

# ПЛАНИРОВАНИЕ МНОГОФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА И ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ КАВИТАЦИОННОЙ ОЧИСТКИ ЭЛАСТИЧНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

*Представлено планування багатofакторного експерименту при дослідженні технологічного процесу ультразвукового кавітаційного очищення еластичних поверхонь. Методом планування багатofакторного експерименту було отримано квадратичні рівняння регресії, які дозволяють адекватно описати залежності ступеня знезаражування та показника видалення забруднень від основних параметрів технологічного процесу. Проведено параметричну оптимізацію ступеня знезаражування та показника видалення забруднень, яка дозволила отримати оптимальні значення параметрів ультразвукового кавітаційного очищення еластичних поверхонь. Побудовано поверхні відгуків критеріїв оптимізації та їх двомірні перерізи, які дозволяють наочно проілюструвати залежності ступеня знезаражування та показника видалення забруднень від окремих параметрів оптимізації, а також місцезнаходження оптимальних значень.*

*Presented multifactor experiment planning in the study of technological process of ultrasonic cavitation cleaning elastic surfaces. Multifactor experiment planning method was obtained quadratic regression equation, which allow to describe the dependencies of decontamination and removal rate of pollution of the main parameters of the process. A parametric optimization of the degree of decontamination and removal of pollution indicator, which allowed us to get the optimal values of ultrasonic cavitation cleaning elastic surfaces. Constructed response surface optimization criteria and their two-dimensional cross sections that allow vividly illustrate the dependencies of decontamination and removal rate of pollution from individual tuning options, and location of the optimal values.*

## Введение.

Эффективность многих технологических процессов определяется выбором оптимального соотношения основных параметров, характеризующих эти процессы. Определение этих соотношений требует проведения большого количества трудоемких экспериментов. Их количество, степень достоверности и оптимальность искомых соотношений могут быть рассчитаны заранее с помощью теории планирования эксперимента [1-3]. Не исключением является и технологический процесс ультразвуковой кавитационной очистки эластичных поверхностей [4], требующий проведения многофакторного экспериментального исследования для определения области эффективного использования технологии с целью достижения максимальной эффективности кавитационной очистки и качественного обеззараживания очищаемых поверхностей и отработанного технологического моющего раствора.

**Целью статьи** является получение и анализ уравнений регрессии, позволяющих адекватно описать зависимости основных показателей эффективности технологического процесса - степени обеззараживания и показателя удаления загрязнений от основных параметров ультразвуковой кавитационной очистки эластичных поверхностей, а также проведение параметрической оптимизации указанных параметров.

## Разработка методики экспериментов и оценка точности измерений.

Предварительные экспериментальные исследования показали, что значения показателей ультразвуковой кавитационной очистки эластичных поверхностей – «степень обеззараживания» -  $C_{об}$  и «показатель удаления загрязнений» -  $P_{уд.з.}$  являются функциями трех основных параметров:

$$C_{об}, P_{уд.з.} = f(E, W, \tau) \quad (1)$$

где  $E$  – показатель распределения частей ультразвуковой энергии, вводимой в жидкость и идущей на образование и поддержку кавитации, между малоамплитудной кавитацией и высокоамплитудной кавитацией;  $W$  – плотность ультразвуковой энергии в объеме жидкости, Вт/см<sup>3</sup>;  $\tau$  – время обработки, мин.

Исследование влияния перечисленных выше факторов на показатели ультразвуковой кавитационной очистки эластичных поверхностей при проведении однофакторных экспериментов связано со значительными трудностями и объемами работ. Поэтому целесообразно провести многофакторный эксперимент для получения уравнений регрессии вида  $2^3$  методом Бокса-Уилсона [1] для функций отклика «степень обеззараживания» и «показатель удаления загрязнений».

Выбор диапазонов варьирования факторов функций (1) проводился таким образом, чтобы любая их совокупность в, предусмотренных планом эксперимента, диапазонах могла быть реализована и не приводила к противоречиям. Для определения области, в которой необходимые сочетания уровней факторов были бы устойчиво реализованы, были проведены поисковые эксперименты.

Все факторы, входящие в функции (1), являются величинами, имеющими различную размерность, а значения величин этих факторов имеют различные порядки. Поэтому для получения поверхности отклика этих функций была проведена операция кодирования факторов, которая представляет собой линейное преобразование факторного пространства [1]. Установлены следующие значения уровней факторов в условном масштабе: минимальный -1, средний 0, максимальный +1 и звездные значения -1,682, +1,682.

Истинные значения факторов, установленные при проведении поисковых экспериментов, сведены в табл.1.

Таблица 1

Факторы	Уровни факторов и интервалы варьирования					Интервал варьирования
	-1,682	-1	0	+1	+1,682	
$x_1$ – показатель распределения энергии	0,333	0,873	1,667	2,46	3	0,793
$x_2$ – плотность ультразвуковой энергии в объеме жидкости	0,02	0,0362	0,06	0,0838	0,1	0,0238
$x_3$ – время обработки	15	30,2	52,5	74,8	90	22,3

Для проведения многофакторного эксперимента вида  $2^3$  были составлены матрицы планирования экспериментов, которые представлены в табл.2 и табл.3.

Планировалось получить следующие регрессионные модели 2-го порядка:

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2 + b_{33}x_3^2 \quad (2)$$

где  $y$  – целевая функция;  $b_0, b_1, \dots, b_3, b_{11}, \dots, b_{33}$  – коэффициенты регрессии.

Для определения токовых оценок  $b_0, b_1, \dots, b_3, b_{11}, \dots, b_{33}$  использовался метод наименьших квадратов [1]:

$$B = Y\Phi^{-1} \quad (3)$$

Таблица 2

Матрица планирования эксперимента для «степени обеззараживания»								
№ эксперимента	$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_1^2$	$x_2^2$	$x_3^2$	$Y$
1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	66,0
2	+1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	57,0
3	+1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	53,3
4	+1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	44,3
5	+1	+1	+1	-1	+1	+1	+1	90,2
6	+1	-1	+1	-1	+1	+1	+1	81,2
7	+1	+1	-1	-1	+1	+1	+1	77,5
8	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	68,5
9	+1	-1,682	0	0	+2,83	0	0	79,6
10	+1	+1,682	0	0	+2,83	0	0	94,7
11	+1	0	-1,682	0	0	+2,83	0	68,7
12	+1	0	+1,682	0	0	+2,83	0	90,1
13	+1	0	0	-1,682	0	0	+2,83	59,5
14	+1	0	0	+1,682	0	0	+2,83	18,9
15	+1	0	0	0	0	0	0	89,9
16	+1	0	0	0	0	0	0	89,8
17	+1	0	0	0	0	0	0	90,0
18	+1	0	0	0	0	0	0	89,7
19	+1	0	0	0	0	0	0	89,9
20	+1	0	0	0	0	0	0	90,1
$b_i$	89,83043	4,476469	6,345348	-12,0797	-0,96781	-3,70811	-17,9178	
$\beta_i$	-34,1791	10,76896	1052,531	3,238988	-1,53794	-6548,9	-0,036	
$t$	1243,327	93,38738	132,3756	-252,005	-20,7357	-79,4477	-383,896	[t]=2,571

Таблиця 3

**Матрица планирования эксперимента для «показателя удаления загрязнений»**

№ эксперимента	$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_1^2$	$x_2^2$	$x_3^2$	$Y$
1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	76,9
2	+1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	91,0
3	+1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	76,7
4	+1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	90,8
5	+1	+1	+1	-1	+1	+1	+1	62,0
6	+1	-1	+1	-1	+1	+1	+1	76,4
7	+1	+1	-1	-1	+1	+1	+1	61,2
8	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	75,3
9	+1	-1,682	0	0	+2,83	0	0	95,2
10	+1	+1,682	0	0	+2,83	0	0	71,5
11	+1	0	-1,682	0	0	+2,83	0	85,6
12	+1	0	+1,682	0	0	+2,83	0	85,8
13	+1	0	0	-1,682	0	0	+2,83	49,5
14	+1	0	0	+1,682	0	0	+2,83	75,6
15	+1	0	0	0	0	0	0	95,2
16	+1	0	0	0	0	0	0	95,5
17	+1	0	0	0	0	0	0	94,9
18	+1	0	0	0	0	0	0	95,0
19	+1	0	0	0	0	0	0	95,3
20	+1	0	0	0	0	0	0	95,2
$b_i$	95,07659	-7,0682	0,176442	7,631109	-4,11855	-3,298	-11,4624	
$\beta_i$	-11,0528	12,90358	706,3666	2,760521	-6,54476	-5824,6	-0,02303	
$t$	938,7067	-105,185	2,625719	113,5624	-62,9459	-50,4049	-175,185	[t]=2,571

где  $B = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \dots \\ b_k \end{bmatrix}$  - матрица, которая содержит коэффициенты регрессии;

$\Phi = F^T F$  - информационная матрица Фишера [1,2];

$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_N \end{bmatrix}$  - матрица, которая содержит результаты экспериментов по матрице планирования (табл.2, табл.3);

$F = \begin{bmatrix} 1 & x_{1,1} & \dots & x_{1,k} \\ 1 & x_{2,1} & \dots & x_{2,k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_{N,1} & \dots & x_{N,k} \end{bmatrix}$  - матрица, которая содержит значения факторов  $x_{i,j}$  (где  $i$  - номер эксперимента по матрице планирования,  $j$  - номер фактора);  $k$  - количество факторов;  $N$  - количество экспериментов по матрице планирования (табл.2, табл.3).

Адекватность регрессионных моделей проверялась по критерию Фишера [1]:

$$F = \frac{S_{ad}^2}{S_{воспр}^2} \leq [F(f_1, f_2)] \quad (4)$$

где  $S_{ad}$  - дисперсия адекватности;  $S_{воспр}$  - дисперсия воспроизводимости;  $[F(f_1, f_2)]$  - критическое значение критерия Фишера, которое равно значению распределения Фишера;  $f_1 = N - d$  - количество степеней свободы дисперсии адекватности;  $f_2 = n - 1$  - количество степеней свободы дисперсии воспроизводимости;

$d$  – количество значимых коэффициентов регрессии (2);  $n$  – количество предварительных повторных экспериментов, которое проведено для среднего (нулевого) уровня факторов.

Расчетное значение критерия  $F$  сравнивалось с критическим и при  $F > [F(f_1, f_2)]$  регрессионная модель считалась неадекватной.

Дисперсия адекватности определялась по формуле [1]

$$S_{ад}^2 = \frac{1}{f_1} \sum_{i=1}^N (y_i - \tilde{y}_i)^2 \quad (5)$$

где  $y_i$  – результат  $i$ -го эксперимента, проведенного в соответствии с матрицей планирования;  $\tilde{y}_i$  – результат  $i$ -го эксперимента, предусмотренного с помощью регрессионной модели (2);

Значимость коэффициентов регрессии определялась по  $t$  - критерию Стьюдента [1]:

$$t_i = \frac{b_i}{S_{воспр} \sqrt{c_{i,i}}} > [t(f_2)] \quad (6)$$

где  $[t(f_2)]$  – критическое значение  $t$  - критерия Стьюдента, которое равно значению распределения Стьюдента;  $c_{i,i}$  – соответствующий элемент матрицы  $\Phi^{-1}$ .

Расчетное значение критерия  $t_i$  сравнивалось с критическим и при  $t \leq [t(f_2)]$   $i$ -й коэффициент регрессии считался незначительным.

Количество повторных экспериментов в каждой точке плана эксперимента определялось по формуле [5]

$$n \geq \frac{1 + \gamma + 2n_{обр}}{1 - \gamma} \quad (7)$$

где  $\gamma$  – доверительная вероятность того, что ошибка измерения в допустимых пределах;  $n_{обр}$  – число измерений, которые отбрасываются.

Согласно рекомендациям работ [5,6] доверительная вероятность при нормировании квантильной оценки результирующей и случайной ошибок измерительной техники выбирается в пределах 0,8...0,9. Тогда при  $n_{обр} = 0$  получим:

$$n \geq \frac{1 + (0,8...0,9)}{1 - (0,8...0,9)} = 9...19.$$

#### Результаты экспериментального исследования.

В табл. 2 приведена матрица планирования эксперимента для функции отклика «степень обеззараживания».

Для функции отклика «степень обеззараживания» уравнение регрессии в соответствии с проведенным многофакторным экспериментом для кодированных значений имеет вид:

$$C_{об} = 89,83 + 4,476x_1 + 6,345x_2 - 12,08x_3 - 0,9678x_1^2 - 3,708x_2^2 - 17,92x_3^2 \quad (8)$$

Все коэффициенты уравнения (8) согласно критерию Стьюдента оказались значимыми.

Для действительных значений факторов уравнение регрессии для функции отклика „степень обеззараживания” можно записать в виде:

$$C_{об} = 10,77 E + 1052W + 3,239\tau - 1,538 E^2 - 6549W^2 - 0,036\tau^2 - 34,2 \quad (9)$$

При этом  $S_{воспр}^2 = 0,03139$ ;  $S_{ад}^2 = 0,02243$ ;  $F = 0,71 < [F] = 2,88$ , т.е. регрессионная модель (9) адекватна. Коэффициент корреляции составляет  $R=0,953$ .

В табл. 3 приведена матрица планирования эксперимента для функции отклика «показатель удаления загрязнений».

Для функции отклика «показатель удаления загрязнений» уравнение регрессии согласно проведенному многофакторному эксперименту для кодовых значений имеет вид:

$$П_{уд.з.} = 95,08 - 7,068x_1 + 0,176x_2 + 7,631x_3 - 4,119x_1^2 - 3,298x_2^2 - 11,46x_3^2 \quad (10)$$

Все коэффициенты уравнения (10) согласно критерию Стьюдента оказались значимыми.

Для действительных значений факторов уравнение регрессии для функции отклика «показатель удаления загрязнений» имеет вид:

$$П_{уд.з.} = 12,9E + 706,4W + 2,761\tau - 6,545 E^2 - 5825W^2 - 0,02303\tau^2 - 11,05 \quad (11)$$

При этом  $S_{воспр}^2 = 0,0617$ ;  $S_{ад}^2 = 0,1397$ ;  $F = 2,26 < [F] = 2,82$ , т.е. регрессионная модель (11) адекватна. Коэффициент корреляции составляет  $R=0,961$ .

Полученные уравнения регрессии (9) и (11) позволяют провести оптимизацию параметров ультразвуковой кавитационной очистки эластичных поверхностей.

### Параметрическая оптимизация параметров ультразвуковой кавитационной очистки эластичных поверхностей.

В качестве критерия оптимизации параметров ультразвуковой кавитационной очистки эластичных поверхностей выберем степень обеззараживания  $C_{об}$  и показатель удаления загрязнений  $P_{уд.з}$ .

Эксперименты показали, что степень обеззараживания  $C_{об}$  и показатель удаления загрязнений  $P_{уд.з}$  зависят от следующих параметров: показатель распределения ультразвуковой энергии, вводимой в жидкость и идущей на возбуждение и поддержку кавитации, между малоамплитудной кавитацией и высокоамплитудной кавитацией; плотность ультразвуковой энергии  $W$  в объеме жидкости; время обработки  $\tau$  и носят квадратичный характер.

С помощью пакета прикладных программ MathCAD была проведена оптимизация значений величин степени обеззараживания и показателя удаления загрязнений путем их максимизации. В результате получены следующие оптимальные значения параметров ультразвуковой кавитационной очистки эластичных поверхностей, которые приведены в табл.4.

Таблица 4

№	Критерий оптимизации	Оптимальные значения параметров			Максимальное значение критерия оптимизации, %
		показатель распределения энергии	Плотность ультразвуковой энергии в объеме жидкости, Вт/см <sup>3</sup>	Время обработки, мин	
1	Степень обеззараживания $C_{об}$	3	0,08	45	99,399
2	Показатель удаления загрязнений $P_{уд.з}$	1	0,06	60	99,473

Как видно из табл. 4, наибольшая степень обеззараживания 99,399 % обеспечивается при таких оптимальных параметрах ультразвуковой кавитационной очистки эластичных поверхностей:  $E_{опт}=3$ ;  $W_{опт}=0,08$  Вт/см<sup>3</sup>;  $\tau_{опт}=45$  мин, а максимальный показатель удаления загрязнений 99,473 % обеспечивается при таких оптимальных параметрах ультразвуковой кавитационной очистки эластичных поверхностей:  $E_{опт}=1$ ;  $W_{опт}=0,06$  Вт/см<sup>3</sup>;  $\tau_{опт}=60$  мин.

На рис. 1 и рис. 2 показаны поверхности откликов критериев оптимизации и их двумерные сечения зависимостей значений степени обеззараживания и показателя удаления загрязнений от отдельных параметров оптимизации.

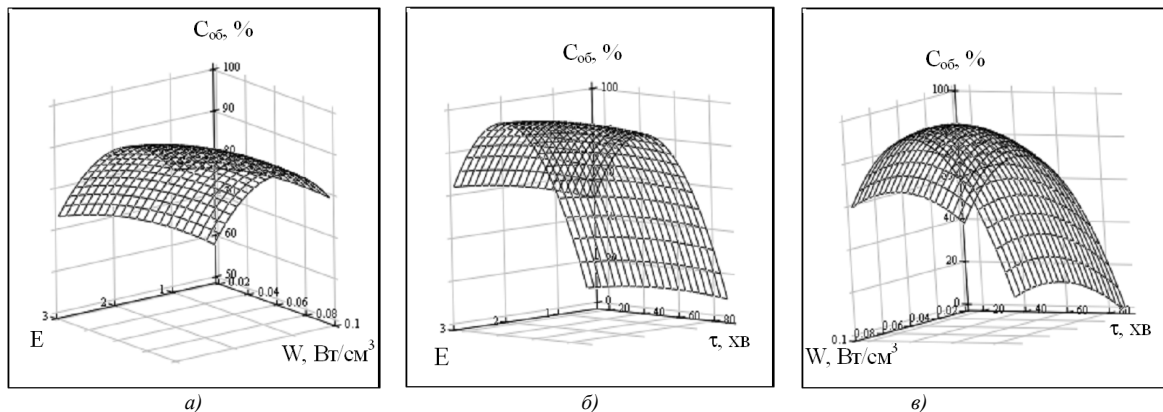


Рис. 1. Поверхности откликов и их двумерные сечения зависимости степени обеззараживания  $C_{об}$  в плоскостях параметров оптимизации: а) E-W; б) E- $\tau$ ; в) W- $\tau$

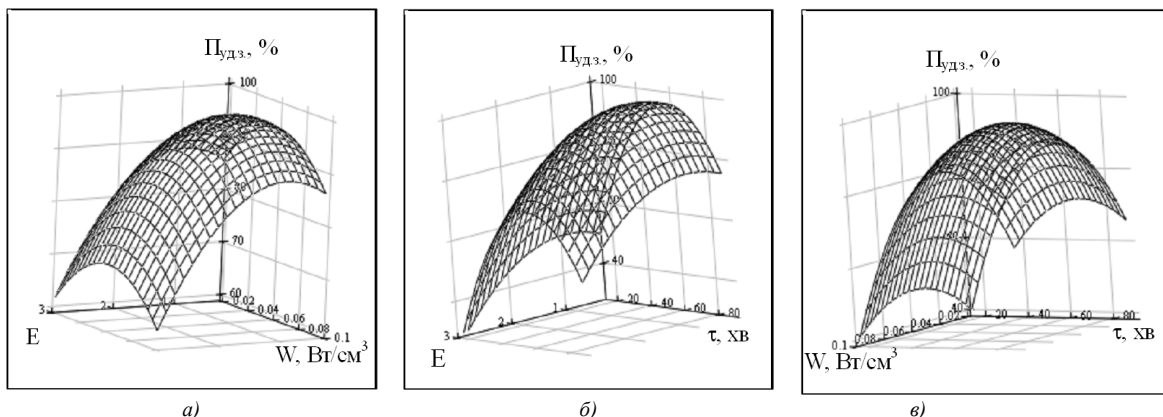


Рис. 2. Поверхности откликов и их двумерные сечения зависимости показателя удаления загрязнений  $P_{уд.з}$  в плоскостях параметров оптимизации: а) E-W; б) E- $\tau$ ; в) W- $\tau$

**Выводы.**

1. Методом планирования многофакторного эксперимента были получены квадратичные уравнения регрессии, которые позволяют адекватно описать зависимости степени обеззараживания и показателя удаления загрязнений от основных параметров ультразвуковой кавитационной очистки эластичных поверхностей: показателя распределения части ультразвуковой энергии  $E$ , которая вводится в жидкость и расходуется на образование и поддержку кавитации, между малоамплитудной кавитацией и высокоамплитудной кавитацией; плотности ультразвуковой энергии в объеме жидкости  $W$  и времени обработки  $\tau$ .

2. Проведена параметрическая оптимизация степени обеззараживания и показателя удаления загрязнений, которая позволила получить оптимальные значения параметров ультразвуковой кавитационной очистки эластичных поверхностей. При этом наибольшая степень обеззараживания 99,399 % достигается при  $E_{\text{опт}}=3$ ;  $W_{\text{опт}}=0,08 \text{ Вт/см}^3$  и  $\tau_{\text{опт}}=45 \text{ хв}$ , а максимальный показатель удаления загрязнений 99,473 % достигается при  $E_{\text{опт}}=1$ ;  $W_{\text{опт}}=0,06 \text{ Вт/см}^3$  и  $\tau_{\text{опт}}=60 \text{ хв}$ .

3. Построены поверхности откликов критериев оптимизации и их двумерные сечения, которые позволяют наглядно проиллюстрировать зависимости степени обеззараживания и показателя удаления загрязнений от отдельных параметров оптимизации, а также местонахождение оптимальных значений.

**Список литературы**

1. Адлер Ю. П. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий / Ю. П. Адлер, Е. В. Маркова, Ю. В. Грановский — М.: Наука, 1976. — 279 с.
2. Шашков В.Б. Обработка экспериментальных данных и построение эмпирических формул. Курс лекций: Учебное пособие / В.Б. Шашков - Оренбург: ГОУ ОГУ, 2005. — 150 с.
3. Славутский Л.А. Основы регистрации данных и планирования эксперимента. Учебное пособие: Изд-во ЧГУ, Чебоксары, 2006. — 200 с.
4. Яхно О.М. Исследование возможностей технологии ультразвуковой кавитационной очистки эластичных поверхностей / О.М. Яхно, Е.А. Луговская, А.В. Мовчанюк // - Вісн. Нац. техн. ун-ту України „Київ. політехн. ін-т” : серія „Машинобудування”. - 2010. - № 58. - С.234-240.
5. Левшина Е.С. Электрические измерения физических величин: (Измерительные преобразователи). Учеб. пособие для вузов. / Е.С. Левшина, П.В. Новицкий — Л.: Энергоатомиздат. Ленинград. отд-ние, 1983. - 320 с.
6. Новицкий П.В. Оценка погрешностей результатов измерений / П.В. Новицкий, И.А. Зограф — Л.: Энергоатомиздат, 1985. - 114 с.