

## МОДИФИЦИРОВАННЫЕ МОДЕЛИ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПОРОШКОВЫХ МАТЕРИАЛОВ НА ОСНОВЕ ПЛАСТИЧНЫХ И ТРУДНОДЕФОРМИРУЕМЫХ ПОРОШКОВ

---

*Запропонована модель пластичної деформації порошково-пористих середовищ, яка, на відміну від відомих, поряд з пористістю, накопиченою деформацією матеріалу твердої фази, чутливістю часток порошку до зчеплення, враховує також і міру деформованості часток. Проведено моделювання методом кінцевих елементів процесу пресування виробу, що має перехід по висоті. Для матеріалу, що важко деформується, визначена область можливої появи розшарувальних тріщин.*

*The new model of plastic flow of porous bodies and powders is suggested. Unlike to known models which are sensitive to porosity and accumulated strain, the suggested one takes into account the adhesion and measure of deformability of powders particle. In framework of obtained relationships the stress and density fields within the complex shape part are studied for some of pressing diagrams. The domain of possible appearance the overconsolidated cracks are obtained. The special role of the inclination to deformability in formation of overconsolidated crack is clarified.*

---

Процессы деформирования встречаются в технологиях порошковой металлургии дважды - как на стадии получения пористого полуфабриката из порошка, так и на стадии финишной обработки самого полуфабриката. Таким образом, при изучении и проектировании соответствующих процессов речь фактически идет о некоем промежуточном состоянии материала, который в исходном состоянии является порошком, а в конечном – пористым телом, способным сопротивляться растягивающим нагрузкам. Именно различная механическая реакция данного материала при растяжении и сжатии является одной из наиболее характерных особенностей пористых полуфабрикатов. Другой характерной особенностью таких материалов является способность необратимо изменять свой объем. В частности, возможность уплотняться при схемах нагружения с преобладающей гидростатической компонентой составляет основу большинства технологических процессов порошковой металлургии.

Было установлено, что, несмотря на дисперсный характер материала в исходном состоянии, его поведение при деформировании целесообразно описывать в рамках представлений континуума. Таким образом, теория деформирования порошковых материалов оказалась одним из разделов механики необратимых деформаций, хотя и весьма специфичным. Данная теория, представляющая собой совокупность моделей, близка по духу концепциям накопления повреждений [1]. Первые версии теорий деформирования порошковых материалов в качестве одного из основных параметров поведения содержали относительную плотность среды или, связанную с ней пористость, которая, в определенном смысле, близка параметрам повреждаемости [2,...,10]. Для пористых материалов и для порошков пластичных металлов в модель вводились также параметры, обобщающие параметр Одквиста или параметр Тейлора для компактных металлов. В рамках моделей указанного типа удалось сформулировать ряд качественных методов теории пластичности необратимо сжимаемых тел, а также создать алгоритмы для решения одной из центральных проблем технологий компактирования порошков – связать схему прессования с распределением плотности. Указанные результаты нашли отражение в ряде учебно – методических пособий и коммерческих пакетах программ, успешно используемых как в порошковой металлургии, так и в традиционной обработке давлением металлов, содержащих дефекты типа пор.

Следует отметить, что результаты указанного типа оказывались слабо чувствительными к свойствам порошка. В частности, поведение порошков пластичных и хрупких материалов описывалось одними и теми же моделями, что удачно использовалось при анализе распределения плотности. Однако, при оценке пластической прочности возникали проблемы, поскольку речь идет о разрушении в условиях действия существенной сжимающей шаровой компоненты тензора напряжений. Между тем наиболее распространенные теории хрупкого и пластического разрушения ориентированы на схемы нагружения или деформирования, характеризующиеся растягивающей шаровой компонентой тензора напряжений. Отсутствие решения данной проблемы существенно снижает потенциал порошковой металлургии, когда речь идет о безотходных методах получения изделий сложной формы.

В данной работе предлагается единый подход к описанию деформирования порошков и пористых тел, в котором учитываются особенности поведения как пластичных так и труднодеформируемых металлов. Предлагается обобщенное выражение для параметра упрочнения и критерий второго предельного состояния. Предложенные усовершенствования моделей уплотнения порошков иллюстрируются расчетно – качественной методикой оптимизации схемы прессования для разных типов порошков.

**Общие положения: поверхность и контур нагружения, ассоциированный закон течения.** При изложении модели используются ключевые понятия континуальной механики пластических деформаций. В частности,

предполагается существование поверхности нагружения, а также справедливость ассоциированного закона течения. Всюду в дальнейшем материал рассматривается как изотропный во все моменты деформирования, а его поведение контролируется первым инвариантом тензора скоростей деформаций и вторым инвариантом его девиатора. Из сказанного следует, что поверхность нагружения является поверхностью вращения относительно гидростатической оси. Поэтому, с целью наглядности геометрической интерпретации модели и ее приложений, наряду с поверхностью нагружения в дальнейшем используется контур нагружения – сечение поверхности нагружения плоскостью проходящей через гидростатическую ось.

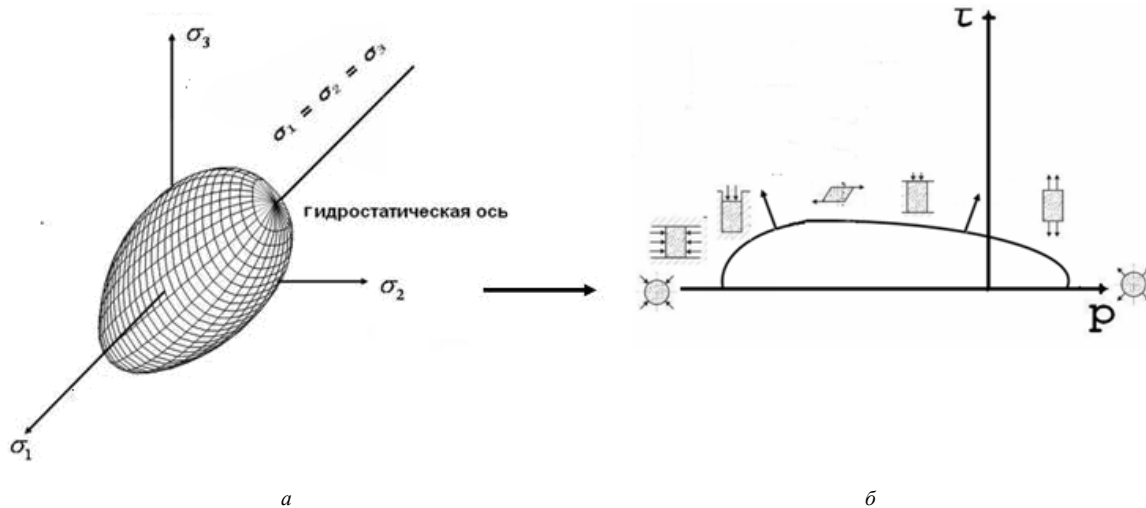


Рис. 1. Поверхность нагружения (а) и контур нагружения (б) необратимо сжимаемых тел

Для необратимо сжимаемых тел поверхность нагружения в пространстве напряжений является замкнутой и выпуклой [2,...,11]. Эти же свойства наследует и контур нагружения, рассматриваемый в дальнейшем в системе координат  $p - \tau$ , где  $p$  – первый инвариант тензора напряжений, деленный на 3, а  $\tau$  – определяется равенством

$$\tau = \sqrt{s_{ij}s_{ij}},$$

где  $s_{ij}$  - девиатор тензора напряжений.

Контур нагружений (рис.1, б) весьма удобен для геометрической интерпретации процессов нагружения и деформирования, используемых в порошковой металлургии. В соответствии с ассоциированным законом течения часть контура, проекция нормали к которому направлена вдоль положительного направления оси  $p$ , характеризует те напряженные состояния, при которых материал разрыхляется. На остальной части контура располагаются напряженные состояния, обеспечивающие уплотнение.

Особенностью порошковых материалов в дисперсном состоянии является то, что они не оказывают сопротивления растягивающим деформациям. Поэтому, по крайней мере, в начале процесса поверхность нагружения, которая в этом случае совпадает с поверхностью текучести, располагается левее октаэдрической плоскости  $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0$ , а контур нагружения несвязанных порошков лежит левее оси  $\tau$ .

Геометрия поверхности нагружения определяется как природой порошка, так и траекторией деформирования. Существенным при этом оказывается влияние двух факторов - склонности к деформированию и склонности к схватыванию частиц. У порошков пластичных металлов эта склонность проявляется сильнее. В противоположность этому порошки труднодеформируемых металлов, керамики или геоматериалы в ходе деформирования по большинству траекторий демонстрируют склонность к разрушению.

**Обобщенная модель пластического течения порошков пластичных и трудно-деформируемых материалов.** Анализ известных экспериментальных данных позволяет заключить, что указанные факторы влияют на форму поверхности нагружения [12]. Склонность к схватыванию определяет возможность обретения порошком в ходе деформирования способность сопротивляться растягивающим деформациям. Поэтому, для таких материалов контур нагружения может находиться как правее, так и левее оси  $\tau$ , хотя сопротивление растяжению меньше, чем сжатию. Другой фактор – склонность к разрушению достаточно полно изучен в механике геоматериалов и сыпучих сред минеральной природы, где данному явлению обычно предшествует разрыхление – рост объема, пористости и уменьшение плотности. Его связывают с возможностью деструкции образца при таких схемах нагружения, при которых обычные металлы деформируются без разрушения, в частности, при свободной осадке. Поскольку показателем разрыхления в рамках ассоциированного закона является направление проекции вектора нормали к контуру нагружения, склонность к разрушению может быть связана со значением шаровой компоненты напряжений, при которой происходит разрушение. В этой же точке достигается наибольшее значение  $\tau$ . Эта склонность тем более выражена, чем ближе указанная компонента к напряжению всестороннего сжатия. Сказанное выше подтверждается данными экспериментов, приведенных в [12, 13].

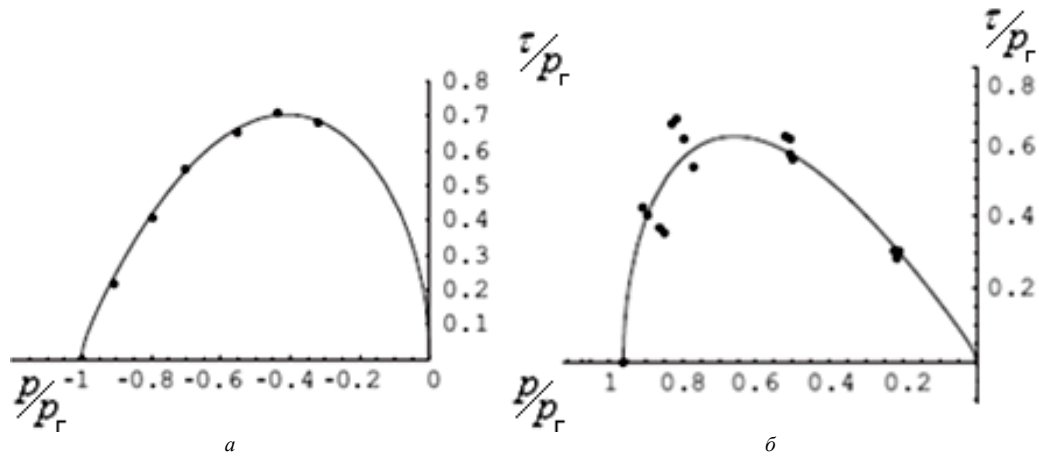


Рис. 2. Контур нагружения для: а – порошка алюминия, б – песка

С целью учета указанных факторов было предложено обобщение существующих выражений для потенциала нагружения, основанных на эллипсоидальных моделях пластичности (модели С. Шимы, Р.Грина, В.В. Скорохода, В. Д. Рудя, О.В. Михайлова, Cam – Clay). Так же, как и в указанных моделях, уравнение поверхности нагружения принимается в виде (1)

$$F = \frac{(p - p_0)^2}{\psi} + \frac{\tau^2}{\varphi} - \tau_s^2 = 0, \quad (1)$$

где  $p_0$  - значение шаровой компоненты напряженного состояния, при которой объем не изменяется. Однако, в отличие от них, размер полуоси эллипсоидального контура принимается зависящим от  $P$  по следующему закону.

$$\begin{cases} \psi = \psi_1 & \text{при } p \leq p_0 \\ \psi = \psi_2 & \text{при } p \geq p_0 \end{cases} \quad (2)$$

Непосредственное выражение для материальных функций  $\varphi$ ,  $\psi$  и  $p_0$  дается формулами (3) – (6)

$$\varphi = \frac{1}{(1+m)^2} \cdot (1-\theta)^3 \cdot (1 - |2 \cdot a - 1|)^2 \quad (3)$$

$$\psi_1 = \frac{8}{3} \cdot \frac{(1-\theta)^4}{\theta} \cdot \frac{(1-a)^2}{(1+m)^2} \quad (4)$$

$$\psi_2 = \frac{8}{3} \cdot \frac{(1-\theta)^4}{\theta} \cdot \frac{a^2}{(1+m)^2} \quad (5)$$

$$p_0 = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \tau_s \cdot \frac{(1-\theta)^2}{\sqrt{\theta}} \cdot \left( \frac{1-m-2 \cdot a}{1+m} \right) \quad (6)$$

куда, наряду с пористостью  $\theta$  и приведенным напряжением течения твердой фазы  $\tau_s$ , входят два новых параметра  $a$  и  $m$ , изменяющиеся в диапазонах  $0 \leq a \leq 1$ ,  $0 \leq m \leq 1$ .

Поскольку в точке сопряжения  $p = p_0$  уравнение контура нагружения обладает достаточной гладкостью, связь между напряжениями и скоростями пластических деформаций может быть установлена на основе ассоциированного закона течения. Одним из важных для последующего анализа его следствий является наличие прямой пропорциональной зависимости между скоростью изменения объема и разностью  $p - p_0$ :

$$e \sim p - p_0 \quad (6a)$$

**Контур нагружения, их чувствительность к материальным параметрам.** Соотношения для известных моделей вытекают из (1) – (6) при различных сочетаниях  $a$  и  $m$ . Если  $a = 0.5$  и  $m = 0$ , представленная модель превращается в модель С. Шимы – Р. Грина, которая используется для описания поведения связанных пористых тел.

При  $a=0.5$  и  $m=1$ , соотношения (1) – (6) соответствуют модели Сам – Слай, описывающей несвязанные дисперсные системы. Случай  $0 \leq m \leq 1$  соответствует спеченным пористым материалам, содержащим несовершенные контакты (В. З. Мидуков, В.Д. Рудь [7]). При  $0 \leq a \leq 0.5$  и  $m=0$  получаем модель О.В. Михайлова [8].

В общем случае влияние различных сочетаний материальных параметров на положение контура нагружения приведено на рис. 3.

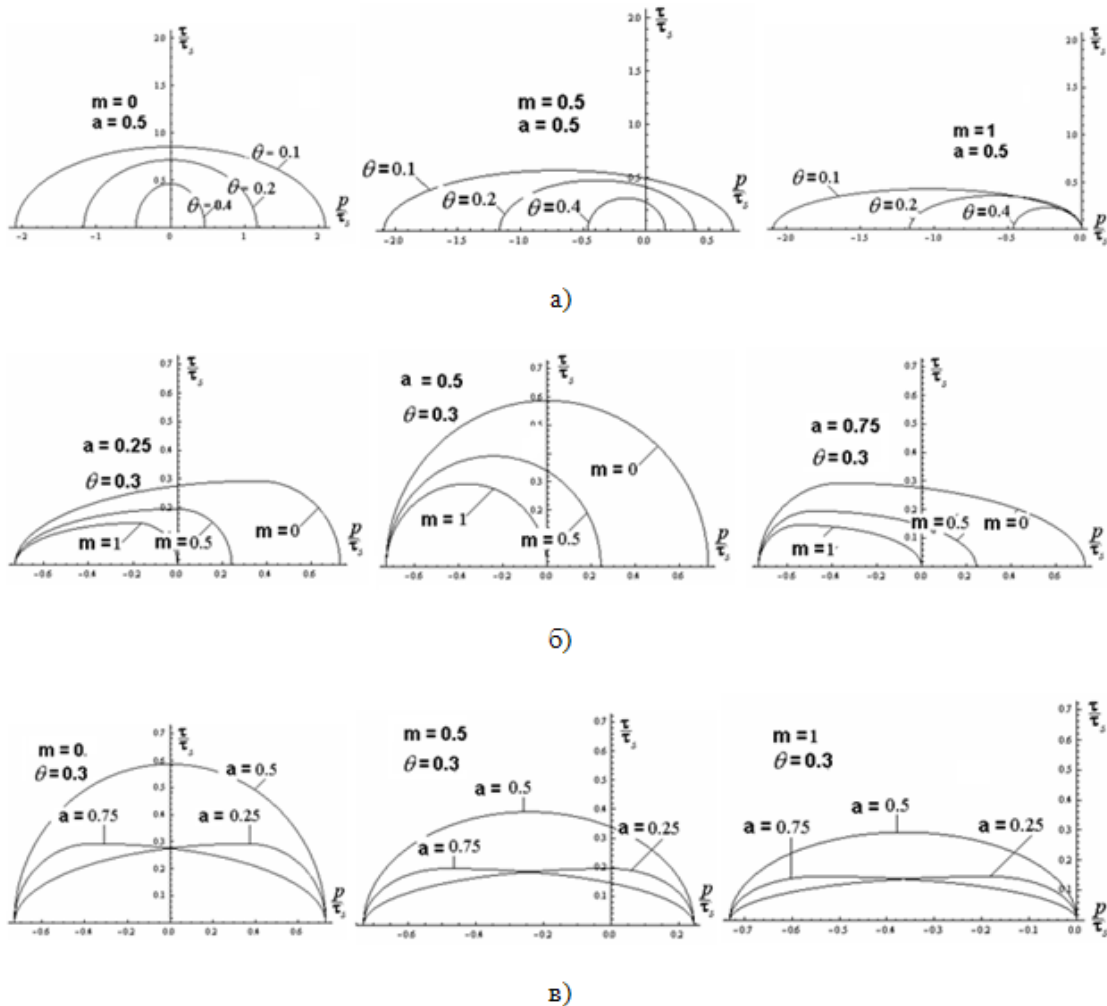


Рис. 3. Контур поверхности нагружения при различных значениях материальных параметров:  $\theta, a, m$

Для данной модели может быть введено понятие эквивалентной скорости деформаций, которая определяется из выражения для удельной скорости диссипации энергии

$$w = \frac{\sqrt{\gamma^2 \varphi + e^2 \psi}}{\sqrt{1-\theta}} + \frac{p_0}{\tau_s} \cdot \frac{e}{1-\theta} \quad (7)$$

где  $e$  – скорость изменения объема, а  $\gamma = \sqrt{\bar{e}_{ij} \bar{e}_{ij}}$  – скорость изменения формы ( $\bar{e}_{ij}$  – девиатор скоростей деформаций).

Отсюда может быть получено выражение для эквивалентной деформации  $\omega$ , которая является еще одним параметром состояния.

$$\frac{d\omega}{dt} = w \quad (8)$$

Когда материал несжимаем и пористость отсутствует, параметр трансформируется в параметр Одквиста. В том случае, когда сформулирована процедура определения связи между  $\tau_s$  и  $\omega$ , указанные соотношения могут быть дополнены условием упрочнения

$$\tau_s = \tau_s(\omega) \quad (9)$$

Для спеченных пористых материалов данное условие может быть принято в том же виде, что и для их твердой фазы. В свою очередь, параметры  $a$  и  $m$  также могут изменяться в ходе деформирования, вследствие чего и для них могут быть сформулированы уравнения эволюции, чувствительные, однако, к природе порошка и траектории деформирования. Их источником могут быть микромеханический анализ либо данные экспериментов. В частности, параметр  $m$  связан с разностойкостью при растяжении и сжатии. В свою очередь, методика определения параметра  $a$ , связанная с определением дилатансии, изложена в [14]. Уравнением эволюции для пористости является

уравнение закона сохранения массы  $\dot{\theta} = (1 - \theta)\dot{e}$ . Аналогичным уравнением для  $\omega$  является соотношение (8).

**Условие исчерпания ресурса пластичности для порошков и пористых материалов.** Так же, как и в работе [15], ресурс пластичности рассматриваемых материалов связывается с устойчивостью их деформирования по Драккеру. В общем случае условие устойчивости деформирования записывается как  $\sigma_{ij}e_{ij} \geq 0$ . С учетом соотношений (1) - (7) исчерпание устойчивости деформирования соответствует достижению равенства ([15]).

$$\frac{\partial D}{\partial \theta} \dot{\theta} + \frac{\partial D}{\partial \omega} \dot{\omega} + \frac{\partial D}{\partial a} \dot{a} + \frac{\partial D}{\partial m} \dot{m} = 0 \quad (10)$$

где  $D$  - удельная скорость диссипации энергии, равная  $\sigma_s w$ . Из (10) очевидно, что ресурс пластичности определяется не только уровнем достигнутых напряжений, но также и траекторией нагружения. В [15] было установлено, что предсказания пластической прочности по критерию (10) для лучевых схем нагружения близки тем значениям ресурса пластичности, которые определяются на основе распространенных критериев пластического разрушения [16].

Каждая из производных, содержащихся в (10), с помощью соотношений (1) – (9) может быть выражена через компоненты тензора напряжений. В свою очередь для лучевых нагружений, с учетом уравнений эволюции, через

компоненты тензора напряжений могут быть выражены и отношения  $\frac{\dot{\theta}}{\dot{\omega}}, \frac{\dot{m}}{\dot{\omega}}, \frac{\dot{a}}{\dot{\omega}}$ . Тогда, аналогично тому, как это

было сделано в [15], можно получить вторую предельную поверхность в пространстве напряжений, которая, в отличие от поверхности нагружения, не является замкнутой в направлении сжимающих гидростатических напряжений.

Ранние модели пластичности сжимаемых материалов содержали лишь один материальный параметр – пористость. Для них устойчивость деформирования по Драккеру обеспечивалась лишь при условии уменьшения пористости. Для спеченных пористых материалов, твердая фаза которых испытывает деформационное упрочнение, устойчивое деформирование может на начальных стадиях нагружения распространяться на области разрыхления [15].

**Особенности разрушения при прессовании порошков в жестких матрицах.** В рамках представлений, развитых в разделах 2 – 4 рассматривается проблема разрушения порошковых материалах при прессовании в жесткой матрице. Несмотря на развитие иных способов уплотнения, указанный метод, по – прежнему, наиболее предпочтителен для получения широкой номенклатуры порошковых изделий. Среди причин, обуславливающих образование дефектов с их последующей трансформацией в расслойные трещины, называют внешнее трение, схему прессования (совокупность кинематических схем движения пресс – элементов) и отсутствие схватывания частиц порошка или их хрупкость. Влияние первых двух факторов достаточно подробно проанализировано в работах [10, 14, 18]. Здесь особое внимание уделено третьей из перечисленных выше причин, способствующих разрушению.

Ниже приводятся результаты сравнительного анализа процессов прессования изделия общий вид (а) которого, поперечное сечение (б), размеры и кинематическая схема (в) приведены на рис. 4. Рассматриваются два вида порошка, один из которых характеризуется высокой степенью деформируемости ( $a = 0.5$ ), а другой - состоит из труднодеформируемых частиц ( $a = 0.9$ ). Для обоих порошков предполагалось, что  $m = 1$ , а деформационным упрочнением можно пренебречь в том смысле, что  $\omega$  не оказывает влияния на другие материальные параметры и поля напряжений и скоростей.

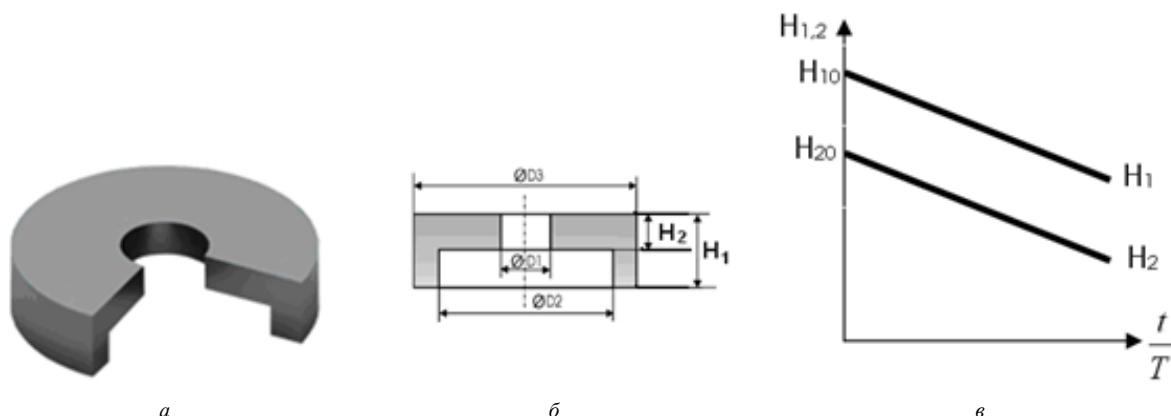


Рис. 4. Порошковое изделие, его поперечное сечение и схема прессования

Предполагалось, что в исходном состоянии оба порошка обладают одной и той же исходной пористостью, равной 0.54. Целью анализа являлось предсказание разрушения при таком виде деформирования. Для этого, в свою очередь, решалась начально – краевая задача механики уплотнения, нацеленная на определение поля величины  $p - p_0$ , которая в соответствии с (6а) пропорциональна объемному изменению. Анализ основывался на уравнениях (1) – (9) и вариационном принципе для задач пластически сжимаемого тела. Вычисления проводились методом конечных элементов по методике, изложенной в [19].

Результаты вычислений приведены на рис. 5 в виде полей величины  $p - p_0$ , деленной на  $\tau_s$

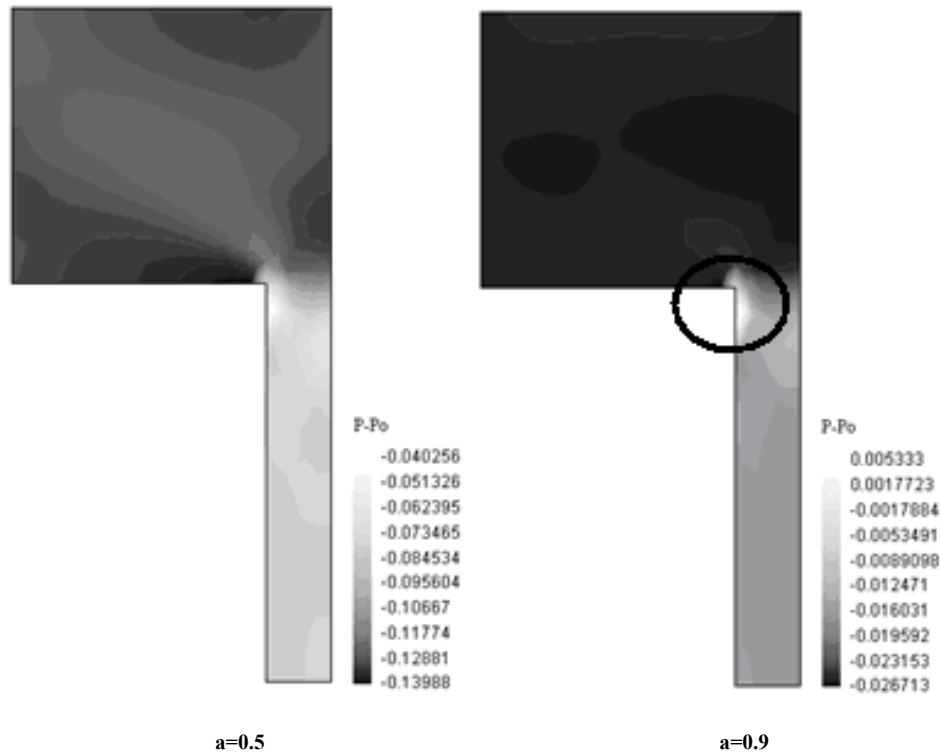


Рис. 5. поля величины  $p - p_0$ , деленной на  $\tau_s$

**Обсуждение результатов и выводы.** Для порошков пластичных металлов ( $a = 0.5$ ) данная величина ( $p - p_0$ ) отрицательна во всем объеме в любой момент прессования. Из соотношения (6а) следует, что, несмотря на неоднородность распределения, скорость объемной деформации также всюду отрицательна – т.е во все моменты прессования имеет место уплотнение и устойчивость деформирования. Иная ситуация имеет место для порошков труднодеформируемых материалов ( $a = 0.9$ ). В окрестности перехода по высоте наблюдается зона, в которой  $p - p_0$  положительно. Здесь, согласно (6а) имеет место возрастание пористости. Поскольку все остальные материальные параметры полагаются неизменными – в данной зоне имеет место потеря устойчивости деформирования. Данный факт дает основание полагать, что именно здесь можно ожидать появление расслоенной трещины.

Установленный факт допускает также и геометрическую интерпретацию. Ситуация, связанная с формированием полей напряжений для обоих типов порошков представлена на рис. 6.

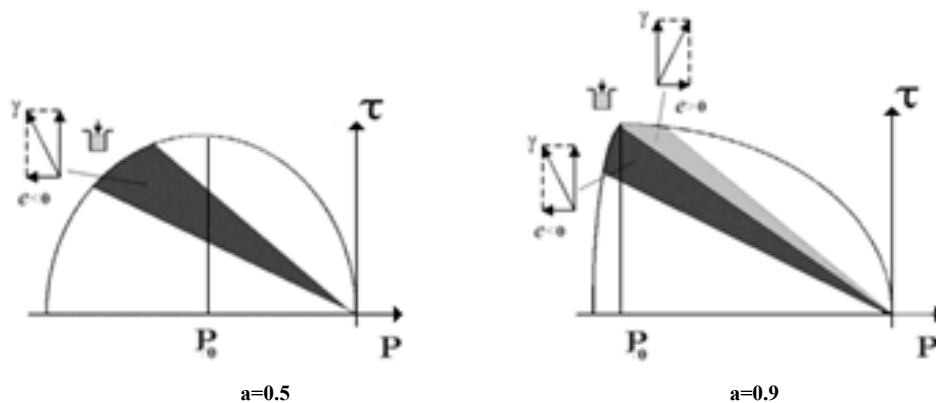


Рис. 6. К геометрической интерпретации образования зон разрушения при прессовании в жестких матрицах.

При том, что диапазон изменения компоненты  $p$  примерно один и тот же, попадание внутрь его величины  $p_0$  зависит от того насколько труднодеформируемым является тот или иной порошок. В данном случае при  $a = 0.9$  это оказалось возможным. Отметим, что точки, лежащие правее абсциссы  $p_0$  характеризуют напряженные состояния, соответствующие разрыхлению.

Полученный результат соответствует экспериментальным данным, приведенным в [10]. Его объяснение может основываться на том, что вопреки интегральному уплотнению, в объеме прессуемого порошка могут существовать зоны, где формируются касательные напряжения. Эти зоны, обычно порождаются неравномерностью деформаций, обусловленных внешним трением или перепадом начальных высот заготовки. Далее, в зависимости от склонности частиц порошка деформироваться, указанные касательные напряжения порождают растягивающие деформации, следствием чего может быть образование небольших областей, где имеет место локальное разрыхление. Вопросы, связанные с подавлением распространения подобного рода дефектов и применением для этого специальных приемов рассмотрены в [14].

Дальнейшее развитие предложенной методологии прогнозирования зарождения и развития дефектов при прессовании нуждается в углублении представлений о природе материальных параметров. Именно это обстоятельство откроет путь к формулировке полной системы эволюционных уравнений и развитию наряду с количественными методами качественных оценок. В свою очередь, их формулировка требует использования получающих в последнее время методов дискретного анализа: метод дискретных элементов, метод мультимасштабного моделирования и других подобным им. Такой подход будет способствовать насыщению предложенной модели параметрами, связанными с конкретными характеристиками порошка.

### Список литературы

1. Бобир М.И., Грабовський А.П., Халімон О.П., Масло О.М., Тимошенко О.В. Кінетика розсіяного руйнування металевих конструктивних матеріалів при пружно-пластичному деформуванні// Проблеми міцності, Київ, 2007, №3, с.23-34.
2. Kuhn, H. A. and Downey, C. L., Deformation characteristics and plasticity theory of sintered powder materials, *Int. Journ. of Powder Metallurgy*, 1971, 7, p.15 -22
3. Green, R. G., A plasticity theory for porous solids, *Int. Journ. Of Mech. Sci.*, 1972, 14, p. 215 -226
4. Shima, S. and Oyane, M., Plasticity theory for porous metals, *International Journal of Mechanical Sciences*, Volume 18, Issue 6, June 1976, P. 285-291
5. Скороход В.В., Тучинский Л.И. К вопросу об энергозатратах на уплотнение пористых тел. – Порошковая металлургия. – 1978. – № 9. – с. 16-21
6. Петросян Г.Л. О теории пластичности пористых тел – Изв. Вуз. Сер. Машиностроение, 1977, № 5 – с. 10-14
7. Мидюков В. З., Рудь В. Д. Экспериментальная проверка основных гипотез теории пластичности пористых тел // Порошковая металлургия. – 1982. – № 1. – С. 6–17.
8. Михайлов О.В., Штерн М.Б. Учет разносопротивляемости растяжению и сжатию в теориях пластичности пористых тел//Порошковая металлургия.-1984. - N 5. - с.11-17
9. Штерн М.Б., Развитие теории прессования порошков и механики деформирования пористых тел // Порошковая металлургия. – 1992. – № 9. – с. 15-29
10. *Brewin P. R., Coube O., Doremus P., Tweed J. H.* Modelling of Powder Die Compaction, Series: Engineering Materials and Processes. – London: Springer, 2007. – 295 p.
11. Штерн М.Б., Рудь В.Д. Механічні та комп'ютерні моделі консолідації гранульованих середовищ на основі порошків металів і кераміки при деформуванні та спіканні: Монографія. – Луцьк: РВВ ЛНТУ, 2009. – 287с.
12. Bigoni D., Piccolroaz A. A new yield function for geomaterials – In. Constitutive modelling and analysis of boundary value problems in geotechnical engineering, A workshop in Napoli, 22-24 April 2003, p. 265-281
13. Рудь В.Д., Экспериментальна механіка структурно – неоднорідних матеріалів: Монографія. – - Луцьк: РВВ ЛНТУ, 2010. - 272с
14. M.Shtern, O.Mikhailov Defects Formation in Die Compaction: Prediction and Numerical Analysis - in Proceeding of Powder Metalurgy European Congress, 22 - 24 October, 2001, Nice, France, Vol.3, 50-57
15. Штерн М.Б., Дудунов В.Д. Определение ресурса пластичности порошковых материалов на основе модели пластического течения пористых тел. I. Критерий исчерпания ресурса пластичности //Порошковая металлургия. – 1999. – N11/12. – С.31-40.
16. Огородников В.А. Деформируемость и разрушение металлов при пластическом формоизменении. / – К.: УМК ВО, 1989. – 152 с.
17. Штерн М. Б. Развитие теории прессования порошков и теории пластичности пористых тел // Порошковая металлургия. – 1992. – № 9. – С.
18. Михайлов О.В., Штерн М.Б. Численное моделирование процессов прессования порошковых изделий сложной формы в жестких матрицах: влияние схемы прессования на распределение плотности. II. Методика моделирования и анализ схем формирования //Порошковая металлургия.- 2003.- N 3/4 .-с.7-16.
19. Михайлов О.В. Интегрированная система компьютерного моделирования процессов обработки давлением порошковых изделий// Порошковая металлургия. – 1995. - №9/10. – с.99 -104