaard A, Linde F. The underestimation of Young's modulus in compressive testing of cancellous bone specimens. J Biomech. 1991;24(8):691-8.
- Shahar R, Zaslansky P, Barak M, Friesem AA, Currey JD, Weiner S. Anisotropic Poisson's ratio and compression modulus of cortical bone determined by speckle interferometry. J Biomech. 2007. – vol. 40(2). – P. 252-64.
- Bathe K.J. Finite element procedurs in engineering analisis. – Englewood Cliths, 1982.–735p.