З вище приведених графіків наглядно видно, що у всіх випадках при використанні класичної конструкції інструменту відбувається перенавантаження пресового обладнання, оскільки величина номінального зусилля становить 4 МН. З графіків також видно, що при штампуванні на розробленій оснастці процес відбувається більш плавно в порівнянні з класичною конструкцією. Наведені графіки побудовано в програмному комплексі QForm.

На основі виконаних розрахунків можна зробити висновок, що розроблена конструкція інструменту задовольняє нашим вимогам, а в деяких випадках і перевершує інструмент класичної конструкції. Перевага нового виду оснастки полягає в тому, що облой не обмежується облойною канавкою і може вільно переміщатися в міжштамповому просторі, що запобігає перенавантаженню пресового обладнання та зменшує величину навантажень та зносу на сам інструмент.

Список літератури

1. Афонькин М.Г., Магницкая М.В. Производство заготовок в машиностроении.-Л.: Машиностроение, 1987
2. З.И. Юсипов, Ю.И. Каплин, Машиностроение. Обработка металлов давлением и конструкции штампов 1981
3. Афонькин М.Г., Звягин В.Б., СПб.: Политехника. Производство заготовок в машиностроении, 2007
4. Ковка и штамповка: под ред. Семенова Е. И. том 1. – М, Машиностроение,1986.
5. Справочник конструктора штампов: Рудман Л. И. – М, Машиностроение, 1988.
6. Л.Ш.Шустер. Основы триботехники. Уфимский государственный авиационный технический университет, Уфа, 1994.-107с.

УДК 539.3

О.М. Чемерис, канд.техн.наук, доц.
НТУ України «Київський політехнічний інститут» м.Київ, Україна

КОЛИВАННЯ КРУГЛИХ ШАРНІРНО ЗАКРІПЛЕНИХ НАВАНТАЖЕНИХ ПЛАСТИН

Круглая цельна шарнирно опёртая пластинка равномерно сжата по контуру погонной нагрузкой. Составлены частотные уравнения и уравнения для определения положения узловых окружностей при $s = 0,1..3$ *для симметричных и несимметричных изгибных колебаний. Проведены расчёты частот и форм в случае, когда число узловых диаметров* $n = 0,1..2$ *, а число узловых окружностей* $s = 0,1..3$

Circular solid pin-ended plate was compressed by linear load in the line of contour uniformly. Frequencies and forms of symmetrical and unsymmetrical bending vibrations were equated. Frequencies values and forms were calculated in the event that number of node diameter n=0,1…2 and number of node circles s=0,1…2.

Вступ

Круглі пластинки зустрічаються в різного типу конструкціях в вигляді днищ, діафрагм ,пружин. Рішення задачі по визначенню частот власних коливань для защемлених стиснутих і розтягнутих пластин приведені в роботі [1]. Результати цих досліджень приведені також в довіднику [2], де приведена форма рішення і результати обчислення частотного параметра для симетричних і несиметричних форм коливань включно до третьої форми. В даній роботі проведені також результати обчислень по визначенню радіусів вузлових кілець. Дані частотні параметри приведені в довіднику для інженерів-конструкторів [3] та в монографії [4]. Для стиснутих чи розтягнутих шарнірно-закріплених пластин даних по визначенню частот коливань в довідковій літературі [6] не зустрічається. Для защемлених і шарнірно закріплених пластин форми коливань не визначались.

В роботі приведені частотні рівняння коливань стиснутих та розтягнутих шарнірно закріплених пластин та знайдено частоти симетричних і несиметричних коливань при різних значеннях вузлових діаметрів та кругових кілець в залежності від величини контурних сил. В кожному випадку визначено положення вузлових діаметрів. Для коливань стиснутих та розтягнутих пластин визначені форми коливань.

Мета досліджень

Цільна кругла шарнірно закріплена по зовнішньому краю пластинка навантажується в площині погонним рівномірно розподіленим по контуру тиском. Для різних величин розтягуючи чи стискаючих зусиль необхідно визначити частоти симетричних і несиметричних коливань з різним числом кругових кілець. та положення вузлових діаметрів.

Основна частина

Рівняння коливань стиснутої круглої пластинки матиме такий вигляд [5]

$$D\nabla^4 w + N\nabla^2 w + \gamma h a^4 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

де
$$\nabla^4 = (\frac{\partial^2}{\partial\rho^2} + \frac{\partial}{\rho\cdot\partial\rho} + \frac{\partial^2}{\rho^2\partial\theta^2})^2$$

де, r- відстань від центра до точки пластинки, θ - кутова координата точки,
w- нормальне переміщення ,h- товщина пластинки,t-час, γ - густина, *N*- сила, що діє в площині пластинки на одиницю довжини контура, $D=Eh^3/12(1-\mu^2)$- циліндрична жорсткість при згині пластинки, Е-модуль Юнга, µ-коефіцієнт Пуассона, а- радіус пластинки, $\rho = \frac{r}{a}$

Рішення рівняння (1) приймемо в такій формі [4]

$$w(\rho,\theta,t) = X_n(\rho)\cdot cosn\theta\cdot cos\omega t$$

де ω –кругова частота коливань, n-число хвиль по периметру кола пластинки

Рівняння (1) прийме вигляд

$$\nabla_1{}^4 X_n(\rho) + \alpha^2\cdot\nabla_1{}^2 X_n(\rho) - \\ -\frac{m\cdot n^2\cdot\omega^2\cdot a^4}{D}\cdot X_n(\rho) = 0 \quad (2)$$

де α^2=N/D,

Нехай

$$k^4 = \frac{m\cdot n^2\cdot a^4\cdot\omega^2}{D},$$

$$\nabla_1{}^4 = (\frac{\partial^2}{\partial\rho^2} + \frac{\partial}{\rho\cdot\partial\rho} - \frac{n^2}{\rho^2})^2$$

Рівняння (2) буде

$$(\nabla_1{}^2 + \beta_1^2)\cdot(\nabla_1{}^2 - \beta_2^2)X_n(\rho) = 0 \quad (3)$$

де $\beta_1^2 = 0.5(\sqrt{\alpha^2 + 4k^2} - \alpha^2$

$$\beta_2^2 = 0.5(\sqrt{\alpha^2 + 4k^2} + \alpha^2$$

Рівняння (3) має рішення

$$X_n(\rho)=C_1 I_n(\beta_1 \rho) +C_2 J_n(\beta_2 \rho)+C_3 K_n(\beta_1 \rho)+C_4 Y_n(\beta_2 \rho) \quad (4)$$

$де_i$ –C_i сталі інтегрування, $I_n(\beta_1 \rho)$, $Y_n(\beta_1 \rho)$ $J_n(\beta_2 \rho)$ $K_n(\beta_2 \rho)$ - циліндричні функції Бесселя дійсного і чисто уявного аргумента першого і другого роду, порядок яких визначається індексом n.

Для визначення похідних функції $J_n(r)$ маємо такі залежності:

$$\frac{dJ_n(\rho)}{d\rho} = J_{n-1}(\rho) - \frac{nJ_n(\rho)}{\rho}$$

$$\frac{d^2J_n(\rho)}{d\rho^2} = (\frac{n^2-n}{\rho^2} - 1)J_n(\rho) + \frac{J_{n+1}(\rho)}{\rho}$$

Похідні модифікованої функції Бесселя першого роду $I_n(r)$ знаходяться із співвідношень:

$$\frac{dI_n(r)}{d\rho} = I_{n-1}(\rho) - \frac{nI_n(\rho)}{\rho}$$

$$\frac{d^2I_n(\rho)}{d\rho^2} = (\frac{n^2-n}{\rho^2} + 1)J_n(\rho) - \frac{J_{n+1}(\rho)}{\rho}$$

Граничні умови: $X(1) = 0$

$$(\frac{\partial^2 X_n(\rho)}{\partial\rho^2} + \mu\frac{\partial X_n(\rho)}{\partial\rho})_{\rho=1} = 0 \quad (5)$$

Для цільної пластинки C_3,C_4=0.Підставляємо (4) в (5) і одержимо однорідну систему рівня відносно C_1 та C_2.Прирівнюємо до нуля визначник даної системи і знаходимо частотне рівняння

$$\frac{2+(n^2-n)(1-\mu)(-\frac{1}{v^2}+\frac{1}{u^2})}{(1-\mu)}=$$

$$=\frac{J_{n+1}(v)}{vJ_n(u)}+\frac{I_{n+1}(u)}{uI_{n+1}(u)}$$

де: $a\beta_1=u, a\beta_2=v, \alpha a=m$, $v=\sqrt{u^2+m^2}$,

$$k^2=0.5\sqrt{(u^2+v^2)^2-m^4}$$

Для пониження порядку функцій Бесселя маємо такі співвідношення:

$$J_2(\rho)=2\frac{J_1(\rho)}{\rho}-J_0(\rho)$$

$$I_2(\rho)=-2\frac{I_1(\rho)}{\rho}+I_0(\rho)$$

При $n=0$ частотне рівняння матиме вигляд

$$(u^2+v^2)J_0(v)I_0(u)-(1-\mu)[vJ_1(v)I_0(u)+uJ_0(v)I_1(u)=0$$

Введемо позначення

$$\alpha(u)=(2u^2+m^2)J_0(\sqrt{u^2+m^2})I_0(u)),$$

$$\beta(u)=(1-\mu)[\sqrt{u^2+m^2})J_1(\sqrt{u^2+m^2})I_0(u))I_1(u),$$

$$\gamma(u)=(1-\mu)uJ_0(\sqrt{u^2+m^2})I_1(u)$$

$$Z(u)=\alpha(u)-\beta(u)-\lambda(u)$$

Корні частотного рівняння при п=0 знаходимо із умови

$$root[Z(u),u,\rho_1,\rho_2]=0$$

Частотне рівняння при $n=1$

$$\alpha_1(u)=(2u^2+m^2)J_1(\sqrt{u^2+m^2})I_1(u),$$

$$\beta_1(u)=(1-\mu)uJ_1(\sqrt{u^2+m^2})I_0(u))I_1(u),$$

$$\gamma_1(u)=(1-\mu)(\sqrt{u^2+m^2})J_0(\sqrt{u^2+m^2})$$

$$Z_1(u)=\alpha_1(u)-\beta_1(u)-\lambda_1(u)$$

$$root[Z_1(u),u,\rho_1,\rho_2]=0$$

При $n=2$ частотне рівняння зводиться до виразу

$$Z_2(u)=c(u)-c_1(u)+d(u)+d_1(u)$$

де $$c(u)=(2u^2+m^2)[\frac{2}{v}J_1(\sqrt{u^2+m^2})][I_0(u)-\frac{2}{u}I_1(u)]$$

$$c_1(u)=(2u^2+m^2)[J_0(\sqrt{u^2+m^2})][I_0(u)-\frac{2}{u}I_1(u)]$$

$$d(u)=(1-\mu)[\frac{2(2u^2+m^2)J_1(\sqrt{u^2+m^2})I_1(u)}{u\sqrt{u^2+m^2}}$$

$$d_1(u)=(1-\mu)[+uI_1(u)J_0(\sqrt{u^2+m^2})-\sqrt{u^2+m^2}I_0(u)J_1(\sqrt{u^2+m^2})$$

$$root[Z_2(u),u,\rho_1,\rho_2]=0$$

При рішенні даних рівнянь знаходимо частотний параметр к^2 при різних значеннях стискаючої сили(параметра m). В таблиці №1 для різних числах вузлових діаметрів n та числа вузлових кіл s приведено значення частотного параметра к^2

Для випадку розтягування (m<0) потрібно поміняти місцями β_1 і β_2,u іv

Значення частотного параметра k^2 та величин u і v приведені в таблиці 1 при μ=0.3

Радіуси вузлових кілець $\rho=r/a$ визначали із рівняння

$$root[Y_n(u),u,\rho_0,\rho_к]=0$$

$$Y_n(u)=J_n(\rho\cdot\sqrt{u^2+m^2})-\frac{J_n(\sqrt{u^2+m^2})}{I_n(u)}\cdot I_n(\rho\cdot u)$$

В таблиці 6 приведено форми симетричних коливань для стиснутих (m>0) та розтягнутих пластин (m<0),які визначалися по формулі

$$Y_0(u) = J_0(\rho \cdot \sqrt{u^2 + m^2}) - \frac{J_0(\sqrt{u^2 + m^2})}{I_0(u)} \cdot I_0(\rho \cdot u)$$

В таблиці 7 визначались форми несиметричних коливань по формулі

$$Y_1(u) = J_1(\rho \cdot \sqrt{u^2 + m^2}) - \frac{J_1(\sqrt{u^2 + m^2})}{I_1(u)} \cdot I_1(\rho \cdot u)$$

при різних значеннях стискаючої чи розтягуючої сили, що визначається параметром m.

Таблиця. 1

Значення частотного параметри к^2 та радіусів вузлових діаметрів ρ_i при n=0 стиснутої пластинки.

n	s	m	u	v	k^2	ρ_1	ρ_2
		0	2.2215	2.2215	4.9351		
		0.5	2.1564	2. 2.221	4.7860		
0	0	1	1.9582	2.22	4.4		
		1.5	1.632	2.217	3.618		
		1.9	1.134	2.213	2.509		
		2.20655	0.011	2.207	0.207		
		0	5.452	5.452	29.724	0.442	
		2	5.071	5.451	27.643	0.442	
		3	4.551	5.451	24.6789	0.442	
	1	3.8	3.907	5.445	21.294	0.443	
		4.5	3.073	5.449	16.745	0.445	
		5	2.161	5.447	11.711	0.446	
		5.2	1.616	5.3445	8.8	0.447	
		5.3	1.245	4.44	6.778	0.449	
		5.4417	0.138	5.442	0.75	0.451	
		0	8.611	8.611	74.149	0.641	0.279
		3	8.072	8.6011	69.512	0.641	0.279
		6	6.176	8.611	53,.171	0.642	0.279
		7	5.014	8.6	43.17	0.642	0.279
	2	8	3.187	8.609	27.376	0.643	0.279
		8.2	2.629	8.606	22.564	0.643	0.279
0	2	8.4	1.871	8.706	16.156	0.644	0.278
		8.6043	0.019	8.706	0.163	0.646	0.276

Таблиця. 2

Значення частотного параметри к^2 та радіусів вузлових діаметрів ρ_i при n=1 стиснутої пластинки

n	s	m	u	v	k^2	ρ_1	ρ_2
		0	3.7280	3.7280	13.8982		
		2	3.125	3.7027	11.5914		
		3	2.21	3.726	8.235		
1	1	3.3	1.7291	3.726	6.441		
		3.5	1.276	3.725	4.754		
		3.6	0.957	3.725	3.565		
		3.7	0.4.29	3.725	1.598		
		3.724	0.07	3.725	0.261		
		0	6.963	6.963	48.483	0.551	
		3	6.283	6.962	43.745	0.551	
		4	5.699	6.963	39.68	0.551	
	2	6	3.53	6.961	24.574	0.552	
		6.5	2.491	6.961	17.34	0.552	
		6.7	1.886	6.961	13.135	0.553	
		6.9	0.912	6.96	6.348	0.554	
		6.959	0.11	6.96	0.766	0.554	
		0	10.138	10.138	102.738	0.692	0.378
	3	4.84	8.908	10.138	90.3094	0.692	0.378

Таблиця. 3

Значення частотного параметри к^2 та радіусів вузлових діаметрів ρ_i при n=2 стиснутої пластинки

n	s	m	u	v	k^2	ρ_1	ρ_2
2	0	0	4.471	4.471	19.39		
		3	3.338	4.488	14.981		
		4	2.16	4.546	9.819		
		4.5	2.2405	5.0264	11.2629		
		5	0.8695	5.0718	4.3142		
		5.11	0.018	5.113	0.92		
	1	0	7.855	7.855	61.67	0.658	
		3	7.257	7.853	56.987	0.658	
		4	6.75	7.852	53.057	0.658	
		7.7	1.896	7.93	15.035	0.658	
		8.4	0.157	8.401	1.269	0.495	
	2	0	11.088	11.088	122.444	0.762	0.463
		5	9.985	11087	109.761		
		9	6.471	11.085	74.73		
		11	1.861	11.157	20.831		
		11.6	0.164	11.601	1.903		

Таблиця. 4

Значення частотного параметри к^2 та радіусів вузлових діаметрів ρ_i при n=0 розтягнутої пластинки.

n	s	m	u	v	k^2	ρ_1	ρ_2
0	0	0	2.2215	2.2215	4.9351		
		-1	2.23	2.443	5.446		
		-2	2.226	2.995	6.675		
		-3	2.229	3.737	8.331		
		-4	2.23	4.579	10.207		
		-5	2.234	5.474	12.262		
	1	0	5.452	5.452	29.724	0.442	
		-1	5.458	5.543	30.32	0.442	
		-2	5.452	5.807	31.661	0.442	
		-3	5.452	6.223	33.727	0.442	
		-4	5.4523	6.762	36.866	0.442	
		-5	5.443	7.998	40.343	0.442	
	2	0	8.611	8.611	74.149	0.641	0.279
		-1	8.611	8.666	74.648	0.641	0.279
		-2	8.611	8.84	76.123	0.641	0.279
		-3	8.611	9.119	78.52	0.641	0.279
		-4	8.611	9.495	81.759	0.641	0.279
		-5	8.611	9.957	85.763	0.641	0.279

Таблиця. 5

Значення частотного параметри к^2 та радіусів вузлових діаметрів ρ_i при n=1 розтягнутої пластинки.

n	s	m	u	v	k^2	ρ_1	ρ_2
1	0	0	3.728	3.728	13.898		
		-1	3.728	3.386	14.389		
		-2	3.728	4.231	15.772		
		-3	3.729	4.786	17.847		
		-4	3.729	5.469	20.372		
		-5	3.730	6.238	23.268		
	1	0	6.963	6.963	48.3	0.551	
		-1	6.963	7.034	48.981	0.551	
		-2	6.963	7.275	50144	0.551	
		-3	6.963	7.582	52.792	0.551	
		-4	6.963	8.03	53.914	0.550	
		-5	6.963	8.592	59.689	0.550	

Продовження табл. 5

n	s	m	u	v	k^2	ρ_1	ρ_2
	2	0	10.138	10.138	102.779	0.692	0.378
		-1	10.138	10.487	103.278	0.692	0.378
		-2	10.138	10.333	10476	0.692	0.378
		-3	10.138	10.573	107.785	0.692	0.378
		-4	10.138	10.899	11049	0.692	0.378
		-5	10.138	10.304	114.599	0.692	0.378
2	0	0	4.471	4.471	19.39		
		-3	4.466	5.384	24.027		
		-5	4.466	6.703	29.921		
		-8	4.466	9.162	40.918		
	1	0	7.855	7.855	61.67	0.658	
		-3	7.855	8.407	66.016	0.551	
		-5	7.855	9.31	73.109	0.551	
		-8	7.855	11.212	88.067	0.551	
	2	0	11.088	11.088	122.944	0.762	0.463
		-5	11.088	12.163	134.866	0.692	0.378
		-8	11.088	12.608	139.812	0.692	0.378

Висновки

1.Складено рівняння для визначення частотного параметра стиснутої та розтянутої шарнірно-закріпленої пластинки при різних значеннях вузлових діаметрів (n=0,1,2).

2.Проведені результати розрахунків частотного параметра к при різних значеннях вузлових діаметрів (п=0,1.2) і при різних числах вузлових кілець (s=0,1,2).

3.Визначено положення вузлових діаметрів.

4.Визначено форми коливань стиснутої та розтянутої пластинки при симетричних та несиметричних коливаннях.

5.Частоти і форми коливань та положення вузлових діаметрів можуть бути використані на стадії проектування конструкцій , які мають елементами стиснуті чи розтянуті круглі пластинки.

Список літератури

1. Bodine R.I., The fundamental frequencies of a thin flat circular plate simply supported along a cirle of arbitrary radies,Paper ASME,1959,N.ARM-10.
2. Гонткевич В.С.Собственные колебания пластин и оболочек .Справочное пособие., Наукова думка, К.,1964,-287с.
3. Вайнберг Д.В. «Справочник по прочности, устойчивости и колебаниям пластин»,К., «Будівельник»,1973,-488с.
4. Филиппов А.П.Колебания деформируемых систем., Изд.2-е.М., «Машиностроение», 1970, -526с.
5. Справочник по динамике сооружений. Под.ред.Б.Г.Коренева, И.М.Рабиновича. М., Стройиздат,1972.-511с.
6. Прочность, устойчивость, колебания. Справочник в трёх томах .Том 3.Под ред. д-ра техн наук и чл.-корр.АН Латвийской ССР Я.Г.Пановко.М., «Машиностроение»,1968.-567с.