

В.Б. Струтинский¹, д-р техн.наук, проф., А.Ю. Рыкунич², Е.А. Весельская¹, студ.
1-НТУ Украины "Киевский политехнический институт", г.Киев, Украина;
2-ЗАТ "Киевское центральное конструкторское бюро арматуростроения", Киев, Украина

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТОХАСТИЧЕСКОГО БАЛАНСА СПРОСА И ПРЕДЛОЖЕНИЯ КОММЕРЦИАЛИЗОВАННЫХ ОБЪЕКТОВ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СОБСТВЕННОСТИ В СФЕРЕ МАШИНОСТРОЕНИЯ

В статье осуществлен анализ объектов интеллектуальной собственности в сфере машиностроения, которые подлежат коммерциализации, изложена разработка математических моделей для данных коммерциализированных объектов, в частности моделей функций спроса.

In the article the analysis of objects of intellectual property is carried out in the field of engineer, which are subject commercialization, development of mathematical models is expounded for these commercialization objects, in particular models of functions of demand.

Актуальность исследований

Коммерциализация объектов интеллектуальной собственности требует прогнозирования закономерностей спроса и предложения на интеллектуальный продукт. Эффективным методом прогнозирования является математическое моделирование. Поэтому разработка новых методов математического моделирования характеристик спроса и предложения есть актуальными.

Постановка проблемы в общем виде

На современных промышленных предприятиях, в научных учреждениях и ведущих университетах Украины накоплен значительный объем результатов производственной и научной деятельности, которые идентифицируются как объекты интеллектуальной собственности (ОИС) и являют собой коммерческую ценность не только для потребителей интеллектуального продукта Украины, но и для широкого круга зарубежных специалистов в отрасли машиностроения. Поэтому актуальной научной проблемой является разработка эффективных методов коммерциализации ОИС в сфере машиностроения.

Связь проблемы с важными научными и практическими заданиями

Разработка эффективных методов математического моделирования характеристик спроса и предложения будут способствовать расширению рынка интеллектуального продукта в сфере машиностроения, что являет собой важную научную и практическую задачу.

Анализ последних исследований и публикаций

В последних исследованиях и публикациях [1, 2] освещено ряд вопросов математического моделирования характеристик спроса на интеллектуальный продукт. В основном, используются детерминированные модели. Стохастического баланса спроса и предложения в литературных источниках не обнаружено.

Решение нерешенной ранее части проблемы

Коммерциализация интеллектуального продукта в сфере машиностроения имеет ряд особенностей. Они обусловлены спецификой спроса и предложения, как на средства производства, так и на продукцию ими произведенную. Сложная взаимозависимость спроса и предложения на интеллектуальный продукт требует новых подходов к оценке процессов коммерциализации. Одним из эффективных подходов является математическое моделирование спроса и предложения на интеллектуальный продукт в сфере машиностроения. Разработка методов моделирования стохастического баланса спроса и предложения относится к нерешенным ранее частям общей проблемы.

Цель и задачи исследований.

Целью данных исследований является разработка эффективных математических моделей стохастического баланса спроса и предложения комерциализованных объектов интеллектуальной собственности.

Для достижения цели поставлены и решены следующие задачи: разработка нелинейных математических моделей функций спроса и предложения; количественная характеристика эластичности функций спроса и предложения; разработка методов определения стохастического баланса спроса и предложения.

Изложение основного материала исследований

Нелинейные математические модели функций спроса и предложения

Спрос на объекты интеллектуальной собственности - это потребность в определенном количестве (объеме) интеллектуального продукта, ограниченная действующими ценами и платежной возможностью пользователей (покупателей). Предложение интеллектуального продукта – это объекты интеллектуальной собственности, которые могут быть предоставлены для продажи по данной цене. Увеличение объема интеллектуального продукта нуждается в дополнительных затратах. Поэтому результирующая цена продукта будет выше. Между ценой и предложениями продукта также есть связь, которая выражается законом предложений: чем выше цена товара, тем выше его предложение. Спрос – это обеспечиваемая финансами потребность покупателя в объектах интеллектуальной собственности.

Закон спроса определяет, что чем выше цена товара, тем ниже на него спрос и наоборот. При этом характеристики спроса описываются нисходящими функциональными зависимостями. Базовой функциональной зависимостью спроса P_0 является обратная функция вида [3]

$$P_0 = C/Q \quad (1)$$

где C - некоторая постоянная; Q – цена.

Предложение S является растущей функцией. Самой простой из них является базовая линейная зависимость цены и предложения [3]

$$S_0 = k Q \quad (2)$$

где k – постоянная.

Математические модели функций спроса и предложения являются достаточно грубыми. Их точность повышается при рассмотрении спроса на массовый (мелкомасштабный) интеллектуальный продукт.

Объект интеллектуальной собственности, который подлежит коммерциализации, имеет определенные особенности. Они заключаются в уникальности отдельного объекта. Поэтому и цена и объем продукта могут изменяться по-разному.

Для установления качественных и количественных характеристик кривых спроса и предложения выполнен анализ результатов маркетинговых исследований массива интеллектуального продукта, связанного с разработкой технологического оборудования и его эффективного использования.

Рассматривались объекты научно-технической информации, которые разработаны в научно-производственных комплексах «высшее учебное заведение – конструкторское бюро - машиностроительное предприятие». Рассматривались результаты спроса и предложения на интеллектуальный продукт связанный с разработкой новейших технологий обработки материалов.

В результате анализа можно сделать выводы об особенностях кривых спроса и предложения. В основном они заключаются в локальных изменениях кривых спроса, появлении на них изолированных участков роста и спада. Данные изменения как правило носят нелинейный и случайный характер. Характерными есть скачкообразные изменения характеристик спроса и предложения. Особое значение имеют участки неоднозначности кривых петлеобразного и зигзагообразного вида (рис.1).

В целом полосы расположения кривых спроса и предложения отражают общие законы микроэкономики (рис.1).

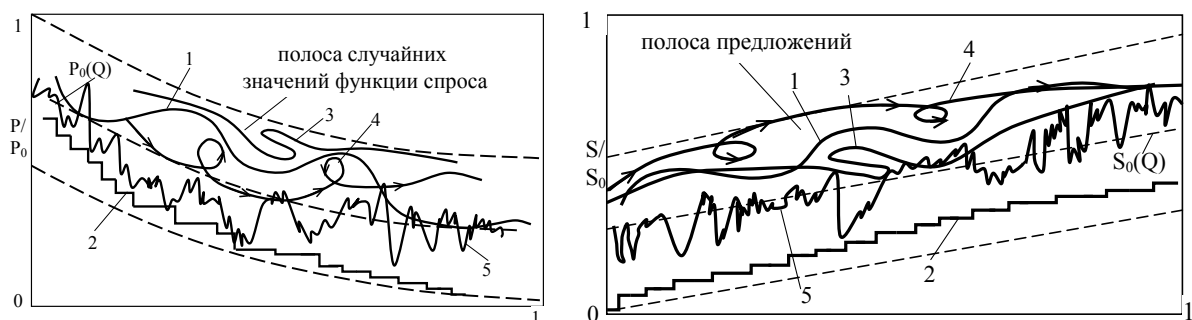


Рис. 1. Типовые зависимости спроса и предложения на интеллектуальный продукт в сфере машиностроения: 1 – зависимости с локальными изменениями; 2 – скачкообразные изменения характеристик; 3 – неоднозначные зигзагообразные зависимости; 4 – неоднозначные петлеобразные зависимости; 5 – стохастические зависимости, расположенные в определенных областях (показаны пунктиром)

В результате анализа возможного вида и особенностей приведенных кривых спроса и предложения рассмотрены их характерные участки [4].

Для математического моделирования спроса на интеллектуальные продукты целесообразно использовать суперпозицию гладких зависимостей и зависимостей для описания особых участков кривой спроса. При этом особые участки будут описаны нелинейными гладкими или разрывными зависимостями, которые могут включать ступенчатые или импульсные функции и случайные процессы различного вида [4].

Зависимости спроса и предложения общего вида описываются математическими моделями:

$$P(Q) = P_0(Q) + \sum_{n=1}^N a_n * (Q - Q_n)^n + P_H(Q) + \sum_{i=1}^N P_i 1(Q - Q_i) + \sum_{k=1}^k U_k^* \cos(k(Q - Q_k)) + V_k^* \sin(k(Q - Q_k)) \quad (3)$$

где $P_0(Q)$ – базовая зависимость функции спроса, a_n – коэффициенты полиномиальной модели, которая дает разложение гладкой однозначной зависимости функции спроса в ряд Тейлора; $P_H(Q)$ – петлеобразная или

зигзагообразная неоднозначная составляющая функции спроса; P_i – ступенчатые изменения функции спроса, соответствующие ее описанию в виде разложения на сумму единичных ступенчатых функций, где ступенчатые изменения функции спроса соответствуют значениям цены Q_i ; U_k^* , V_k^* – случайные числа с нормальным знаком распределения, одинаковыми дисперсиями и нулевыми математическими ожиданиями. Последняя сумма в формуле (3) соответствует каноническому разложению квазистационарного случайного процесса, который определяет случайные колебания спроса при изменении цены, причем колебания спроса вызываются множеством причин случайного характера, равноценно влияющих на характеристики спроса.

Аналогичное (3) разложение получено и для функции предложения. Отличия заключаются в общих тенденциях роста (для спроса) и спада (для предложения) зависимости.

Количественная характеристика эластичности функций спроса и предложения на интеллектуальный продукт

Для оценки маркетинговых характеристик коммерциализованного интеллектуального продукта целесообразно использовать меру оценки в виде эластичности экономических функций [].

Эластичность – это безразмерная величина, которая показывает способность функции $f(x)$ реагировать на изменение аргумента. Эластичность функции в точке называется предел отношения процентного изменения функции к вызвавшему это изменение процентному изменению аргумента (x), т.е.

$$E_f = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(\frac{\Delta f}{f} \cdot 100\%)}{(\frac{\Delta x}{x} \cdot 100\%)}. \tag{4}$$

Эластичность можно определить через средние и предельные величины:

$$E_f = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\frac{\Delta f}{f} \cdot 100\%}{\frac{\Delta x}{x} \cdot 100\%} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \cdot \frac{x}{f(x)} = f'(x) \cdot \frac{x}{f(x)} = \frac{f'(x)}{f_{cp}(x)} \tag{5}$$

Или как логарифмическую производную:

$$E_f = \frac{d \ln f(x)}{d \ln x}, \tag{6}$$

поскольку

$$d \ln f(x) = \frac{df(x)}{f(x)} \text{ и } d \ln x = \frac{dx}{x}. \tag{7}$$

Для функции, заданной на конечном множестве значений X_i , рассматривают конечную (процентную) эластичность:

$$E_y = \frac{\frac{y_2 - y_1}{y_1} \cdot 100\%}{\frac{x_2 - x_1}{x_1} \cdot 100\%}. \tag{8}$$

Эластичность спроса по цене определяется равенствами:

$$E_D = \frac{\frac{dP}{P}}{\frac{dQ}{Q}} = \frac{dP}{dQ} \cdot \frac{Q}{P}, \tag{9}$$

где $P=P(Q)$ – функции спроса (3).

Функция спроса $P=P(Q)$ – убывающая функция, следовательно, эластичность E_D отрицательна (точнее, неположительна) и анализу подвергается величина $|E_D|$.

Учитывая наличие нелинейных, неоднозначных и случайных составляющих кривых спроса и предложения математическая операция дифференцирования для зависимостей (3) должна быть скорректирована. Предложено в качестве сглаженных кривых спроса и предложения использовать интегральную оценку в виде набора простых полиномиальных зависимостей с аддитивными составляющими, которые выступают в роли возмущений ценовой ситуации на рынке интеллектуального продукта. При этом функция (3) в точке Q_m будет описана зависимостью.

$$P = a_{0m} + a_{1m}Q + a_{2m}Q^2 + \delta P_m(Q); \tag{10}$$

где a_{0m} , a_{1m} , a_{2m} – коэффициенты разложения функции спроса; δP_m – возмущающее воздействие на функцию спроса.

При дифференцировании зависимости с целью определения параметров (5)-(9) производная последнего слагаемого, входящего в (10) определяется в поле символических (обобщенных) функций с применением методов статистического дифференцирования.

В зависимости от значений $|E_D|$ различают интеллектуальный продукт эластичного и неэластичного спроса. Если $|E_D| > 1$, т.е. относительное повышение цены на 1% приводит к относительному падению спроса более чем на 1%, и наоборот, падение цены на 1% приводит к увеличению спроса более чем на 1%, то имеет место интеллектуальный продукт эластичного спроса. В противном случае, когда $|E_D| \leq 1$, имеем продукт неэластичного спроса. Существует связь между предельным доходом и эластичностью спроса по цене.

Суммарный доход $R(Q)$ вычисляется по формуле $R(Q) = QP(Q)$, где $P(Q)$ – функция спроса. Тогда предельный доход $R'(Q)$ можно выразить через E_D :

$$R'(Q) = \frac{d}{dQ}(QP(Q)) = P + Q \frac{dP}{dQ} = P \left(1 + \frac{Q}{P} \frac{dP}{dQ}\right) = P \left(1 - \frac{1}{|E_D|}\right). \quad (11)$$

Равенство (11) справедливо для любой функции спроса. Отсюда следует, что при реализации интеллектуального продукта неэластичного спроса ($|E_D| \leq 1$) предельный доход отрицателен и суммарный доход падает; если же спрос на товар эластичен ($|E_D| > 1$), то предельный доход положителен и, следовательно, суммарный доход растет. Справедливо следующее утверждение: для интеллектуального продукта эластичного спроса суммарный доход – есть возрастающая функция.

Эластичность предложения по цене определяется равенствами:

$$E_S = \frac{\frac{dS}{S}}{\frac{dP}{P}} = \frac{dS}{dP} \cdot \frac{P}{S}, \quad (12)$$

где $S=S(Q)$ – функция предложения. Функция предложения $S=S(Q)$ возрастающая, поэтому эластичность E_S неотрицательная, и анализу подвергается величина E_S .

Как и ранее функция предложения имеет составляющую определяемую в поле обобщенных функций.

Стохастический баланс спроса и предложения объектов интеллектуальной собственности

Баланс спроса и предложения определяется динамической моделью. Различают краткосрочный, среднесрочный и долгосрочный (длительный) рыночные периоды. В краткосрочном периоде все факторы создания интеллектуального продукта постоянны (то есть их количество и состояние не меняется), в среднесрочном некоторые факторы являются переменными, в долгосрочном – все факторы переменные (включая объемы представленного на рынке интеллектуального продукта, число производителей и т. д.).

В условиях краткосрочного рыночного периода повышение (снижение) спроса приводит к повышению (снижению) цен, но не отражается на величине предложения. В условиях среднесрочного периода повышение спроса обуславливает не только рост цен, но и увеличение объема интеллектуального продукта, поскольку изменяются некоторые факторы производства интеллектуального продукта в соответствии со спросом. В условиях длительного (долгосрочного) периода увеличение спроса приводит к значительному росту предложения при постоянных ценах или несущественном повышении цен.

Данные динамические модели существенным образом зависят от количественных характеристик функций спроса и предложения и подчиняются закономерностям случайного характера.

Характеристики спроса и предложения могут иметь различный количественный и качественный вид и в своем комплексе охватывают некоторые достаточно широкие полосы, которые характеризуют маркетинговые показатели коммерциализованного интеллектуального продукта. В пределах полос реализации кривых спроса и предложения описываются некоторыми статистическими характеристиками. В результате статистической обработки установлены законы распределения реализаций функций спроса и предложения (рис. 2).

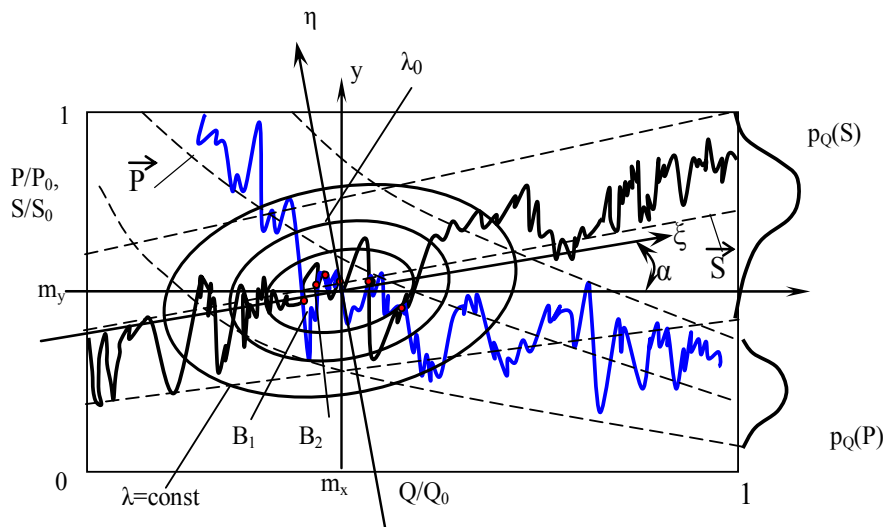


Рис. 2. Графическая иллюстрация стохастического баланса спроса и предложения на интеллектуальный продукт

Законы распределения, как правило, имеют асимметрию и эксцесс. Для характеристики полос расположения функций спроса и предложения использованы их средние значения (кривые \bar{P} и \bar{S}) и ширина полосы. В качестве средних значений можно использовать математические ожидания в сечениях процесса, моду или медиану закона распределений в функции цены Q.

Область пересечения полос спроса и предложения определяет диапазон цен рыночного равновесия, которое устанавливает равновесную или справедливую цену m_x . Для нее характерно, что желание покупателя приобрести товар, которое диктуется законом спроса, совпадает с желанием продавца продать этот товар по данной цене, продиктованной законом предложения.

Предложено определять область пересечения полос функций спроса и предложения в виде стохастического баланса разности случайных изменений спроса и предложения с учетом абсолютных значений характеристик спроса и предложения.

Стохастический баланс спроса и предложения определяется точками пересечения реализаций кривых P и S (точки B_1, B_2, \dots), которые имеют текущие координаты x и y . Точки пересечения кривых спроса и предложения являются случайными. Для оценки вероятности пересечения кривых спроса и предложения использована характеристика стохастического баланса в виде двумерной случайной величины. Максимально вероятное значение области пересечения функций спроса и предложения (точка C с координатами m_x, m_y) устанавливается на основании статистического анализа точек пересечения набора реализаций функций спроса и предложения. Распределение двумерной случайной величины характеризуется кривыми ($\lambda = \text{const}$) равной вероятности и главными направлениями.

Для упрощенного анализа закономерностей стохастического баланса спроса и предложения предложена оценка статистических характеристик в виде двумерного нормального закона, плотность распределения которого определяется формулой:

$$p_{xy}(x, y) = \frac{1}{2\pi\sqrt{(1-r^2)}\sigma_x\sigma_y} \exp \left\{ -\frac{1}{2(1-r^2)} \left[\frac{(x-m_x)^2}{\sigma_x^2} - \frac{2r(x-m_x)(y-m_y)}{\sigma_x\sigma_y} + \frac{(y-m_y)^2}{\sigma_y^2} \right] \right\} \quad (13)$$

Закон распределения зависит от пяти параметров: m_x, m_y – математические ожидания величин x и y ; σ_x, σ_y – среднеквадратические отклонения; r – коэффициент корреляции.

Уравнение эллипса получим из зависимости (13), учитывая, что $p_{xy} = \text{const}$. Уравнение имеет вид:

$$\lambda^2 = \frac{(x-m_x)^2}{\sigma_x^2} - \frac{2r(x-m_x)(y-m_y)}{\sigma_x\sigma_y} + \frac{(y-m_y)^2}{\sigma_y^2} = \text{const}. \quad (14)$$

Центр эллипса находится в точке с координатами (m_x, m_y) . Оси симметрии эллипса составляют с осью координат угол:

$$\alpha = \frac{1}{2} \arctg \frac{2r\sigma_x\sigma_y}{\sigma_x^2 - \sigma_y^2} \quad (15)$$

Ориентация осей эллипса зависит от коэффициента корреляции r случайных величин x и y . Если эти величины некоррелируемые ($r = 0$), то оси эллипса параллельны осям координат x и y . Совокупность эллипсов равной плотности распределения подобны между собой, а их оси совпадают за направлением. Оси эллипсов называются главными осями рассеяния.

Путем перехода от системы координат x, y к системе ξ, η получают каноническую форму нормального закона распределения в виде:

$$P_{\xi\eta}(\xi, \eta) = \frac{1}{2\pi\sqrt{\sigma_\xi\sigma_\eta}} e^{-\frac{\xi^2}{2\sigma_\xi^2} - \frac{\eta^2}{2\sigma_\eta^2}}$$

В формуле σ_ξ, σ_η – главные среднеквадратичные отклонения. Они связаны со среднеквадратичными отклонениями в системе координат x и y в зависимостями:

$$\sigma_\xi^2 = \sigma_x^2 \cos^2 \alpha + r\sigma_x\sigma_y \sin 2\alpha + \sigma_y^2 \sin^2 \alpha,$$

$$\sigma_\eta^2 = \sigma_x^2 \sin^2 \alpha - r\sigma_x\sigma_y \sin 2\alpha + \sigma_y^2 \cos^2 \alpha.$$

Каноническая форма нормального закона рассматривает распределение двух новых случайных величин (Ξ, η), которые являются некоррелируемыми и независимыми.

Для канонической формы нормального закона уравнения эллипсов рассеивания имеют вид:

$$\frac{\xi^2}{\sigma_\xi^2} + \frac{\eta^2}{\sigma_\eta^2} = \lambda^2.$$

При $\lambda = 1$ имеем единичный эллипс рассеивания, полуоси которого равняются главным среднеквадратичным отклонениям.

Вероятность попадания точки пересечения кривых спроса и предложения в эллипс рассеивания равняется

$$P_e((x, y) \in E_\lambda) = 1 - e^{-\frac{\lambda^2}{2}}.$$

В результате математического моделирования стохастического баланса спроса и предложения определяется среднее прогнозное значение спроса и потребления (координата центра эллипса) и его возможные отклонения от среднего равновесного значения.

Отклонения определяются при заданной предельной вероятности маркетинговой операции, которая определяется заданным параметром λ_0 . Вероятной областью стохастического баланса будет кривая (эллипс), соответствующий значению λ_0 .

Выводы

1. Использование нелинейных и случайных зависимостей для описания функций спроса и предложения позволяет существенным образом повысить точность определения данных маркетинговых характеристик интеллектуального продукта.
2. Использование результатов математического моделирования стохастического баланса спроса и предложения на интеллектуальный продукт позволяет целенаправленно влиять на изменение цены продаваемого и покупаемого интеллектуального продукта. Эти изменения могут достигать 30% и выше.
3. В качестве направления дальнейших исследований рекомендуется уточнить законы распределения случайных функций спроса и предложения. При этом будет уточнена область равновесных цен и диапазоны стохастического баланса спроса и предложения.

Список литературы

1. Цыбулев П.Н., Оценка интеллектуальной собственности: учебное пособие / П.Н. Цыбулев, В.А. Денисюк - К.: УкрИНТЭИ – 2002. – 216 с.
2. Струтинський В. Б. Розробка ефективних методів математичного моделювання характеристик попиту комерціалізованих об'єктів інтелектуальної власності в сфері машинобудування / В. Б. Струтинський, Весельська К.В., Рикуніч А.Ю. // Науковий вісник ЧДІЕУ. Серія 1, економіка: збірник наукових праць. – Чернігів: ЧДІЕУ, 2010. - №3 (7). – 200 с. – С.114-120.
3. Плис А. И. МATHCAD 2000. Математический практикум для экономистов и инженеров. / А. Плис, Н. Сливина – М.: Финансы и статистика, 2000. – 655 с.
4. Струтинський В. Б. Математичне моделювання процесів та систем механіки / В. Б. Струтинський – Житомир: ЖІТІ, 2001. – 616 с.