

УДК 621.671

Давиденко А.К. к.т.н.; Хатунцев А.Ю. к.т.н.

ПАО «ВНИИАЭН» Научно-исследовательский и проектно-конструкторский институт атомного и энергетического насосостроения, г. Сумы, Украина

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ НАПОРА РАБОЧЕГО КОЛЕСА ЦЕНТРОБЕЖНОГО НАСОСА НА ОСНОВЕ МЕТОДА ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Davidenko A., Khatuncev A.

JSC «VNIIAEN» – Research and Design Institute for Atomic and Power Pumpbuilding, Sumy, Ukraine (anxat@ukr.net)

HEAD PREDICTION OF CENTRIFUGAL PUMP IMPELLER USING BOUNDARY-ELEMENT METHOD

В работе выполнено прогнозирование напорной характеристики рабочего колеса центробежного насоса. Результаты численного эксперимента на основе метода граничных элементов сравниваются с ранее полученными результатами расчетов в Ansys CFX и результатами физических экспериментов, проведенных на стендах ПАО «ВНИИАЭН».

Для расчета потока в проточной части принимается модель идеальной несжимаемой жидкости. Течение считается безотрывным, потенциальным, трехмерным, стационарным. На основе решения прямой 3D задачи методом граничных элементов был вычислен осредненный по окружности и высоте момент абсолютной скорости на выходе из рабочего колеса. Величина прогнозируемого напора определялась по формуле Эйлера.

Расчетный напор рабочего колеса качественно согласуется с результатами физического эксперимента и численным расчетом в Ansys CFX. Характер прогнозируемой напорной характеристики лучше соответствует результатам в области рабочего интервала и правее его.

Ключевые слова: метод граничных элементов; рабочее колесо; центробежный насос; напор рабочего колеса.

Математические модели позволяют численным экспериментом на ЭВМ эффективно исследовать и оценивать характеристики проточных частей с учетом взаимного влияния элементов. Полученные таким образом результаты могут быть использованы для целенаправленного изменения и дальнейшего совершенствования гидродинамических качеств гидравлических машин.

В работе представлена методика прогнозирования напорной характеристики рабочего колеса. Результаты проведенного численного эксперимента (ЧЭ) выполненного в программном обеспечении собственной разработки на основе метода граничных элементов (МГЭ) [1-3] сравниваются с ранее полученными результатами расчетов в Ansys CFX (CFX) и результатами физического эксперимента (ФЭ).

Постановка задачи

На основе модели потенциальной идеальной несжимаемой жидкости

$$\mathbf{F} - \frac{1}{\rho} \text{grad } p - \text{grad } \frac{\mathbf{V}^2}{2} = 0,$$

$$\text{div} \mathbf{V} = 0,$$

$$\text{rot} \mathbf{V} = 0$$

смоделировать структуру стационарного 3D потока течения в рабочем колесе (РК) центробежного насоса с учетом взаимного влияния всех элементов РК. На основе полученной структуры течения спрогнозировать напор формируемый данным РК.

Алгоритм численного решения 3D прямой задачи методом граничных элементов

Для расчета потока в проточной части центробежного насоса принимается модель идеальной несжимаемой жидкости. Течение считается безотрывным, потенциальным, трехмерным, стационарным.

Поверхность РК, а так же входное сечение представим непрерывной системой граничных особенностей — вихревых рамок [4, 5].

В качестве граничных условий задаются величины нормальной составляющей вектора скорости на поверхности S проточной части в контрольных точках вихревых рамок с радиус-векторами \mathbf{r}_i , записанное в виде:

$$\mathbf{V}(\mathbf{r}_i) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{r}_i) = 4\pi \cdot F(\mathbf{r}_i), \quad (1)$$

где

$F(\mathbf{r}_i) = 0$, на неподвижной поверхности,

$F(\mathbf{r}_i) = U_n$, на подвижной поверхности - проекция скорости движения поверхности S на нормаль к поверхности,

$F(\mathbf{r}_i) = V_{\text{in}}(\mathbf{r}_i)$, известное распределение нормальной скорости во входном сечении, соответствующее заданному расходу.

Поле возмущенных скоростей в произвольной точке проточной части РК и в контрольных точках \mathbf{r}_0 на поверхности S определяется по формуле:

$$\mathbf{V}(\mathbf{r}_0) = \sum_{i=1}^N \gamma_i \mathbf{W}_i(\mathbf{r}_0), \quad (2)$$

где

N – общее количество рамок,

γ_i – интенсивность i -ой вихревой рамки,

$\mathbf{W}_i(\mathbf{r}_0)$ – вектор скорости, индуцируемый i -й вихревой рамкой в точке радиусом вектором \mathbf{r}_0 .

Скорость от вихревой рамки вычисляется по формуле Био-Савара, как интеграл по контуру L , который ограничивает эту рамку:

$$\mathbf{W}_i(\mathbf{r}_0) = \frac{1}{4\pi} \int_L \frac{d\mathbf{r} \times (\mathbf{r}_0 - \mathbf{r})}{|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}|^3}$$

Если ввести матрицу:

$$\mathbf{A} = \{a_{ij}\} = \{\mathbf{W}_i(\mathbf{r}_{0j})\}, i, j = 1..N$$

и вектор — матрицы:

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \dots \\ \gamma_N \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 4\pi \cdot F(\mathbf{r}_{01}) \\ 4\pi \cdot F(\mathbf{r}_{02}) \\ \dots \\ 4\pi \cdot F(\mathbf{r}_{0N}) \end{bmatrix}$$

тогда (1) запишется в виде:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{\Gamma} = \mathbf{B} \quad (3)$$

Равенство (3) рассматривается как система линейных алгебраических уравнений и используется для определения интенсивностей вихревых рамок $\gamma_1, \gamma_2 \dots \gamma_N$ на S .

Определив интенсивности неизвестных гидродинамических особенностей, по формуле (2) рассчитывается поле скоростей в любой точке проточной части, в том числе и в контрольных точках на твердых поверхностях.

Расчет напора на основе решения прямой задачи

Необходимые для расчета параметры РК:

- количество лопастей, z ;
- частота вращения, n (об/мин);
- номинальный расход, $Q_{\text{ном}}$ (м³/ч);
- геометрические, $D_2, D_0, D_{\text{ступки}}, b_2$ (м);
- исследуемые режимы работы, $k_1 Q_{\text{ном}}, \dots, Q_{\text{ном}}, \dots, k_n Q_{\text{ном}}$;
- моменты скорости на входе в РК на исследуемых режимах, $V_w R$ (м²/с).

Для определения напора, создаваемого РК, на основе решения прямой 3D задачи на основе МГЭ вычислялся осредненный по окружности и высоте выходного сечения РК момент абсолютной скорости на выходе из РК.

Величина прогнозируемого напора определялась по формуле Эйлера [6]

$$H = H_2 - H_1,$$

$$H_1 = VuR_1 \cdot \omega / g,$$

$$H_2 = VuR_2 \cdot \omega / g,$$

где

ω – угловая скорость вращения РК;

g – ускорение свободного падения;

VuR_1 – осредненный момент абсолютной скорости на входе в РК,

VuR_2 – осредненный по окружности и высоте момент абсолютной скорости на выходе из РК.

Исходные данные

В табл. 1 приведены параметры исследуемых РК.

Таблица 1

Параметры и режимы исследуемых РК

№	D_2 , мм	D_0 , мм	$D_{вн}$, мм	b_2 , мм	z, лопастей	n, об/мин	$Q_{ном}$, м ³ /ч	n_s
РК № 1	500	272	186	31	7	2200	1125	~ 95
РК № 2	700	315	160	35	7	1450	2500	~ 90
РК № 3	700	328	160	40,5	7	1450	2500	~ 90
РК № 4	875	420	185	65	7	980	4000	~ 105
РК № 5	300	150	105	15,6	7	2200	169	~ 75

Результаты прогнозирования напора

Интерфейс программы для расчета напора методом граничных элементов изображен на рис.1 Расчет методом граничных элементов выполнен только для РК для модели идеальной жидкости.

Расчет в методе конечных элементов выполнялся в постановке – только РК, модель вязкой жидкости. Эксперименты проведены на стендах ПАО «ВНИИАЭН».

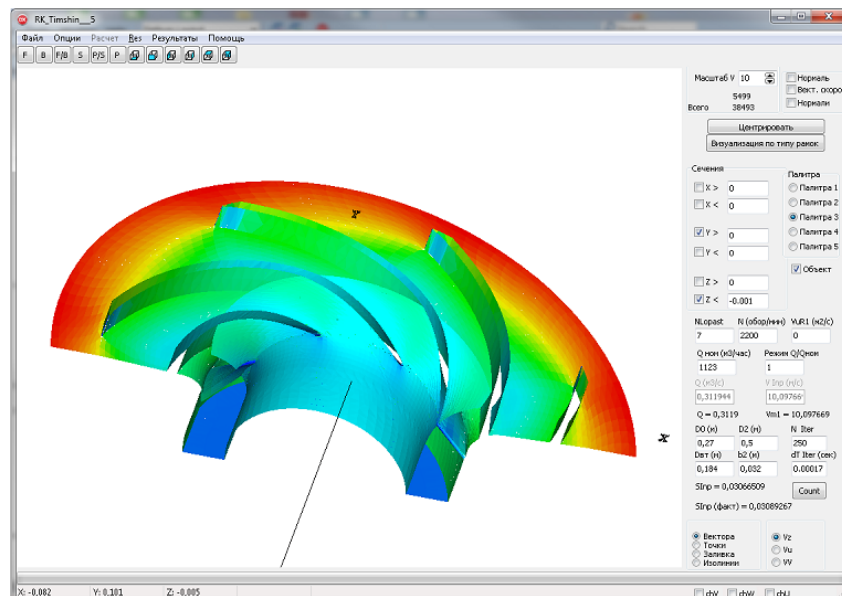


Рис. 1. Интерфейс программы

На рис. 2-6 результаты сравнения напорных характеристик на основе ЧЭ и данных ФЭ. Для рабочего колеса физический эксперимент проводился с безлопаточным диффузором, Для рабочих колес № 3 - 4 испытания проводились в составе насосов типа D, для рабочего колеса № 5 – в составе ступени.

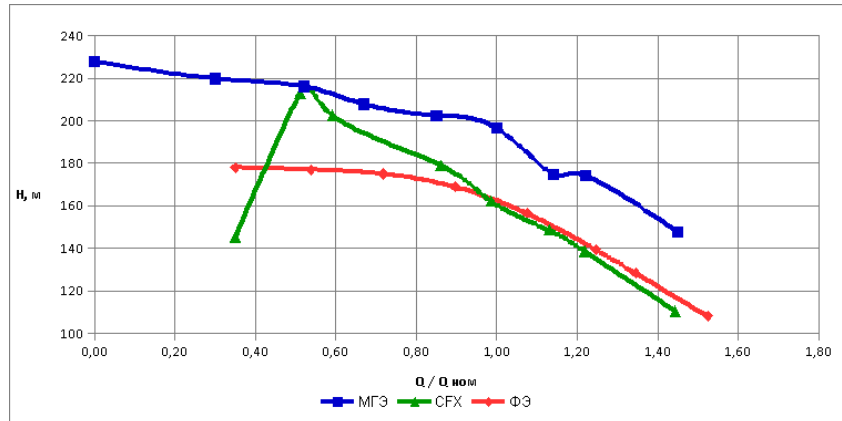


Рис. 2. Напорные характеристики по результатам МГЭ, CFХ и ФЭ для РК № 1

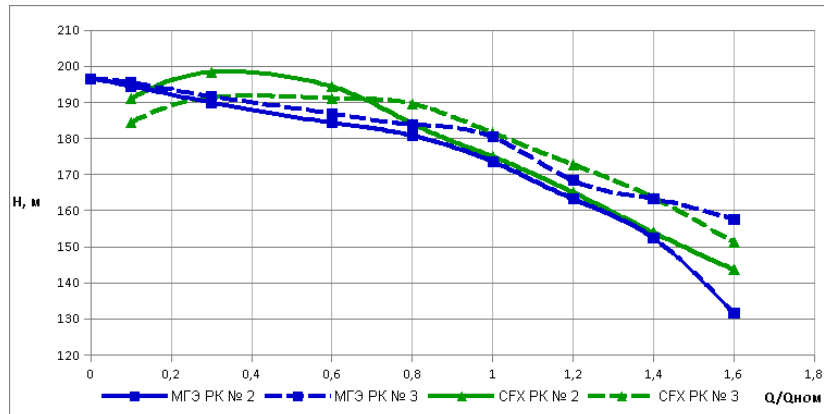


Рис. 3. Напорные характеристики по результатам МГЭ и CFХ для РК № 2 и 3

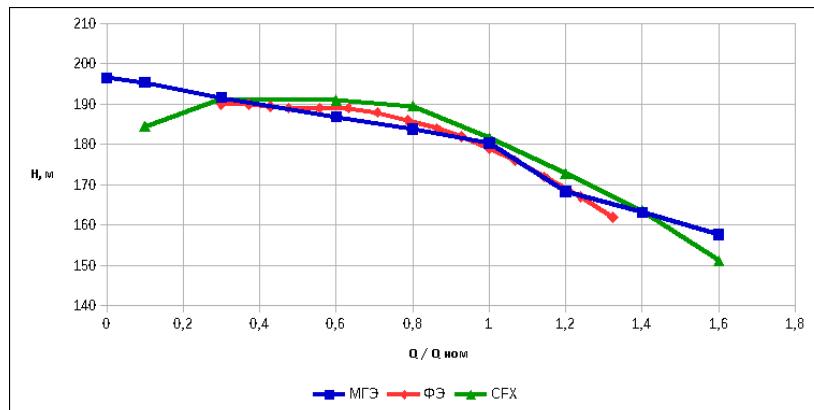


Рис. 4. Напорные характеристики по результатам МГЭ, CFХ и ФЭ для РК № 3

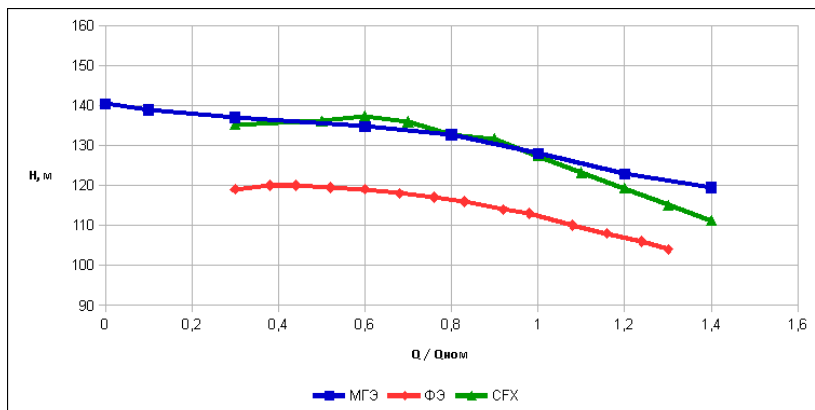


Рис. 5. Напорные характеристики по результатам МГЭ, CFХ и ФЭ для РК № 4

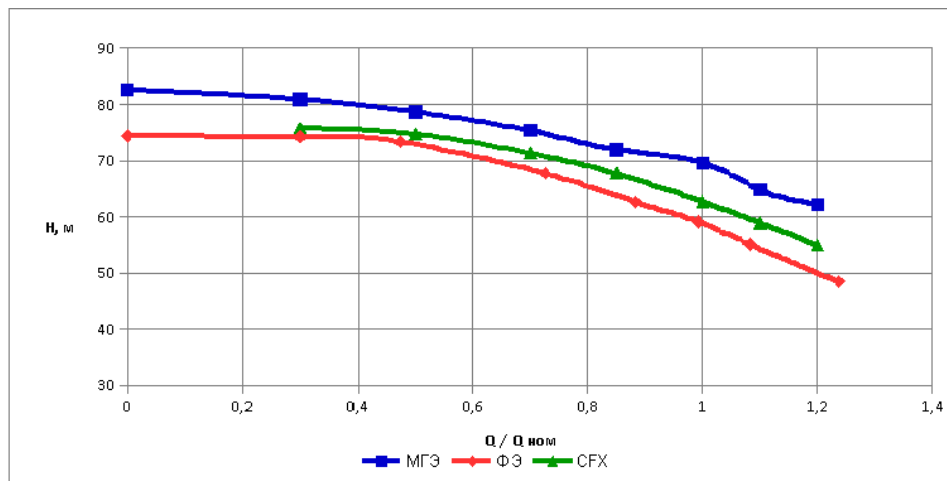


Рис. 6. Напорные характеристики по результатам МГЭ, CFX и ФЭ для РК № 5

Оценка точности расчета

В табл. 2 приведены результаты сравнения прогнозируемого напора в номинальном режиме на основе МГЭ с теоретическим напором с учетом поправки Стодола – Майзель [7].

Таблица 2

Сравнение результатов расчета с теоретическим напором

№	Величина прогнозируемого напора по результатам ЧЭ МГЭ, $H, м$	Величина теоретического напора РК в номинальном режиме с учетом поправки Стодола - Майзель, $H, м$	Погрешность относительно теоретического напора	
			Абсолютная, $м$	Относительная, %
РК № 1	196,52	179,0	17,52	9,79
РК № 2	173,6	173,0	0,6	0,35
РК № 3	180,43	181,3	0,87	0,48
РК № 4	127,98	128,8	0,82	0,64
РК № 5	69,62	66,4	3,22	4,58

Выводы

1. Расчетный напор рабочего колеса, полученный с помощью программного обеспечения собственной разработки на основе МГЭ, качественно согласуется с результатами ФЭ и ЧЭ, выполненным в Ansys CFX.
2. Характер прогнозируемой напорной характеристики лучше соответствует результатам ФЭ в области рабочего интервала и правее его. В области левее рабочего интервала ($Q \rightarrow 0$) наблюдаются качественные отличия, что наиболее вероятно вызвано использованием в МГЭ модели потенциальной идеальной жидкости.
3. Для РК № 1 прогнозируемая напорная характеристика качественно соответствует результатам ФЭ. Относительная погрешность в номинальном режиме $\sim 10\%$.
4. Для РК № 2 и 3 результаты прогнозируемой характеристики качественно и количественно согласуются с результатами Ansys CFX в области номинального расхода и правее него. Слева от рабочего интервала есть качественные отличия. Относительная погрешность в номинальном режиме для РК № 2 $\sim 1\%$, для РК № 3 $\sim 2\%$.
5. Для РК № 4 прогнозируемая напорная характеристика качественно соответствует результатам ФЭ. Относительная погрешность в номинальном режиме $\sim 2,5\%$.
6. Для РК № 5 прогнозируемая напорная характеристика качественно соответствует результатам ФЭ. Относительная погрешность в номинальном режиме $\sim 5\%$.

Анотація

У роботі виконано прогнозування напірної характеристики робочого колеса відцентрового насоса. Результати чисельного експерименту на основі методу граничних елементів порівнюються з раніше отриманими результатами розрахунків в Ansys CFX і результатами фізичних експериментів, проведених на стендах ПАТ «ВНДІАЕН».

Для розрахунку течії в проточній частині використовується модель ідеальної нестисливої рідини. Потік вважається безвідривним, потенційним, тривимірним, стаціонарним.

На основі розв'язання прямої 3D задачі методом граничних елементів був обчислений усереднений по колу і висоті момент абсолютної швидкості на виході з робочого колеса. Величина прогнозованого напору визначалася за формулою Ейлера. Розрахунковий напір робочого колеса якісно узгоджується з результатами фізичного експерименту і чисельним розрахунком в Ansys CFX. Характер прогнозованої напірної характеристики краще відповідає результатам в області робочого інтервалу і праворуч від нього.

Ключові слова: метод граничних елементів; робоче колесо; відцентровий насос; напір робочого колеса.

Abstract

Purpose. To predict the head-capacity curve of a centrifugal pump impeller.

Design/methodology/approach. This article compares the results obtained from a numerical experiment using the boundary-element method with previously reported results obtained from the calculation using Ansys CFX and with the results of physical experiments performed on the test-rig of JSC «VNIIAEN». To calculate the flow in the hydraulic passage we consider the model of nonviscous fluid. The flow is considered to be unseparated, vortex free, three-dimensional, steady. Based on the solution of the direct 3D problem by the boundary-element method we calculated the periphery-averaged and height-averaged moment of the absolute velocity at impeller inlet and outlet. We used the Euler formula to calculate the value of the predicted head.

Findings. The rated head of the impeller calculated by using the boundary-element method agrees well with the results of physic experiment and with the results obtained from the calculation using Ansys CFX. The behavior of the predicted head-capacity curve corresponds better to the results in the operating range and in the right side of it.

Originality/value. The results are the basis for result-oriented modifications and further improvements of the hydrodynamic characteristics of hydraulic machines.

Keywords: boundary-element method; impeller; centrifugal pump; head prediction.

Библиографический список использованной литературы

1. Моргунов Г.М. Разработка численного метода пространственного безвихревого потока в гидромашинах / Г.М. Моргунов // Тр. МЭИ. Исследование гидромашин. – 1975. – Вып.25. – С. 38-49.
2. Лифанов И.К. О методе дискретных вихрей / И.К. Лифанов // ПММ. –1979. –Т. 43. –№1. – С. 184-188.
3. Кацикаделис Джон Т. Граничные элементы: теория и приложения / Джон Т. Кацикаделис –М.: Издательство АСВ, 2007. –336 с.
4. Косторной С.Д. Математическое моделирование и расчет трехмерного невязкого течения жидкости в лопастных гидромашинах осевого типа с целью определения их силовых и моментных характеристик / С.Д. Косторной, А.К. Давиденко // Вест. Нац. Техн. Ун-та Украины «Киев. политехн. ин-т»: серия «Машиностроение». – 1999.– № 36. – Т. 2. – С. 487-494.
5. Косторной С.Д. Расчет нестационарного обтекания плохобтекаемых тел методом гидродинамических особенностей / С.Д. Косторной, Н.С. Мартынова // Вестник СумГУ. –2007. – № 2. – С.42-51.
6. Этинберг И.Э. Гидродинамика гидравлических турбин / И.Э. Этинберг, Е.С. Раухман – Л.: Машиностроение, 1978. – 280 с.
7. Михайлов А.К. Лопастные насосы. Теория, расчет и конструирование / А.К. Михайлов, В.В. Малюшенко – М.: Машиностроение, 1977.– 288 с.

References

1. Morgunov, G.M. (1975) *Razrabotka chislennogo metoda prostranstvennogo bezvikhrevogo potoka v gidromashinakh* [Development of numerical method of three-dimensional, vortex-free flow in hydraulic machines]. Tr. MEI. - Issue 25. *Issledovanie gidromashin* [Hydraulic machines analysis], Russia.
2. Lifanov, I.K. (1979) *O metode diskretnykh vukhrei* [About discrete vortex method], PMM. 43, no. 1, pp. 184-188, Russia.
3. Katsikadelis, John T. (2007) *Boundary Elements: Theory and Applications*, ACB, Moscow, Russia.
4. Kostornoi, S.D. and Davidenko, A.K. (1999), “Matematicheskoe modelirovanie i raschet trekhmernogo neviazkogo techenia zhidkosti v lopastnykh gidromashinakh oseвого tipa s tseliu opredelenia ikh silovykh i momentnykh kharakteristik” [Mathematical simulation and calculation of three-dimensional non-viscous fluid flow in lobe axial flow pumps to determine their power and torque curves]. *Vestnik NTU “KPI”*. Mashinostroenie, Issue 36, vol.2, Kiev, Ukraine.
5. Kostornoi, S.D. and Martynova, N.S. (2007), “Raschet nestacionarnogo obtekaniya plokhobtekaemykh tel metodom gidrodinamicheskikh osobennostei” [Calculation of unsteady flow of bluff bodies using the method of hydrodynamic singularities]. *Vestnik SumDU*, Issue 2, Ukraine.
6. Ettenberg, I. E. and Rauchmann, B.S. (1978), *Gidrodinamika gidravlicheskikh turbin*. [Hydrodynamics of hydraulic turbine], Mashinostroenie, Leningrad, Russia.
7. Mikhailov, A.K. and Maliushenko, V.V. (1977) *Lopastnye nasosy. Teoria, raschet i konstruirovaniye*. [Lobe pumps. Theory, calculation and design engineering], Mashinostroenie, Moscow, Russia.