

А.В. Титов¹, асист., Л.В. Шмелева², канд.физ.-мат.наук, А.Д. Лавриненков¹, асп.

1 - НТУ Украины «Киевский политехнический институт», г. Киев, Украина

2 - Киевский национальный университет им. Тараса Шевченко, физический факультет, г. Киев, Украина

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СФЕРИЧЕСКОГО ИНДЕНТОРА С ПОВЕРХНОСТЬЮ ДЕТАЛИ

Разработана математическая модель контакта индентора с поверхностью детали, которая позволяет установить взаимосвязь между вариативными параметрами взаимодействия индентора и поверхности детали – скорости и усилия обработки, и упругопластической деформацией поверхностного слоя детали. Разработанная математическая модель позволяет оптимизировать режимы обработки путем расчета оптимальной удельной работы деформирования поверхностного слоя детали.

The mathematical model of contact between indenter and surface of detail was developed. The model allows to establish a relationship among variational parameters of the interaction of an indenter and a surface of detail – the velocity and the force of the process, and an elastoplastic deformation of the surface layer of detail. The developed mathematical model allows to optimize process conditions by means of the calculation of the optimal specific work of surface layer deformation.

Повышение надежности и обеспечение ресурса изделий является важнейшей задачей современного машиностроения. Работоспособность машины, ее эксплуатационные характеристики в значительной степени зависят от качества поверхностного слоя деталей [1, 2]. На основании анализа процессов их изготовления показано, что поверхностное пластическое деформирование выглаживанием является финишной операцией изготовления этих конструкций, которая обеспечивает заданный ресурс летальных аппаратов, газотурбинных авиационных двигателей, автомобилей и других изделий [3, 4].

Большой вклад в изучение процессов поверхностного пластического деформирования, в частности выглаживания, деталей машин внесли работы Евстигнеева М.И., Кудрявцева И.В., Петухова А.И., Проскурякова Ю.Г., Розенберга О.А., Сулимы А.М., Хворостухина Л.А., Ящерицына П.И., Чепы П.А., Яценко В.К., Богуслаева В.А., Мозгового В.Ф., Качана А.Я., Тобило В.М., Балтер М.А. и других ученых.

Установлено, что наименее исследованными являются теоретические аспекты влияния скорости обработки.

Целью данной работы является построение математической модели (ММ) упругопластического деформирования поверхностного слоя детали, которая учитывает основные технологические параметры: скорость и усилие обработки при выглаживании.

Анализ деформированного состояния процесса выполнен в цилиндрической системе координат с использованием общих уравнений механики сплошных сред и поля скоростей перемещений для описания процесса [5].

Для описания поля скоростей перемещений используем подход, предложенный в работе [6].

При этом примем следующие допущения относительно поля скоростей.

Зону распространения деформаций в радиальном направлении в соответствии с работами [6, 7] ограничим равенством

$$b = 2l, \quad (1)$$

где: b – граница распространения деформаций в радиальном направлении, включая внеконтактную зону;

l – граница зоны контакта инструмента с поверхностью детали.

Считаем, что глубина распространения деформаций связана с радиусом контактной зоны линейной зависимостью

$$h = kl, \quad (2)$$

где k – коэффициент пропорциональности, который может иметь сложную функциональную структуру.

Считаем также, что в силу осевой симметрии процесса (относительно оси OZ), тангенциальная составляющая скорости перемещений

$$V_{\theta} = 0. \quad (3)$$

Составляющую скорости в направлении оси OZ представим в виде произведения двух функций, каждая из которых зависит только от одного аргумента

$$V_z = f(r) \cdot \varphi(z), \quad (4)$$

где $f(r)$ – функция, характеризующая закон изменения составляющих скорости движения частиц металла по координате r , которая определяется формой инструмента [5, 6], зоной распространения деформаций и формой гребешка внеконтактной зоны.

Запишем её в экспоненциальной форме:

$$f(r) = V \left(\frac{r^2}{l^2} - 1 \right) \exp \left(-m \frac{r^2}{l^2} \right), \quad (5)$$

где V – скорость движения сферического индентора вдоль оси OZ .

Для глубины внедрения сферического индентора $H < 0,3R$, что характерно процессу выглаживания, для приближенных расчетов может быть использовано равенство, которое обеспечивает точность решения с погрешностью не более 8%:

$$l \approx \sqrt{2RH}, \quad (6)$$

где $H = V_0 t$ – глубина внедрения индентора

Функция $\varphi(z)$ определяет закон затухания скорости перемещения частиц металла по координате Z . Принимаем исходя из экспериментальных данных

$$\varphi(z) = \left(1 - \frac{z}{kl} \right)^2, \quad (7)$$

Составляющую поля скоростей течения металла в радиальном направлении V_r определяем из условия неразрывности $\text{div} \vec{V} = 0$, которое в скалярном виде в цилиндрических координатах имеет вид:

$$\frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_r}{r} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0, \quad (8)$$

Тогда поле скоростей течения металла в зоне деформаций можно записать в виде:

$$V_z = V \left(\frac{r^2}{l^2} - 1 \right) \exp \left(-m \frac{r^2}{l^2} \right) \left(1 - \frac{z}{kl} \right)^2$$

$$V_r = -\frac{r}{kl} V \exp \left(-m \frac{r^2}{l^2} \right) \left(1 - \frac{z}{kl} \right) \quad (9)$$

где m – коэффициент формы.

Графически поле скоростей представлено на рис. 1, а, б.

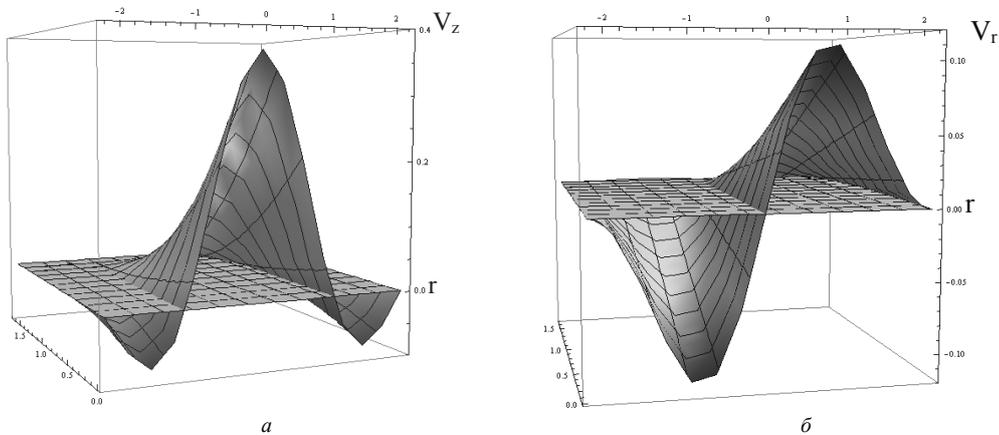


Рис. 1 Поле скоростей перемещений:
а – осевая составляющая; б – радиальная составляющая

Поле скоростей деформаций определяем путем дифференцирования по координатам:

$$\varepsilon_{zz} = \frac{-2}{kl} V \left(\frac{r^2}{l^2} - 1 \right) \exp \left(-m \frac{r^2}{l^2} \right) \left(1 - \frac{z}{kl} \right)^2$$

$$\varepsilon_{rr} = -\frac{1}{kl} V \exp \left(-m \frac{r^2}{l^2} \right) \left(1 - \frac{z}{kl} \right) \left(1 - 2m \frac{r^2}{l^2} \right)$$

$$\varepsilon_{\theta\theta} = -\frac{1}{kl} \left(1 - \frac{z}{kl} \right) V \exp \left(-m \frac{r^2}{l^2} \right)$$

$$\varepsilon_{zr} = \frac{rV}{l^2} \left[2 - 2m \left(\frac{r^2}{l^2} - 1 \right) + \frac{1}{k^2} \right] \exp \left(-m \frac{r^2}{l^2} \right) \quad (10)$$

Распределение основных компонент показано графически на рис. 2 и рис. 3.

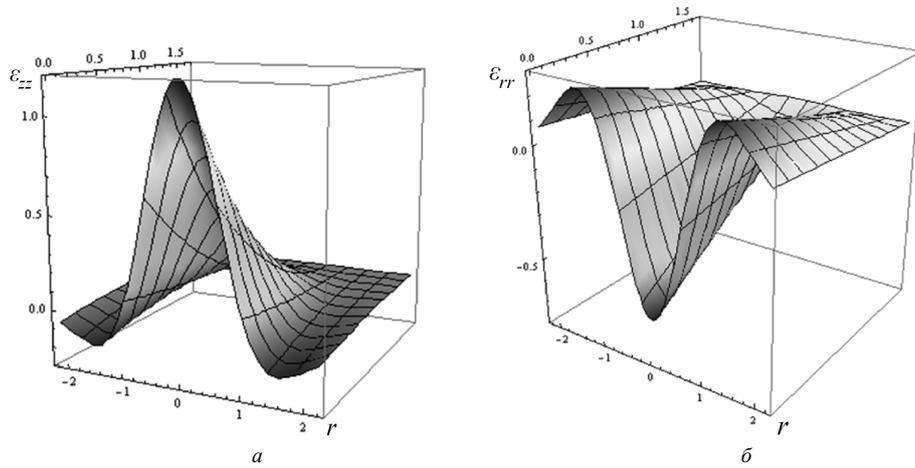


Рис. 2. Составляющие скоростей деформаций:
а - осевые ε_{zz} ; б - радиальные ε_{rr}

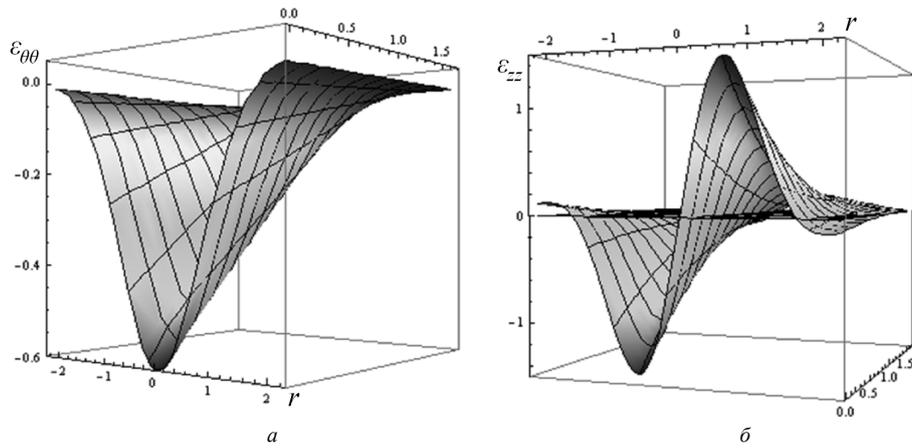


Рис. 3. Составляющие скоростей деформаций:
а - окружных $\varepsilon_{\theta\theta}$; б - сдвиговых ε_{zr}

Интенсивность скоростей деформаций определяем с использованием соотношений

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3kl} V \exp\left(-m \frac{r^2}{l^2}\right) \left(1 - \frac{z}{kl}\right) \times$$

$$\sqrt{2 + 8\left(1 - \frac{z}{kl}\right)^2 \left(\frac{r^2}{l^2} - 1\right)^2 + 8m^2 \frac{r^4}{l^4} - m \frac{4r^2}{l^2} \left[1 + 4\left(1 - \frac{z}{kl}\right) \left(\frac{r^2}{l^2} - 1\right)\right] + \frac{k^2 r}{\left(1 - \frac{z}{kl}\right)^2} \left[2 - 2m \left(\frac{r^2}{l^2} - 1\right) + \frac{1}{k^2}\right]^2} \quad (11)$$

Составляющие деформаций определяются интегрированием по времени компонент поля скоростей деформаций:

$$e_{zz} = \int_t \varepsilon_{zz} dt; \quad e_{rr} = \int_t \varepsilon_{rr} dt; \quad e_{\theta\theta} = \int_t \varepsilon_{\theta\theta} dt;$$

$$e_{zr} = \int_t \varepsilon_{zr} dt; \quad e_{r\theta} = e_{\theta z} = 0. \quad (12)$$

Определим пределы интегрирования. Поскольку область деформаций изменяется в пространстве и во времени, то время начала деформаций для каждой точки имеет свое значение.

Считаем, что область деформаций ограничена эллиптической поверхностью с полуосями

$$a = kl; \quad b = 2l, \quad (13)$$

На этой поверхности величина деформаций равна нулю, а время начала деформаций для каждой точки находим из уравнения этой поверхности

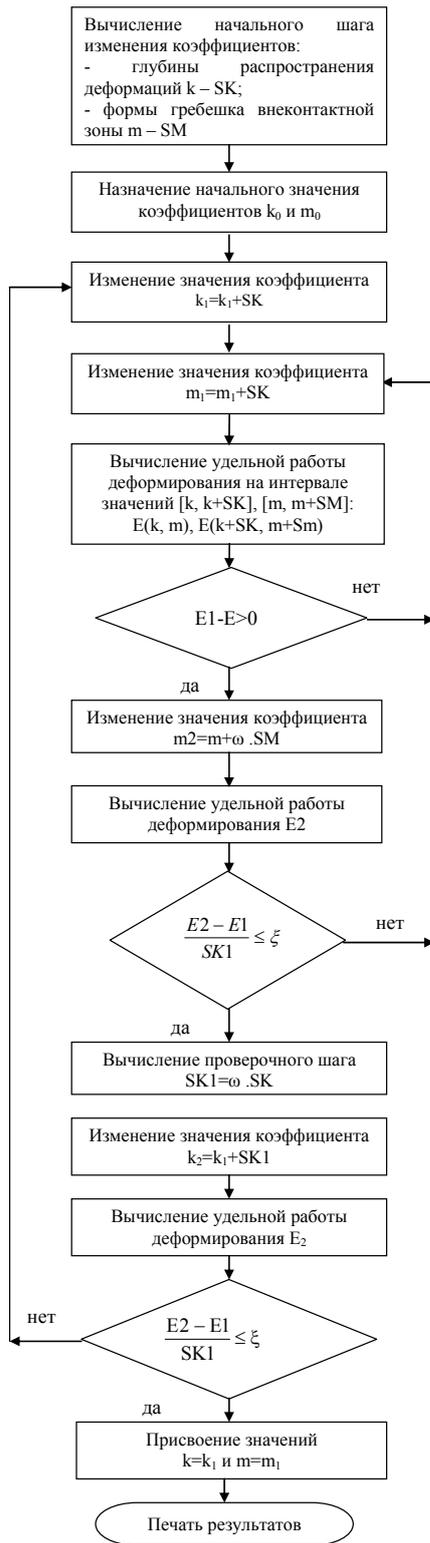


Рис. 4. Алгоритм (блок-схема) оптимизации коэффициентов m и k

$$t_n = \frac{\sqrt{4Z^2 + k^2 r^2}}{2l} \quad (14)$$

Полученные результаты позволяют определить интенсивность напряжений в каждой точке деформируемой области, которая функционально связана с интенсивностью деформаций.

$$\sigma_i = f(e_i) \quad (15)$$

При этом считаем, что в процессе активного нагружения для любой точки деформируемого материала деформации изменяются во времени от нуля до конечных значений. Материал проходит стадию упругого нагружения и при определенном значении деформаций e_p начинает деформироваться пластически.

Величину σ_i и работу деформирования определяем в соответствии с методикой [6].

Поскольку при описании поля скоростей были приняты упрощающие допущения, уточнение описания процесса выполняем с использованием экстремальных энергетических принципов.

В качестве переменных для оптимизации поля скоростей используем параметры:

k – определяющий глубину распространения деформаций;

m – определяющий форму функции распределения $f(r)$ в зонах активных и внеконтактных деформаций. В большей степени он определяет форму поперечного сечения гребешка внеконтактной зоны.

Величину этих параметров определяем с использованием принципа минимума работы, затрачиваемой на деформирование:

$$\frac{\partial^2 a_{y\delta}}{\partial k \partial m} = 0 \quad (16)$$

Величину удельной работы пластической деформации $a_{y\delta}$ в силу осевой симметрии очага деформации определяли соотношением:

$$a_{y\delta} = \iiint_{trz} E_0 dz dr dt \quad (17)$$

Дифференциальное уравнение (16) решалось численными методами вычислительной математики с использованием алгоритма, представленного на рис. 4. Глобальный минимум функции работы для упрощения расчетов искали в интервале значений коэффициента k от 1,0 до 2,5, основываясь на результатах предыдущих работ и численного эксперимента авторов.

На рис. 5 показана расчетная зависимость удельной работы деформирования от величины коэффициента k глубины распространения деформаций и коэффициента m формы поперечного сечения внеконтактной зоны (гребешка). Расчетная зависимость удельной работы представляет собой поверхность, имеющую минимальное значение в точке А, проекция которой точка А₁ показана в плоскости координат mOk . Область минимальных значений коэффициентов m и k , соответствующих величине удельной работы в 5 % интервале значений

$[1 \leq \frac{a_{y\delta}}{a_{y\delta мин}} \leq 1,05]$ показана в виде заштрихованной проекции на плоскость mOk и ограничена штриховой линией. Относительно большая величина области значений коэффициентов m и k объясняется наличием в очаге

деформаций малых упругих и упругопластических деформаций. Для дальнейших расчетов принимаем значения $m = 2,0$ и $k = 2,0$, величина которых ограничивает область малых упругопластических деформаций.

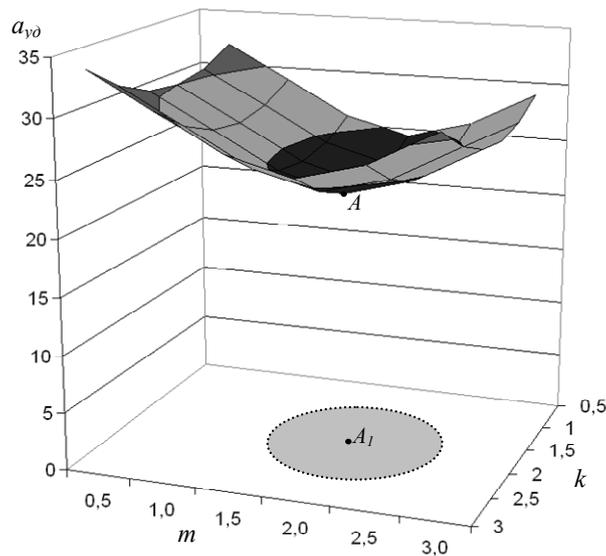


Рис. 5. Расчетная зависимость удельной работы деформирования от коэффициента глубины распространения деформаций k и коэффициента формы m для глубины внедрения 0,15 мм сферического индентора в полуплоскость из материала сталь

Выводы.

Использование теории пластического течения при деформировании позволило системно установить связь между параметрами обработки и параметрами качества поверхностного слоя. Обоснование теоретических результатов проведено с использованием численного и натурального эксперимента. Разработанная ММ позволяет дать рекомендации по выбору режимов, которые обеспечат заданный ресурс изделий.

Список литературы

1. Иванов В.С. Терентьев В.Ф. Природа усталости металлов – М.: «Металлургия», 1975, 456 с.
2. Трошенко В.Т. Деформирование и разрушение металлов при многоцикловом нагружении. – К.: Наукова думка, 1981. – 341 с.
3. Розенберг О.А. К вопросу разработки технологических смазок для деформирующего протягивания деталей из сплавов ВТ 1-0 / Розенберг О.А., Пашенко Е.А., Шейкин С.Е., Росточкий И.Ю. // Технологические системы, 2007, №2(38) – С.27-32.
4. Богуслав В.О., Качан О.Я., Яценко В.К. та інші. Технологія виробництва авіаційних двигунів. Частина III. Методи обробки деталей авіаційних двигунів – Видавн. ВАТ «Мотор Січ», Запоріжжя, 2008 р. – 639 с.
5. Алексеев Ю.Н. Введение в теорию обработки металлов давлением, прокаткой и резанием. – Харьков: Изд-во ХГУ, 1969. -108 с.
6. Алексеев Ю.Н., Борисевич В.К., Коваленко П.Н. Теоретическое исследование деформированного состояния при вдавливании сферического индентора в полупространство. – В кн. Импульсная обработка металлов давлением. – Харьков: ХГУ, 1975. - №5. – С.112-116.
7. Алексеев Н.М. Вдавливание сферического индентора и бесконечно протяженный слой пластического материала ограниченной толщины / В кн. Контактное взаимодействие твердых тел и расчет сил трения износа. – М.: Наука, 1971. – С.105-112.